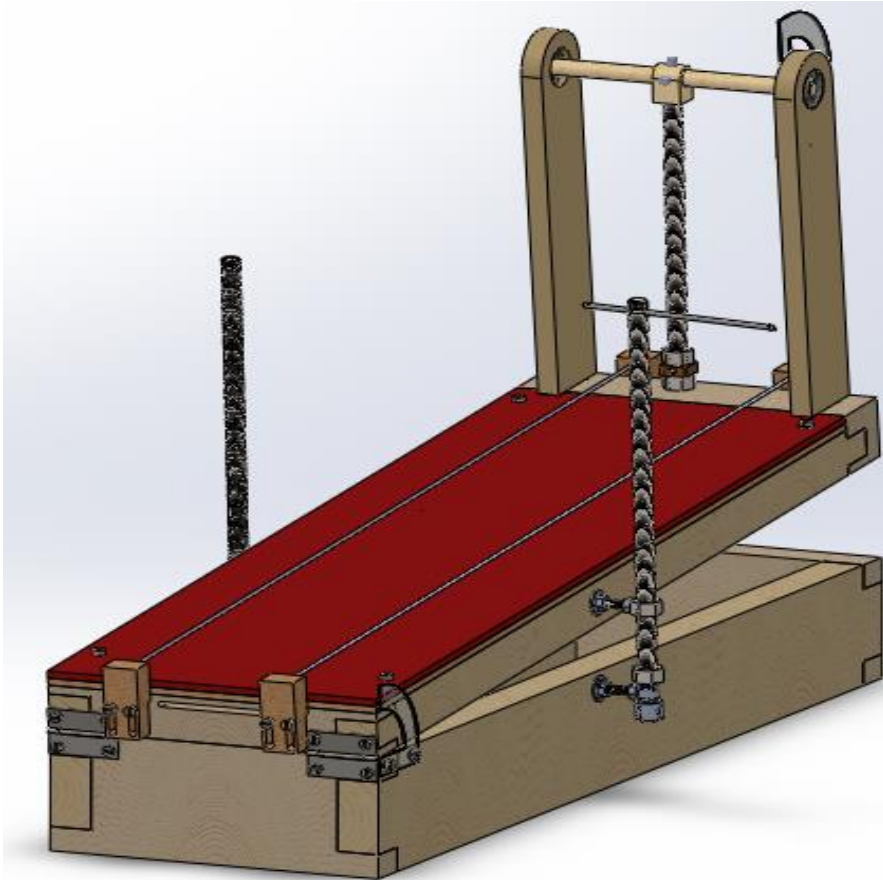


2013

“Análisis numérico y experimental del problema de impacto y contacto en uniones mecánicas”





Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez

Departamento de Ingeniería Mecánica

ITTG

RESIDENCIA PROFESIONAL

Análisis numérico y experimental del problema de impacto y contacto en uniones mecánicas

Presentado por:

Elvis Coutiño Moreno

Asesor Interno:

M.I. Lorenzo Marciano Vázquez

Asesor Externo:

Dr. Dariusz Swedowicz Wasik

Revisor 1:

M. I. Rodolfo Isabel Coello Albores

Revisor 2:

M. I. Apolinar Pérez López

Enero-Junio 2013

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México

Índice

Lista de figuras.....	I
Lista de gráficas.....	II
Lista de tablas.....	II
Lista de fotografías.....	II
Introducción.....	1
Objetivo principal.....	2
Objetivos particulares.....	2
Caracterización del área en que participo.....	2
Problemas a resolver.....	3
Alcances.....	4
Limitaciones.....	4
Metodología de trabajo.....	4
Capítulo I. Estado del arte.....	5
1.1 Antecedentes históricos.....	5
1.2 Teoría Introdutoria.....	8
1.2.1 Impacto.....	8
1.2.2 Fricción seca.....	11
1.2.3 Método de los elementos finitos.....	14
Capítulo II. Modelo Matemático.....	17
Capítulo III. Modelo discreto.....	22
3.1 Modelo real.....	22
3.2 Diseño del modelo discreto.....	23
3.2.1 Diseño de la estructura del banco.....	23
3.2.2 Definición de propiedades.....	24
3.2.3 Ensamblaje.....	24
3.2.4 Definición del tipo de análisis.....	25
3.2.5 Interacciones.....	25
3.2.6 Condiciones de frontera.....	26

3.2.7	Mallado.....	26
3.2.8	Análisis.....	27
3.2.9	Visualización.....	28
	Capítulo IV. Resultados experimentales y teóricos.....	29
4.1	Materiales utilizados en la experimentación.....	29
4.2	Tablas y gráficas de resultados.....	29
	Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones.....	33
	Anexo A.....	35
	Anexo B.....	45
	Referencias.....	72

Lista de figuras

Figura 1.1. Prototipos de Da Vinci.....	5
Figura 1.2. Tipos de impacto donde: a) Central y b) Oblicuo.....	9
Figura 1.3. Diagrama de cuerpo libre (DLC) del sistema bloque-superficie....	12
Figura 1.4. Tipos de Elementos donde: a) Elementos unidimensionales, b) Elementos bidimensionales y c) Elementos tridimensionales.....	16
Figura 2.1. DCL del sistema péndulo-masa en reposo.....	17
Figura 2.2. DCL del instante antes del impacto.....	17
Figura 2.3. DCL del instante después del impacto.....	18
Figura 2.4. DCL del desplazamiento del objeto causado por el impacto.....	19
Figura. 3.1. Péndulo de impacto, objeto impactado (cubo), superficie de deslizamiento y eje de rotación.....	24
Figura 3.2. Ensamblaje.....	24
Figura 3.3. Condiciones de frontera.....	26
Figura 3.4. Mallado del sistema.....	27
Figura 3.5. Visualización por medio del Animate-Time History en el momento del impacto.....	27

Lista de gráficas

Gráfica 1.1. Variación de fuerza de fricción contra carga aplicada.....	14
Gráfica 3.1. Desplazamiento del nodo 111, localizado en la cara del cubo que recibe el impacto, en “x” con respecto al tiempo.....	28
Gráfica 4.1. Desplazamiento teórico y real para Madera-Madera.....	30
Gráfica 4.2. Desplazamiento teórico y real para Madera-Madera.....	31
Gráfica 4.3. Desplazamiento teórico y real para P. Aluminio-Madera.....	31
Gráfica 4.4. Desplazamiento teórico y real para P. Aluminio-Madera.....	31
Gráfica 4.5. Desplazamiento teórico y real para P. Aluminio-P. Aluminio.....	32
Gráfica 4.6. Desplazamiento teórico y real para P. Aluminio-P. Aluminio.....	32

Lista de tablas

Tabla 4.1. Resultados experimentales para coeficiente de fricción dinámica...	29
Tabla 4.2. Resultados experimentales para coeficiente de fricción estática...	29
Tabla 4.3. Resultados experimentales de pruebas de impacto (Desplazamiento).....	30
Tabla 4.4. Desplazamientos teóricos.....	30
Tabla 4.5. Energía disipada por fricción.....	30

Lista de fotografías

Fotografía 3.1. Banco experimental.....	22
Fotografía 3.2. Banco experimental ajustado	23

Introducción

En el presente trabajo se aborda un tema del que en la actualidad se están desarrollando gran cantidad de investigaciones, el impacto es un fenómeno físico que mantiene el interés de muchos investigadores debido a la gran cantidad de causas que lo pueden generar y los distintos efectos que provoca en los sistemas o elementos sobre los cual se puede generar.

Otro fenómeno de gran importancia que se estudia en el presente trabajo es el fenómeno de fricción seca generado por el contacto directo entre dos superficies. Aunque ya se han realizado estudios anteriores sobre este fenómeno, siendo Leonardo Da Vinci reconocido como la primera persona en realizar pruebas para estudiar este fenómeno, se siguen realizando estudios de y buscando le nuevas aplicaciones, por ejemplo; utilizar la fricción como en medio de disipación de energía en estructura de edificios de gran tamaño y evitar accidentes graves cuando ocurren sismos.

En el capítulo uno se realiza una breve investigación sobre los estudios realizados con respecto al tema de impacto y fricción y se presenta un resumen de la teoría que permite analizar y comprender estos temas.

En el capítulo dos se presenta el modelo matemático de un nuevo prototipo propuesto para realizar pruebas de impacto y fricción, que tiene como propósito el apoyo y mejora del aprendizaje de estudiantes.

El tercer capítulo contiene la descripción del modelo discreto en elemento finito, del banco experimental utilizado para las pruebas físicas, desarrollado en el software ABAQUS. Se definen las consideraciones realizadas y las propiedades físicas de los materiales utilizados.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados obtenidos de las pruebas físicas y de forma teórica, usando tablas y graficas de comparación.

Por último, en el quinto capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones generadas a partir del análisis de los resultados que fueron presentados en el capítulo anterior.

Justificación

En la actualidad el estudio del impacto y contacto es de gran importancia para el diseño de dispositivos utilizados en ingeniería, estos fenómenos influyen mucho en el desempeño de las mismas por tal motivo se busca la manera de poder controlar la energía que se genera en el instante del impacto por medio de disipación pasiva de energía por fricción.

La realización de este estudio permitirá identificar y parametrizar las principales variables que influyen en los fenómenos de impacto y contacto. Los resultados que se obtengan podrán ser utilizados para la comprensión de estos temas y también podrán ser aplicados para la solución de problemas que se generan en la industria. Por ejemplo, en la industria de la construcción se está haciendo uso de disipadores pasivos de energía como las conexiones SBC (Slotted Bolted Connection), estos se caracterizan por tener un comportamiento histéretico que se logra a través de la fricción seca entre dos metales, permitiendo construir estructuras con mayor altura y economía, así como altos niveles de seguridad durante sismos.

Objetivo principal

Realizar un estudio numérico – experimental del proceso de disipación pasivo de energía por fricción y propiedades estructurales de un sistema mecánico para determinar los principales parámetros que influyen en su funcionamiento.

Objetivos particulares

- Estudio paramétrico de las principales variables que interfieren en el fenómeno de impacto y contacto mecánico tales como masa, velocidad, coeficiente de fricción, coeficiente de restitución y fuerza.
- Desarrollar modelos discretos en elemento finito de los problemas de impacto y contacto.
- Desarrollar un banco experimental que permita visualizar y estudiar los fenómenos de impacto y fricción.

- Elaborar la metodología de medición del problema de impacto y contacto.
- Registrar el prototipo del banco experimental ante la DGEST.

Caracterización del área de participación

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), Departamento de Ingeniería Mecánica con líneas de investigación en Diseño Mecánico en los temas de Elemento finito y Vibraciones Mecánicas.

El Método de los Elementos Finitos (MEF) es una herramienta de análisis numérico que permite aproximar las soluciones de ecuaciones diferenciales parciales utilizadas en diversos problemas de ingeniería y física. El MEF está pensado para ser usado en computadoras y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas. El MEF se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido en la actualidad, siendo el requisito básico que las ecuaciones constitutivas y ecuaciones de evolución temporal del problema a considerar sean conocidas de antemano.

El análisis de vibraciones estudia el comportamiento dinámico de componentes de máquinas y estructuras, así como los efectos que causa en el desempeño y vida útil de estos. Aplicaciones de importancia para la industria, como lo son el balanceo de rotores, validación de modelos numéricos de componentes de máquinas a través de pruebas de vibración y análisis modal, medición de niveles de vibración y optimación de componentes de máquinas con base en sus características dinámicas, junto con el uso del Método de los Elementos Finitos constituyen la base para el trabajo de investigación en el área de vibraciones mecánicas.

Problema a resolver

- Facilitar a los alumnos de licenciatura en ingeniería la comprensión de los fenómenos de impacto y contacto, complementando el método de enseñanza con un banco experimental didáctico y una metodología de medición que permitirán una mejor visualización de los fenómenos de impacto y contactos.

Alcances

- Estudio paramétrico de las variables que influyen en el problema de impacto y contacto (masa, velocidad, coeficiente de fricción, coeficiente de restitución y fuerza).
- Realizar experimentos que permitan estudiar la influencia de los parámetros escogidos, sobre los fenómenos de impacto y contacto.
- Validación numérica y experimental de los resultados obtenidos.
- Realizar recomendaciones a partir de los datos obtenidos para posibles aplicaciones prácticas.

Limitaciones

- Recursos económicos limitados para la construcción del banco.
- Materiales a utilizar en la construcción del banco experimental (didáctico).

Metodología de trabajo

- Revisión del estado del arte.
- Realizar propuesta del banco experimental a utilizar en el estudio de las variables que influyen en los fenómenos de impacto y contacto.
- Realizar planos técnicos del banco experimental seleccionado.
- Realizar análisis numérico por elemento finito de los fenómenos a estudiar.
- Realizar análisis experimental de los fenómenos a estudiar (Validación modelo discreto).
- Realizar propuestas y conclusiones a partir de los resultados obtenidos.

Capítulo 1: Estado del arte

1.1 Antecedentes Históricos

Según Faik y Wittesman (2000) la primera investigación sobre impacto se remonta a 1668 y fue realizada por Wallis, Wren y Huygens. El resultado del trabajo de Huygens fue la obtención de la ley de conservación de la cantidad de movimiento, la cual es fundamental en la teoría de impacto. La suposición más importante de esta teoría es que los cuerpos en colisión son perfectamente rígidos. Consecuentemente, la duración del impacto debe de ser cero.

La primera publicación que se conoce sobre los efectos de la carga de impacto en los materiales fue un estudio teórico que realizó Tredgold en 1824 acerca de la habilidad del hierro colado para resistir fuerzas impulsivas [10].

Con respecto a la fricción, en los primeros estudios de la fricción como medio de disipación de energía se considera a Leonardo Da Vinci como la primera persona en realizar estudios cuantitativos sobre el fenómeno de fricción [11]. En la figura 1.1 se observa el dispositivo experimental utilizado por Da Vinci con el cual solamente fue capaz de medir fricción estática y probablemente no estaba consciente de la diferencia entre fricción estática y dinámica.

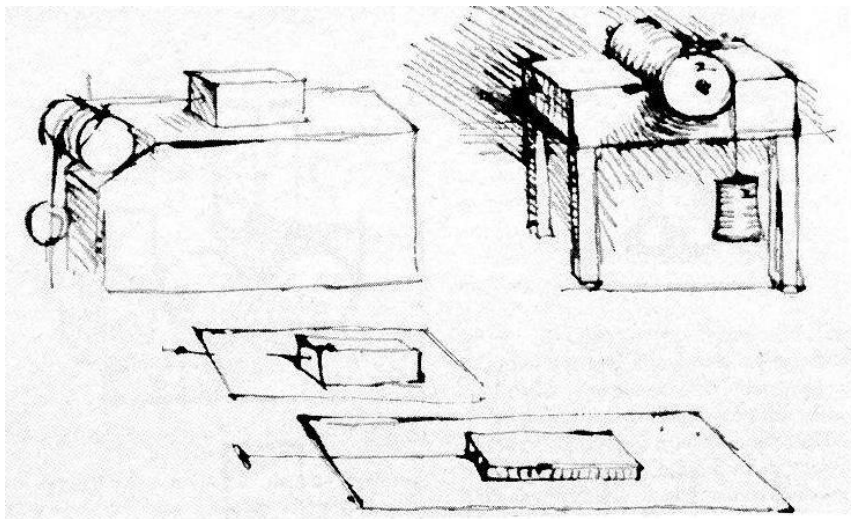


Figura 2.1. Prototipos de Da Vinci [11]

Leonardo Da Vinci definió un coeficiente de fricción como la relación entre la fuerza de fricción y la masa del cuerpo deslizante. Él encontró un coeficiente de fricción universal igual a 0.25, o valor de Bilfinger, independiente del material [11].

Guillermo Amontons al experimentar con cobre, hierro, plomo y madera en varias combinaciones, encontró resultados similares a los de Leonardo [12]. Amontson determino una fuerza de fricción igual a un tercio de la fuerza normal, y en 1699 dio a conocer sus leyes que se conocen como las leyes de fricción seca; estas leyes concuerdan con las observaciones de Da Vinci. Amontson también considero la rugosidad de las superficies para explicar la fricción y descubrió que la fuerza de fricción entre superficies de contacto es la fuerza que se requiere para levantar las asperezas entrelazadas una encima de otra durante el deslizamiento.

En 1780 Coulomb en sus investigaciones sobre fricción, encontró que la fricción dinámica es menor que la fricción estática. Además, se le atribuye la tercera ley de la fricción, en la cual a altas velocidades de deslizamiento, el coeficiente de fricción dinámica es independiente de la velocidad.

A pesar de las dificultades encontradas en las investigaciones experimentales y analíticas de la fricción seca, es utilizada como un sistema de amortiguamiento. Por ejemplo, a causa de las elevadas temperaturas alcanzadas en los alabes de la turbina de gas, la fricción seca es uno de los pocos métodos de amortiguamiento en las uniones de estructuras.

El nivel de amortiguamiento obtenido por la fricción seca depende considerablemente de la fuerza normal a las superficies de contacto.

Beards (1983) consideró la influencia de la fuerza normal en el amortiguamiento medido en placas con soportes de fricción. Demostró que es posible optimar la fuerza normal; un valor crítico de la fuerza produce un atrancamiento de las superficies de contacto reduciendo el amortiguamiento. También concluye que el amortiguamiento se puede incrementar por medio de un diseño cuidadoso, sin afectar la flexibilidad de la estructura, de las uniones a través de un tratamiento de acabado de la superficie de la unión para controlar la corrosión por la fricción (fretting).

Folkman y Redd (1990) emprendieron una investigación experimental del amortiguamiento en uniones de estructuras de barras. Su estudio demostró claramente que el amortiguamiento no es inversamente proporcional a la amplitud del desplazamiento, excepto para una orientación vertical donde el decremento logarítmico medido se incrementa con la amplitud del desplazamiento.

La influencia de la variación de la fuerza normal en el amortiguamiento y comportamiento de vigas con desplazamiento en un plano fue estudiada por Ferri y Bindemann (1992). Ellos examinaron la influencia de la geometría del soporte de fricción sobre el tipo de amortiguamiento que exhibe la estructura.

Szwedowicz (1997) aplicó esta clase de amortiguamiento al control de álabes de turbinas.

Cortés (1997) elaboró el diseño de un equipo de excitación para experimentar con el amortiguamiento por fricción seca en vigas.

Fluor Daniel, Inc. Desarrolló un sistema de disipación de energía mediante fricción llamado Energy Dissipating Restraint (EDR). El EDR se desarrolló originalmente para soportar el sistema de tuberías en plantas nucleares (Inaudi y Kelly, 1996).

Con respecto a la fuerza de impacto, Gaona (2003) analizó el problema de impacto sobre un sistema de placas con diferentes áreas de contacto y amortiguamiento por fricción seca, por medio de un análisis numérico y experimental, al variar las condiciones de operación, tales como: fuerza normal de apriete, la energía de impacto y el tamaño del área de contacto.

Espino (2004) analizó el comportamiento estático y dinámico de un amortiguador de impacto tipo elastómero, al utilizar la herramienta del elemento finito, con el propósito de verificar su diseño.

E. Rodríguez (2012) analizó el fenómeno de impacto entre un péndulo y un cubo, analizó los coeficientes de fricción de distintos tipos de superficies y desarrolló un modelo discreto en ABAQUS.

En un estudio realizado por Contreras, Se realizó el análisis experimental de un elemento vibrante con amortiguamiento que se induce por fricción y el estudio del efecto de la geometría de las paredes de contacto entre un elemento vibrante y otro que aplica una carga normal. Se concluyó que la normal generada entre los elementos de contacto es un parámetro importante en el análisis del amortiguamiento por fricción y que el contacto superficial disipa una mayor cantidad de energía por ciclo que los contactos lineales y puntuales.

La idea de representar un dominio mediante un conjunto de elementos discretos, no aparece con el MEF. En efecto, los antiguos matemáticos usaban “elementos finitos” para predecir el valor de π en forma bastante aproximada. Dicha aproximación la realizaban limitando un círculo con polígonos (inscritos o circunscritos), de tal modo que los segmentos de rectas (elementos finitos), aproximaban la circunferencia del círculo.

Arquímedes (287 a.c.) usó las mismas ideas para determinar áreas de figuras planas y volúmenes de sólidos aunque, por supuesto, no tenía el conocimiento del procedimiento de límite.

En 1909, Ritz desarrolló un método muy poderoso con el cual se puede obtener soluciones aproximadas, de problemas asociados al campo de la mecánica del

medio continuo. En este método asume la “forma” de las incógnitas involucradas en el problema, en términos de unas funciones de aproximación conocidas y unos parámetros a determinar. [24]

En 1943, Courant hizo una muy significativa extensión del método de Ritz introduciendo funciones seccionalmente continuas, definidas sobre áreas triangulares, lo cual, conjuntamente con el principio de mínima energía potencial, le permitió estudiar problemas de torsión [25].

En 1960, Clough introdujo, por primera vez el termino elemento finito, en su trabajo “The Finite Element Method in Plane Stress Analysis”. En este trabajo se presentó el MEF como una extensión de las técnicas de análisis estructural, en la solución de problemas de la mecánica del medio continuo [26].

La razón por la cual el MEF tuvo una acogida, casi inmediata en 1960, está asociada al gran desarrollo, casi simultaneo, del computador digital, mediante el cual se logra efectuar la gran cantidad de operaciones que el MEF demanda, en forma rápida y precisa; en 1943 Courant no contaba con esta poderosa herramienta de cálculo.

De acuerdo a los estudios mencionados anteriormente, la fricción seca es una opción para utilizarla como un mecanismo de disipación de energía, en casos donde elementos de maquinarias o estructuras están sometidos a impacto. Por tal motivo, para mayor comprensión de los fenómenos de impacto y la fricción entre dos cuerpos en contacto, se realizará un estudio de los parámetros principales que influyen en estos fenómenos así como introducir en el análisis la herramienta de elemento finito, que permitirá visualizar con mayor precisión estos fenómenos. El producto de este estudio será el desarrollo de un banco experimental didáctico que podrá ser utilizado por alumnos de licenciatura en ingeniería para el estudio y comprensión de dichos fenómenos.

1.2 Teoría Introductoria

1.2.1 Impacto

El problema de impacto ha sido tema de estudio a lo largo de años debido a la importancia de los problemas que genera en los sistemas mecánicos, la palabra impacto puede ser utilizado en muchos contextos pero en lo general representa un fenómeno de muy corta duración [1]. Se define como una interacción fuerte entre los cuerpos, ya sea por contacto directo o por la naturaleza de su proximidad, que dura un tiempo relativamente corto [4]. Es una excitación no periódica sobre un sistema mecánico que aparte de

caracterizarse por su corta duración también lo conforman las fuerzas de elevada magnitud y desplazamiento infinitesimal del sistema. Para que una carga se considere como de impacto su tiempo de aplicación, lapso transcurrido desde que posee una magnitud nula hasta el instante en que alcanza su valor máximo, debe ser menor que la mitad del periodo natural de la estructura excitada [2].

El impacto constituye una sollicitación dinámica que exige un tratamiento específico. Los mecanismos que lo gobiernan son de índole diversa, por lo que su modelación difiere de un caso a otro. [3].

En general, el estudio del impacto entre partes de un sistema mecánico conduce a una pérdida de energía cinética. Un impacto entre dos o más cuerpos donde la energía total del sistema no varía durante el instante del impacto se le denomina impacto elástico, cuando parte de la energía cinética se pierde se lo llama impacto inelástico y si los cuerpos permanecen unidos y se mueven como un solo cuerpo, el impacto se llama completamente inelástico o perfectamente plástico [4].

El estudio del impacto se divide en Impactos centrales directos donde los centros de masas de los cuerpos que se impactan están situados sobre la línea de impacto, e impactos centrales indirectos u oblicuos, en este caso al menos uno de los centros de masas no está situado sobre la línea de impacto [5], observar figura 1.2.

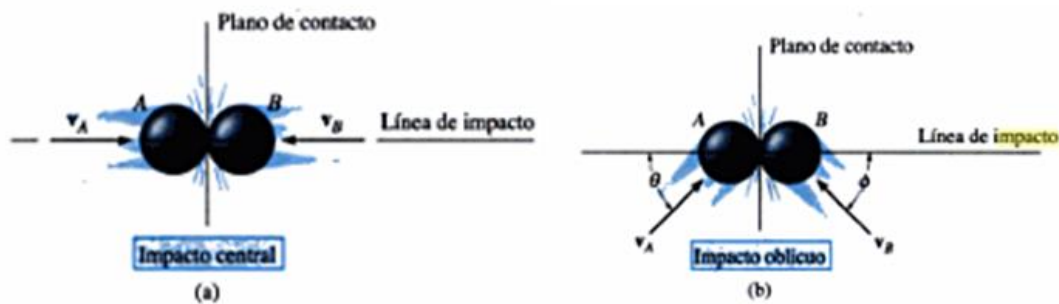


Figura 1.2. Tipos de impacto donde: a) Central y b) Oblicuo [4]

En donde para los dos casos su análisis es realizado por medio del método de la cantidad de movimiento:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \quad (1)$$

Donde: mv , es el vector de cantidad de movimiento.

m , es la masa del sistema.

v , es la velocidad de su centro de masa.

Dicho método nos permite hallar el cambio de velocidad, en el sistema, durante un intervalo de tiempo.

La velocidad de una partícula está definida como [5]:

$$v = \frac{dr}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{r(t + \Delta t) - r(t)}{\Delta t} \quad (2)$$

Donde el vector $r(t + \Delta t) - r(t)$ es el cambio de posición, o desplazamiento, durante el intervalo de tiempo Δt . La posición se define como la coordenada en que se encuentra una partícula en un tiempo t y el desplazamiento de una partícula que viaja a lo largo de una trayectoria del punto A a un punto B es la distancia en línea recta de A a B. Así la velocidad es la razón de cambio de la posición de A respecto a B.

Haciendo los análisis correspondientes de la energía cinética de un cuerpo rígido se obtienen las siguientes ecuaciones que nos permiten resolver problemas de impacto de un cuerpo rígido [5].

$$h_A = \bar{I}\omega + mvd \quad (A: \text{punto arbitrario}) \quad (3)$$

$$h_A = I_A\omega \quad (A: \text{centro instantaneo}) \quad (4)$$

$$(h_A)_1 = (h_A)_2 \quad (5)$$

$$(A_A)_{1-2} = \Delta h_A \quad (6)$$

$$\int F dt = mv_f - mv_i \quad (7)$$

$$T = \frac{1}{2}I_A\omega^2 \quad (8)$$

$$T = \frac{1}{2}m\bar{v}^2 + \frac{1}{2}\bar{I}\omega^2 \quad (9)$$

Se utiliza la ecuación impulso lineal-cantidad de movimiento y la ecuación cinético-momento angular para relacionar las velocidades, tanto lineal como angular, de los estados de pre-impacto y post-impacto. Estas ecuaciones no tendrán en cuenta la naturaleza de los materiales de los cuerpos en colisión, y por ello se necesitara información adicional para resolver estos problemas.

Por esta razón se utiliza el cociente entre el impulso sobre cada cuerpo durante el periodo de restitución y el impulso sobre cada cuerpo durante el periodo de deformación.

$$e = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} \quad (10)$$

El cociente e , denominado coeficiente de restitución, depende principalmente de los materiales de los cuerpos en colisión. [4]

1.2.2 Fricción seca

Para poder disminuir los efectos que el impacto genera sobre los sistemas mecánicos se propone el uso de la fricción como un proceso de disipación pasiva de energía. La fricción está definida como una fuerza resistente que actúa sobre un cuerpo e impide o retarda el deslizamiento del cuerpo con relación a un segundo cuerpo o superficie con las cuales este en contacto [6]. Donde, la fuerza es considerada como un “empuje” o un “jalón” ejercido por un cuerpo sobre otro y esta se caracteriza por su magnitud, su dirección y su punto de aplicación [6]. En unidades del Sistema Internacional (SI), la unidad de fuerza es el newton (N), que es la fuerza requerida para impartir a una masa de un kilogramo una aceleración de un metro por segundo cada segundo (m/s^2). En las unidades de Sistema Inglés la unidad de fuerza es la libra (lb), la cantidad requerida para acelerar una masa de un slug a un pie por segundo. La fuerza de fricción actúa siempre tangencialmente a la superficie en los puntos de contacto con otros cuerpos, y está dirigida en sentido opuesto al movimiento posible o existente del cuerpo con respecto a esos puntos.

En general, pueden ocurrir dos tipos de fricción entre superficies. La fricción fluida que existe cuando las superficies en contacto están separadas por una película de fluido y la fricción seca o fricción de Coulomb, llamada así en honor a Coulomb, que ocurre entre las superficies de cuerpos que están en contacto en ausencia de un fluido lubricante. Para este caso la fricción fluida no será tema estudio.

La disipación de energía generada por la fricción seca se conoce como amortiguamiento de Coulomb y está presente en uniones con pernos y remaches por mencionar algunos casos. La energía disipada a causa de este mecanismo es proporcional a la fuerza de fricción y a la amplitud de la vibración [7].

La teoría básica de la fricción seca se fundamenta en las siguientes hipótesis provenientes de trabajos de da Vinci, Amstons y Coulomb, [8]:

- La fuerza de fricción total que puede ser desarrollada, es independiente del área de la superficie aparente de contacto.
- La fuerza de fricción total que puede ser desarrollada es proporcional a la fuerza total que actúa sobre la superficie.
- Para el caso de deslizamientos con velocidades relativamente bajas, la fuerza total de fricción es independiente de esa velocidad.

La fricción puede ser ejemplificada mediante el sistema bloque-superficie como se ilustra en la figura 1.3.

Donde:

W = Peso del bloque, n = Reacción normal, F = Fuerza de fricción estática, m = masa, θ = Ángulo de inclinación, g = Constante gravitacional.

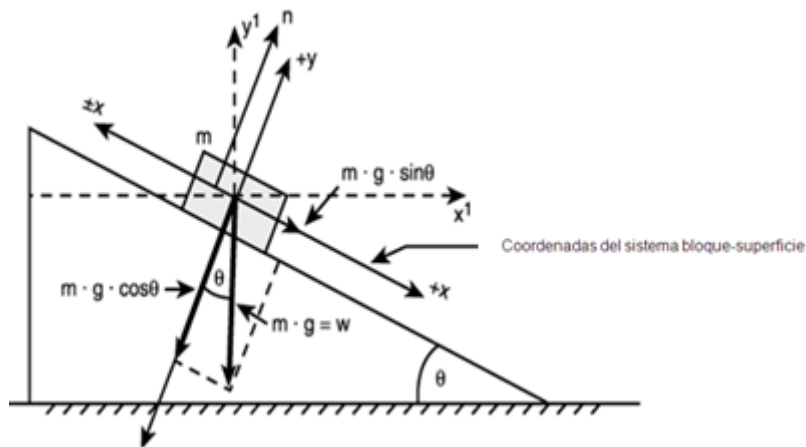


Figura 1.3. Diagrama de cuerpo libre del sistema bloque-superficie [11]

Ahora, suponga que la fuerza P es pequeña, el bloque no se moverá por influencia de la fuerza F . Esta otra fuerza F es en realidad la resultante de diversas fuerzas que actúan sobre toda la superficie de contacto entre el bloque y el plano.

Si la fuerza P aumenta, la fuerza de fricción ya no la puede equilibrar y el bloque comienza a deslizarse. En cuanto empieza a moverse el bloque, la magnitud F disminuye de F_m (Valor máximo de F) a un valor F_k , denominado fuerza de fricción cinética.

Las pruebas experimentales muestran que el máximo valor F_m de la fuerza de fricción estática es proporcional a la componente normal N de la reacción de la superficie. Así, se tiene que;

$$F_m = \mu_s N \quad (11)$$

Dónde: μ_s = Coeficiente de fricción estático.

Entonces, cuando el bloque está a punto de deslizarse, la fuerza normal N y la fuerza de F_s se combinan para crear una resultante R_s . El ángulo θ_s que R_s forma con N se llama ángulo de fricción estática. [6].

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_s}{N} = \tan^{-1} \frac{\mu_s N}{N} = \tan^{-1} \mu_s$$

Así también

$$\mu_s = \tan \theta \quad (12)$$

De forma similar, la magnitud F_k puede expresarse de la siguiente forma.

$$F_k = \mu_k N \quad (13)$$

Dónde: μ_k = Coeficiente de fricción cinética.

En este caso la resultante R_k tiene una línea de acción definida por θ_k . Este ángulo se llama ángulo de fricción cinética donde, [6]

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_k}{N} = \tan^{-1} \frac{\mu_k N}{N} = \tan^{-1} \mu_k$$

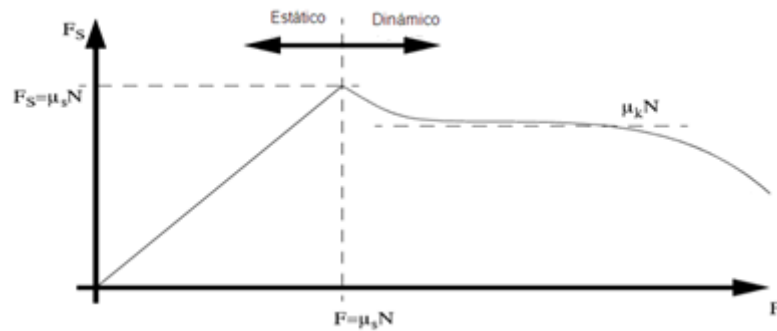
Así también

$$\mu_k = \tan \theta \quad (14)$$

A partir de lo anterior podemos observar que los coeficientes μ_s y μ_k es independiente de la masa y del área de las superficies en contacto, sino que dependen en gran medida de la naturaleza de las superficies en contacto. Por comparación, $\theta_s \geq \theta_k$.

Se entiende por masa como una propiedad fundamental del cuerpo; es decir, la masa de un cuerpo es una medida de la cantidad de materia en él. Esta es independiente de la localización del cuerpo [6]. La unidad estándar de internacional de masa es el kilogramo (kg) y es representada con la letra m y en las unidades del sistema inglés la unidad de masa es el slug. Para la interpretación de la masa, es conveniente considerar toda la materia hecha del mismo material básico. La física moderna apoya este punto de vista.

Los efectos mencionados respecto a la fricción pueden ser resumidos mediante referencia a la gráfica 1.1, la cual muestra la variación de la fuerza de fricción F contra la carga aplicada P . Aquí, la fuerza de fricción está clasificada en tres maneras diferentes: F es una fuerza de fricción estática si se mantiene el equilibrio; F es una fuerza de fricción estática límite F_m cuando alcanza un valor máximo necesario para mantener el equilibrio; y finalmente, F se llama fuerza de fricción cinética F_k cuando el deslizamiento ocurre en la superficie de contacto. Observe también en la gráfica 1.1 que para valores muy grandes de P o para velocidades altas, debido a los efectos aerodinámicos, F_k e igualmente μ_k empiezan a disminuir [6].



Gráfica 1.1. Variación de fuerza de fricción contra carga aplicada [6]

Aunque siempre se asume que el coeficiente de fricción μ es constante para un par dado de materiales en contacto, esto no siempre es cierto. Por ejemplo, el valor μ en cualquier momento depende no solo de los materiales de deslizamiento, sino también de las condiciones actuales de la interfaz de deslizamiento. El coeficiente de fricción asociado con la interfaz podría variar considerablemente en el tiempo [8].

1.2.3 Método de los Elementos Finitos

Muchos problemas de importancia que frecuentemente aparecen en ingeniería, resultan de una complejidad matemática tal que, aunque la deducción de las

ecuaciones diferenciales que gobiernan tales problemas no resulta muy difícil, su solución por métodos exactos de análisis, aun después de introducir algunas hipótesis simplificadoras, no se logra sino para ciertos problemas de geometría, condiciones de contorno y/o sistemas de carga muy particulares [23]. Por esta razón se tiene la necesidad de recurrir a métodos numéricos de solución para llegar a resultados muy aproximados.

El método de los elementos finitos (MEF), es una de las técnicas numéricas de solución más destacadas desde hace aproximadamente cuarenta años, tanto por su capacidad para modelar dominios irregulares, condiciones de contorno, no-lineales (geometrías y/o mecánicas), y/o sistemas de cargas complejos, como por la facilidad en el selecciona miento de mecanismos de aproximación de las variables involucradas en un problema específico [23].

El MEF permite obtener una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio sobre el que están definidas ciertas ecuaciones diferenciales, en forma débil o integral, que caracterizan el comportamiento físico del problema, dividiéndolo en un número elevado de subdominios no-intersectantes entre sí denominados "elementos finitos". El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio también denominada discretización. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados "nodos". Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama "malla".

Los cálculos se realizan sobre una malla de puntos, que sirven a su vez de base para discretización del dominio en elementos finitos. La generación de la malla se realiza usualmente con programas especiales llamados generadores de mallas, en una etapa previa a los cálculos que se denomina pre-proceso. De acuerdo con estas relaciones de adyacencia o conectividad se relaciona el valor de un conjunto de variables incógnitas definidas en cada nodo y denominadas grados de libertad. El conjunto de relaciones entre el valor de una determinada variable entre los nodos se puede escribir en forma de sistema de ecuaciones lineales. La matriz de dicho sistema de ecuaciones se llama matriz de rigidez del sistema. El número de ecuaciones de dicho sistema es proporcional al número de nodos [22].

En la actualidad existen distintos tipos de elementos finitos, de los cuales los más utilizados son los elementos *truss*, *beam*, *plane stress*, *plane strain*, *axisymmetric*, *membrane*, *plate*, *Shell*, *solid o brick*, *tetrahedral*, *hexahedral*, *boundary*, y *gap*.

Dependiendo la dimensión, los elementos básicos se pueden dividir en tres categorías: elemento línea, área y volumen. Truss, beam y elementos de restricción, son de línea. Plane stress, plane strain, axisymmetric, membrane, plane y Shell son elementos de área. Solid o brick, tetrahedral y hexahedral son elementos de volumen. En la figura 1.4 se observan algunos ejemplos de los tipos de elementos.

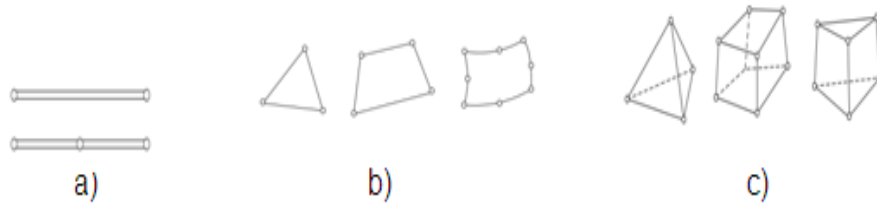


Figura 1.4. Tipos de elementos donde: a) Elementos unidimensionales, b) Elementos bidimensionales y c) Elementos tridimensionales. [23]

Capítulo II: Modelo matemático del sistema

El sistema está conformado principalmente por un péndulo, que funciona como un martillo Charpy, al que se le puede variar la masa agregando los elementos (tuercas) y una masa que recibirá la fuerza de impacto, ver anexo B. Lo anterior permitirá determinar principalmente el coeficiente de restitución de los materiales y la cantidad de energía que es aplicada a la masa impactada. Simplificando el sistema se obtiene el siguiente diagrama de cuerpo libre (DCL) de la figura 2.1.

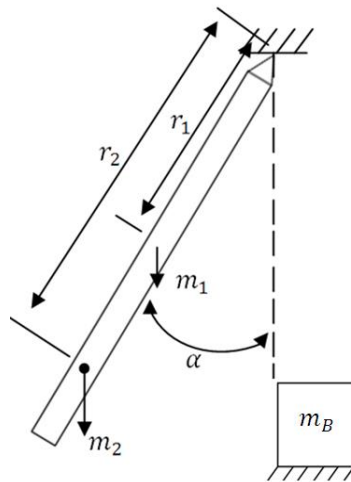


Figura 2.1. DCL del sistema péndulo-masa en reposo.

Análisis en el instante antes del impacto

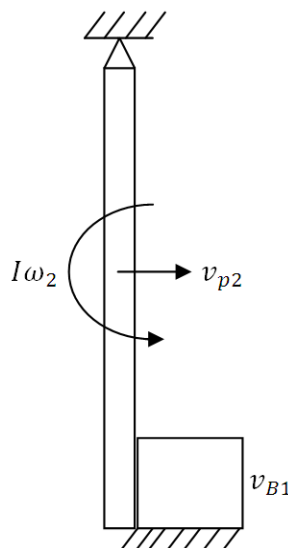


Figura 2.2. DCL del instante antes del impacto.

Datos:

$$V_1 + T_1 = V_2 + T_2 \quad (15)$$

$$V_1 = (m_1 r_1 + m_2 r_2) g (1 - \cos \alpha) \quad (16)$$

$$V_2 = 0 \quad (17)$$

$$T_1 = 0 \quad (18)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} I_o \omega_2^2 \quad (19)$$

$$I_o = I_1 + I_2 \quad (20)$$

$$I_1 = \frac{4}{3} m_1 r_1^2 \quad (\text{Tornillo}) \quad (21)$$

$$I_2 = m_2 r_2^2 \quad (\text{Tuerca (masa puntual)}) \quad (22)$$

Solución:

$$\rightarrow (m_1 r_1 + m_2 r_2) g (1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \right) \omega_2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow (g)(m_1 r_1 + m_2 r_2)(1 - \cos \alpha) = \left(\frac{2}{3} m_1 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \right) \omega_2^2 \rightarrow$$

$$\therefore \omega_2 = \sqrt{\frac{(g)(m_1 r_1 + m_2 r_2)(1 - \cos \alpha)}{\frac{2}{3} m_1 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2}} \quad (23)$$

Análisis en el instante después del impacto

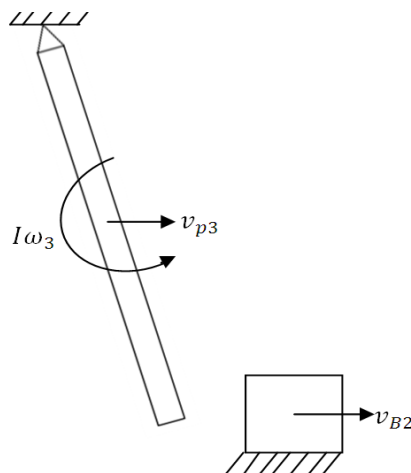


Figura 2.3. DCL del instante después del impacto.

Datos:

$$h_1 = h_2 \quad (24)$$

$$h_o = I_o + mvd \quad (25)$$

$$v = \omega r \quad (26)$$

$$e = \frac{v_{B2} - 2\omega_3 r_1}{2\omega_2 r_1} \quad (27)$$

Solución:

$$\rightarrow \left(\frac{4}{3}m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2\right)\omega_2 + m_1(\omega_2 r_1)r_1 + m_2(\omega_2 r_2)r_2 = \left(\frac{4}{3}m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2\right)\omega_3 + m_1(\omega_3 r_1)r_1 + m_2(\omega_3 r_2)r_2 + m_B v_{B2} r_1 \rightarrow$$

Donde: $v_{B2} = 2\omega_2 r_1 e + 2\omega_3 r_1$ (28)

Sustituyendo v_{B2} y simplificando

$$\rightarrow \frac{7}{3}m_1 r_1^2 \omega_2 + 2m_2 r_2^2 \omega_2 = \frac{7}{3}m_1 r_1^2 \omega_3 + 2m_2 r_2^2 \omega_3 + 2m_B \omega_2 r_1^2 e + 2m_B r_2^2 \omega_3$$

$$\rightarrow \omega_2 \left(\frac{7}{3}m_1 r_1^2 + 2m_2 r_2^2 - 2m_B r_1^2 e\right) = \omega_3 \left(\frac{7}{3}m_1 r_1^2 + 2m_2 r_2^2 + 2m_B r_1^2\right)$$

$$\therefore \omega_3 = \omega_2 \frac{\frac{7}{3}m_1 r_1^2 + 2m_2 r_2^2 - 2m_B r_1^2 e}{\frac{7}{3}m_1 r_1^2 + 2m_2 r_2^2 + 2m_B r_1^2} \quad (29)$$

Análisis del desplazamiento del objeto

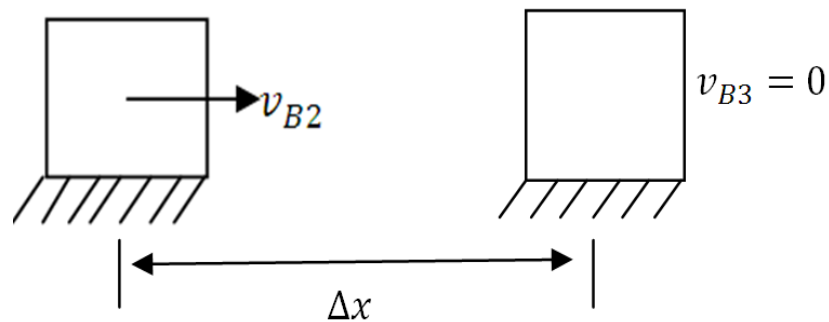


Figura 2.4. DCL del desplazamiento del objeto causado por el impacto.

Datos:

$$T_2 + U_{2 \rightarrow 3} = T_3 \quad (30)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_B (v_{B2})^2 \quad (31)$$

$$T_3 = 0 \quad (32)$$

$$U_{2 \rightarrow 3} = -F_{friccion} \Delta x \quad (\text{Energía disipada por la fricción}) \quad (33)$$

$$F = \mu N \quad (34)$$

$$N = m_B g \quad (35)$$

Solución:

$$\frac{1}{2} m_B (v_{B2})^2 - F_{friccion} \Delta x = 0$$

$$\frac{1}{2} m_B (v_{B2})^2 - \mu m_B g \Delta x = 0$$

$$\Delta x = \frac{1/2 (v_{B2})^2}{\mu g} \quad (36)$$

$$\mu = \frac{1/2 (v_{B2})^2}{g \Delta x} \quad (37)$$

$$v_{B2} = \sqrt{2 \mu g \Delta x} \quad (38)$$

Otra característica del sistema permite medir los coeficientes de fricción estático y dinámico. Se requiere poder calcular estos coeficientes de manera analítica, por lo que para el análisis se utiliza el siguiente diagrama de cuerpo libre, ver figura 1.3.

Análisis del coeficiente de fricción dinámico

$$\sum F_x = m_B g \sin \theta - \mu_k N = m_B a_x \quad (39)$$

$$\sum F_y = N - m_B g \cos \theta = 0 \quad (40)$$

$$\rightarrow N = m_B g \cos \theta \quad (41)$$

$$a_x = \frac{2d}{t^2} = g \sin \theta - \mu_k g \cos \theta \quad (42)$$

$$\therefore \mu_k = \frac{g \sin \theta - \frac{2d}{t^2}}{g \cos \theta} \quad (43)$$

θ es mayor al ángulo de movimiento inminente del objeto (θ_s)

d = Distancia recorrida

Análisis de coeficiente de fricción estático

$$F_m = \mu_s N \quad (44)$$

$$\theta_s = \tan^{-1} \frac{F_s}{N} = \tan^{-1} \frac{\mu_s N}{N} = \tan^{-1} \mu_s \quad (45)$$

$$\therefore \mu_s = \tan \theta_s \quad (46)$$

θ es el ángulo de movimiento inminente del objeto (ángulo en el que inicia su movimiento)

Capítulo III: Modelo discreto

En este capítulo se presenta el análisis numérico por elemento finito del problema de impacto. Se describen los criterios de discretización utilizados en el desarrollo del modelo y las limitaciones que se tuvieron.

Objetivo

Desarrollar un modelo discreto que proporcione datos confiables para el estudio del problema de impacto, que se asemeje a las condiciones del modelo real utilizando propiedades mecánicas reales de los materiales.

3.1 Modelo real

Para la realización de las pruebas experimentales se hizo uso del banco experimental que se observa en la fotografía 3.1, las especificaciones del banco se encuentran en el trabajo que realizo [28].



Fotografía 3.1. Banco experimental.

Los materiales utilizados para las pruebas experimentales fueron principalmente madera y papel aluminio. Para cumplir con las condiciones necesarias para las pruebas con papel aluminio se realizaron ajustes al banco y a los elementos de pruebas, ver fotografía 3.2.



Fotografía 3.2. Banco experimental ajustado

3.2 Diseño del modelo discreto

Para el diseño del modelo discreto se hizo uso del software ABAQUS versión estudiantil (esta versión tiene limitaciones), así como de tutoriales [29] y manuales [31].

3.2.1 Diseño de la estructura del banco

El primer paso para la elaboración del modelo discreto es realizar la geometría las partes que conforman el sistema a analizar y definir qué tipo de elementos serán. Las principales partes que conformaran el modelo discreto son el péndulo de impacto, el objeto que recibe el impacto, la superficie sobre la que se desliza el objeto después del impacto y un eje sobre el que rota nuestro péndulo. Se crean puntos de referencia para cada parte.

Se asignan propiedades de masa e inercia en los puntos de referencia al péndulo, el objeto impactado y al eje.

Se modelan como elementos deformables al péndulo y al objeto impactado, y como elementos discretamente rígidos a la superficie de deslizamiento y al eje de rotación, las consideraciones anteriores permiten simplificar el modelo y disminuir el tiempo de cómputo.

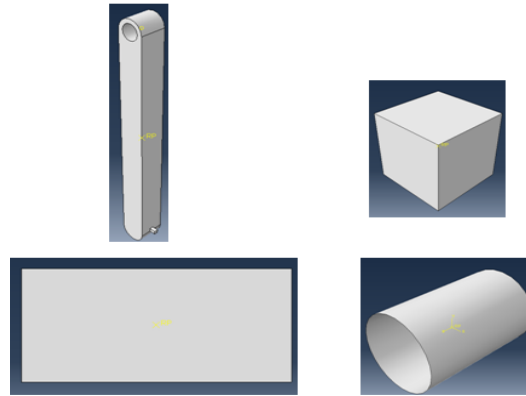


Figura. 3.1. Péndulo de impacto, objeto impactado (cubo), superficie de deslizamiento y eje de rotación.

3.2.2 Definición de Propiedades

El siguiente paso en la elaboración del modelo es definir un material y sus propiedades. Se definió la madera con las siguientes propiedades, se consideró como un material isotrópico por lo que el módulo de elasticidad $E=10$ GPa, relación de Poisson $\nu_{LR}= 0.35$ son propiedades con respecto a una sola dirección, densidad $\rho= 729.2$ kg/m³ (péndulo) y $\rho= 380$ kg/m³ (cubo) [30]. El material creado se asignara al componente que le corresponde, los componentes que están definido como discretamente rígidos no se les asigna material.

3.2.3 Ensamblaje

Como tercer paso en el desarrollo del modelo discreto es el ensamblado de las partes. El ensamblaje final se puede apreciar en la figura 3.4, donde el ángulo de inclinación del péndulo será distinto para cada caso de análisis.

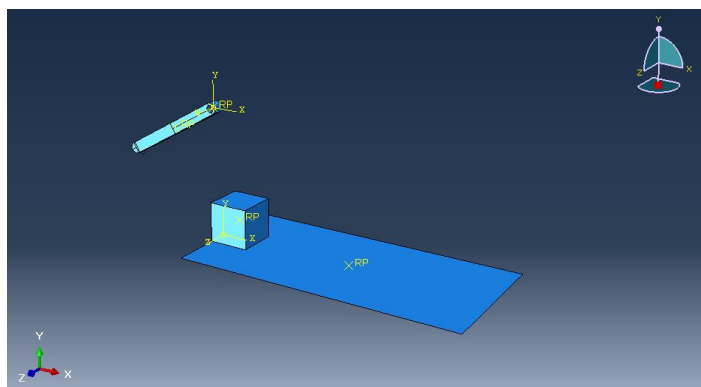


Figura 3.2. Ensamblaje

3.2.4 Definición del tipo de análisis

El fenómeno a analizar es del tipo dinámico, ABAQUS nos proporciona distintas opciones con respecto al tipo de análisis a realizar. Para este caso se definió como Dynamic, Explícit.

Se solicitaron como datos de salida la energía cinética, el desplazamiento con respecto al eje "x" de un nodo del cubo y las velocidades del péndulo y el cubo. El tiempo de análisis se definió para un segundo del fenómeno y en 200 intervalos.

3.2.5 Interacciones

Las interacciones definidas son del tipo contacto superficie-superficie. Las interacciones que se consideraron en este fenómeno son entre la superficie de deslizamiento y el cubo, y la cara de la punta de contacto del péndulo y el cubo.

Para la interacción entre el cubo y la superficie de deslizamiento, se definieron los contactos Normal (Hard Contact) y tangencial (Penalty). El coeficiente de fricción utilizado dependió de los materiales en contacto.

Para la interacción entre el péndulo y el cubo, se definieron los contactos Normal (Hard Contact) y tangencial (Frictionless). La opción Frictionless indica que no se considera la fricción entre esas dos superficies.

Así también se consideró un Constrain (Restricción) del tipo *Tie (Empatar)* entre el eje y el péndulo.

3.2.6 Condiciones de frontera.

Las condiciones de fronteras consideradas fueron:

- a) El Eje solo tendrá rotación en "z".
- b) El Cubo no tendrá rotación sobre "x".
- c) La superficie de deslizamiento estará empotrado en todo momento.

- d) La carga que se define solamente es la gravedad sobre “y” de forma negativa.

Todas las condiciones son asignadas en los puntos de referencia excepto la carga (gravedad).

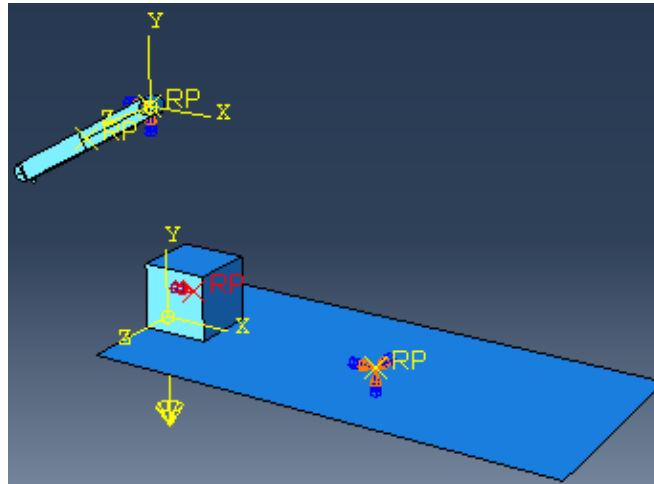


Figura 3.3. Condiciones de frontera.

3.2.7 Mallado

Como se mencionó con anterioridad la versión estudiantil de ABAQUS tiene limitaciones, una de ellas se encuentra en el número de nodos máximos que debe tener el sistema, por lo tanto, el mallado que se utilizó es burdo, como se observa en la figura 3.6.

En el momento de realizar el mallado, ABAQUS automáticamente define el tipo de elemento y malla a utilizar, para simplificaciones de tarea se respeta este mallado.

Para realizar el mallado del péndulo primero se realizan particiones con ayuda de la herramienta Tools-Partition, este componente no se podrá mallar si no es particionado.

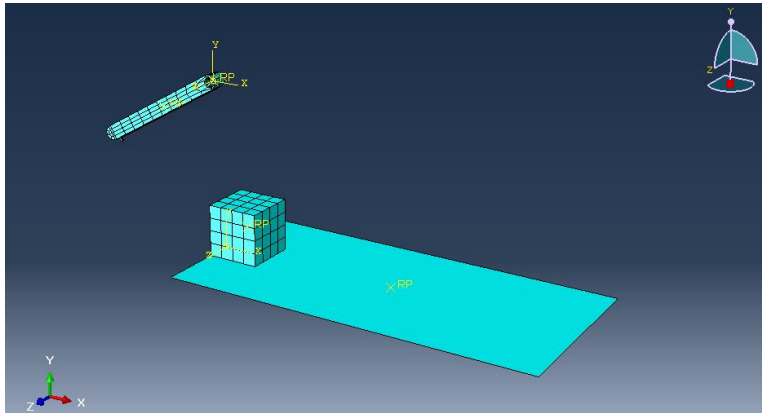


Figura 3.4. Mallado del sistema.

3.2.8 Análisis

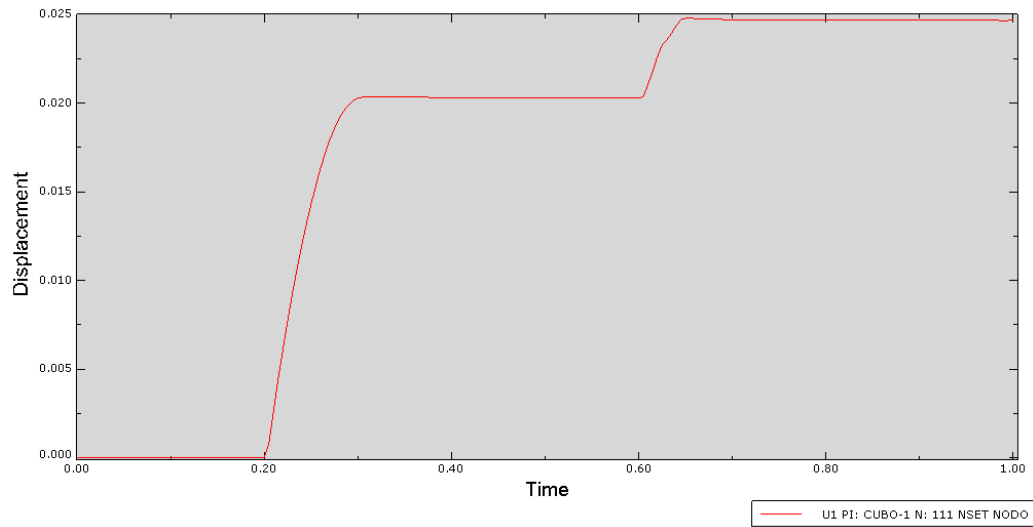
Para el análisis se creó un *job* con el nombre de Péndulo- Impacto y como descripción “péndulo es considerado un componente deformable”, las demás opciones que se asignan por default son aceptadas.

3.2.9 Visualización

Un dato importante que se necesita observar es el desplazamiento que sufre el cubo después del impacto, este desplazamiento puede ser visualizado de dos maneras, la primera es por medio de la opción *Animate-Time History*, donde se puede observar la animación del movimiento, ver figura 15, y la segunda es por medio de *Tools-XData* que proporciona la gráfica del desplazamiento del nodo, definido con anterioridad, en el eje “x” con respecto al tiempo, grafica 3.1.



Figura 3.5. Visualización por medio del Animate-Time History en el momento del impacto.



Gráfica 3.1. Desplazamiento del nodo 111, localizado en la cara del cubo que recibe el impacto, en “x” con respecto al tiempo.

Capítulo IV: Resultados experimentales y teóricos

En este capítulo se presentan los resultados experimentales y teóricos obtenidos de las simulaciones. El procedimiento utilizado en la experimentación fue de acuerdo a la guía de práctica del anexo A.

4.1 Materiales utilizados en la experimentación

- Banco experimental [28].
- Dos cubos de madera 7 x 7 x 7 cm con perforación en una cara de 2 x 2 x 2 y masas de 0.146 kg y 0.149 kg.
- Dos cubos de madera 2 x 2 x 2 cm con una masa de 0.004 cada uno.
- Papel Aluminio.
- Cinta Adhesiva.

4.2 Tablas y gráficas de resultados

Tabla 4.1

Resultados experimentales para coeficiente de fricción dinámica					
Material	Masa	d	θ	tiempo	μ
Madera-	0,146 kg	0,47 m	20°	0,9 seg.	0,25
Madera	0,304 kg	0,47 m	20°	1,05 seg.	0,28
P. Aluminio-	0,146 kg	0,47 m	20°	1,2 seg.	0,3
Madera	0,304 kg	0,47 m	20°	1,1 seg.	0,287
P. Aluminio-	0,146 kg	0,47 m	20°	1,7 seg.	0,33
P. Aluminio	0,304 kg	0,47 m	20°	1,6 seg.	0,327

Tabla 4.2

Resultados experimentales para coeficiente de fricción estática			
Material	Masa	θ	μ
Madera-Madera	0,15 kg	23° ± 1°	0,404-0,44
P. Aluminio-Madera	0,15 kg	17°	0,306
P. Aluminio-P. Aluminio	0,15 kg	16° ± 1°	0,268-0,306

Tabla 4.3

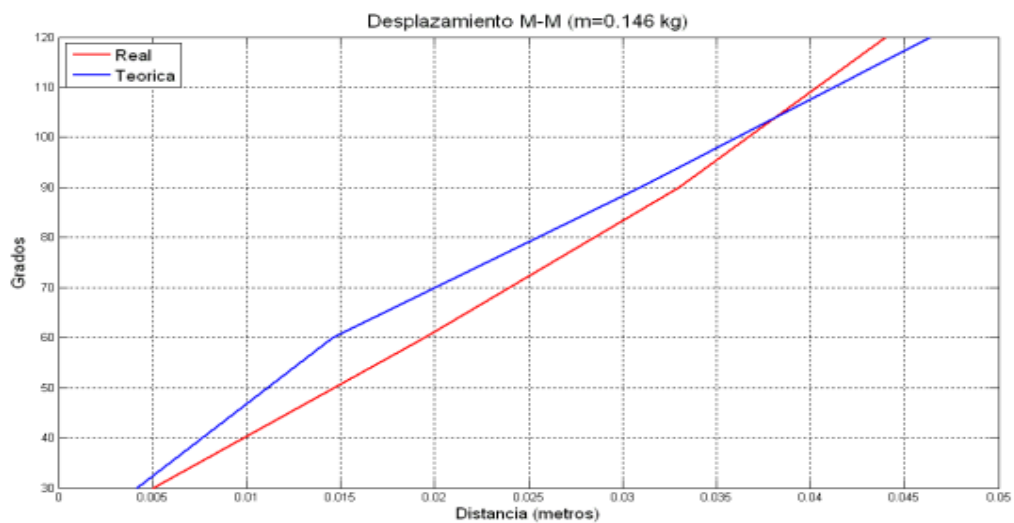
Resultados experimentales de pruebas de impacto (Desplazamientos)						
θ	0,146 kg			0,150 kg		
	M-M ($\mu=0,25$)	A-M ($\mu=0,3$)	A-A ($\mu=0,327$)	M-M ($\mu=0,25$)	A-M ($\mu=0,3$)	A-A ($\mu=0,327$)
15	0,001 m	0,001 m	0,001 m	0,001 m	0,001 m	0,001 m
30	0,005 m	0,005 m	0,003 m	0,004 m	0,005 m	0,002 m
45	0,01 m	0,011 m	0,0075 m	0,01 m	0,009 m	0,005 m
60	0,0195 m	0,0165 m	0,014 m	0,017 m	0,015 m	0,014 m
75	0,026 m	0,024 m	0,02 m	0,023 m	0,024 m	0,02 m
90	0,033 m	0,03 m	0,028 m	0,029 m	0,0285 m	0,027 m
105	0,0385 m	0,037 m	0,035 m	0,0335 m	0,0325 m	0,03 m
120	0,044 m	0,042 m	0,04 m	0,04 m	0,0385 m	0,034 m

Tabla 4.4

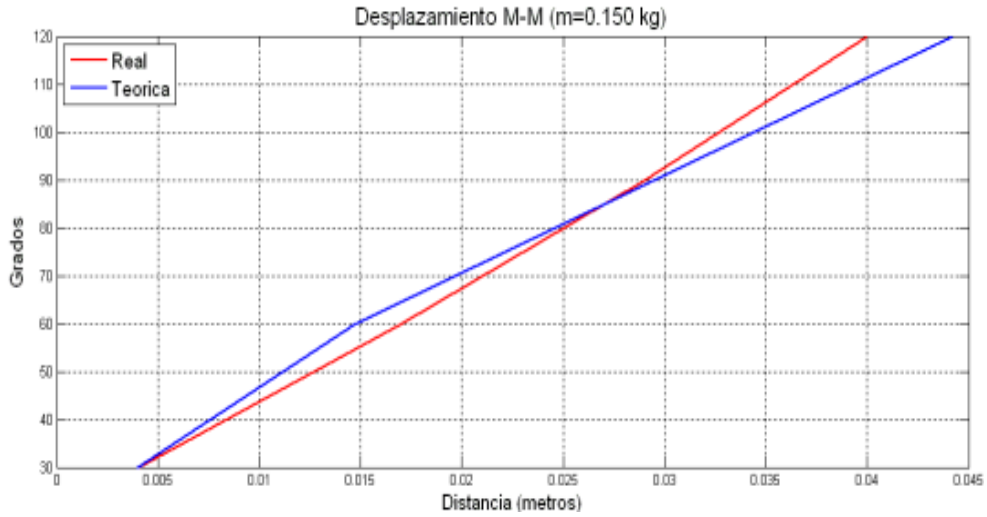
Desplazamientos teóricos						
θ	0,146 kg			0,150 kg		
	M-M ($\mu=0,25$)	A-M ($\mu=0,3$)	A-A ($\mu=0,327$)	M-M ($\mu=0,25$)	A-M ($\mu=0,3$)	A-A ($\mu=0,327$)
30	0,00414 m	0,003608 m	0,00316 m	0,00395 m	0,00344 m	0,00302 m
60	0,0146 m	0,01346 m	0,01181 m	0,01473 m	0,01284 m	0,01126 m
90	0,0309 m	0,02693 m	0,02383 m	0,02947 m	0,02568 m	0,02253 m
120	0,04636 m	0,04043 m	0,03544 m	0,0442 m	0,03852 m	0,0338 m

Tabla 4.5

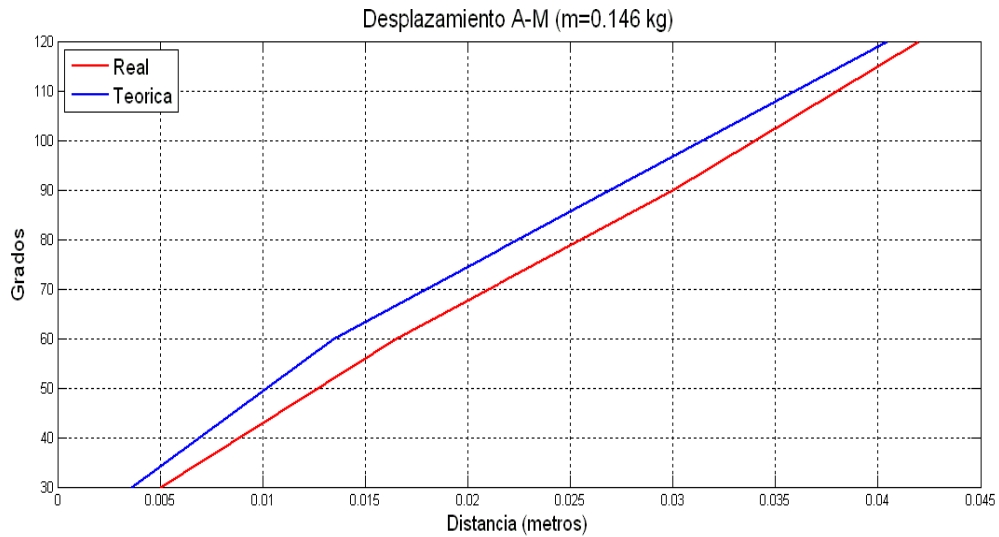
Energía disipada por la fricción						
θ	0,146 kg			0,150 kg		
	M-M ($\mu=0,25$)	A-M ($\mu=0,3$)	A-A ($\mu=0,327$)	M-M ($\mu=0,25$)	A-M ($\mu=0,3$)	A-A ($\mu=0,327$)
30	0,001482 J	0,00155 J	0,00148 J	0,001453 J	0,00518 J	0,001453 J
60	0,005532 J	0,00578 J	0,00553 J	0,00542 J	0,005668 J	0,005418 J
90	0,01106 J	0,01157 J	0,011067 J	0,01084 J	0,01133 J	0,01084 J
120	0,0166 J	0,01737 J	0,0166 J	0,01453 J	0,017 J	0,01626 J



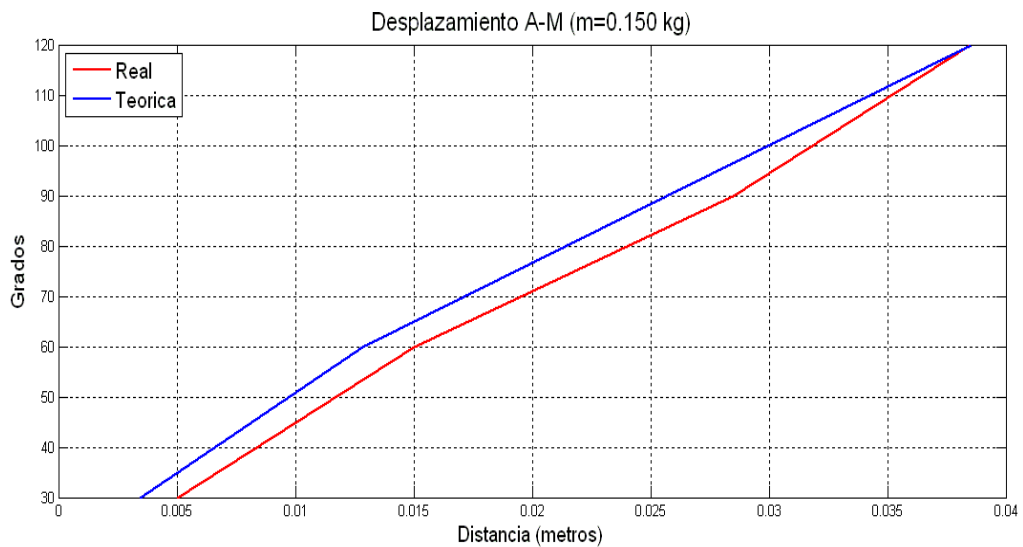
Gráfica 4.1. Desplazamiento teórico y real para Madera-Madera.



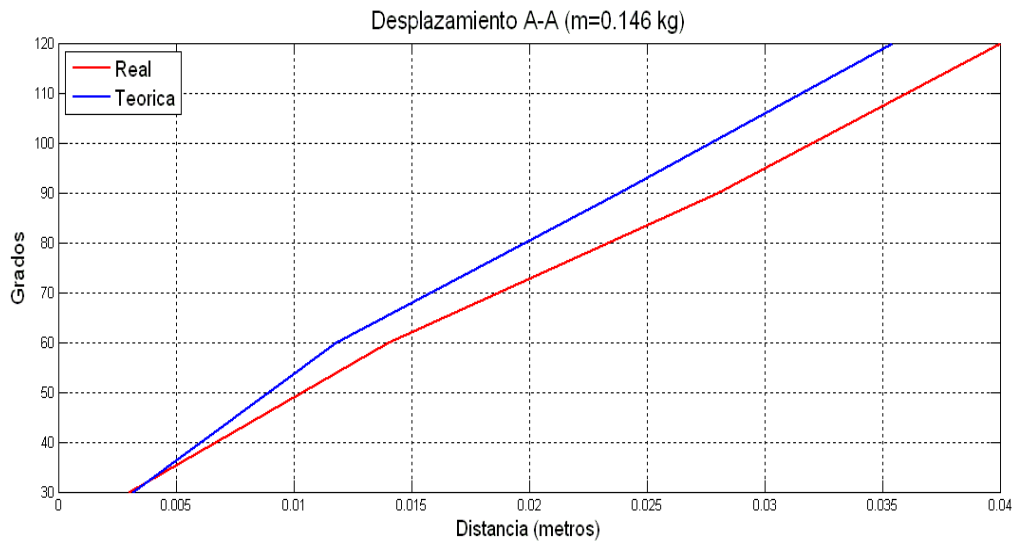
Gráfica 4.2. Desplazamiento teórico y real para Madera-Madera.



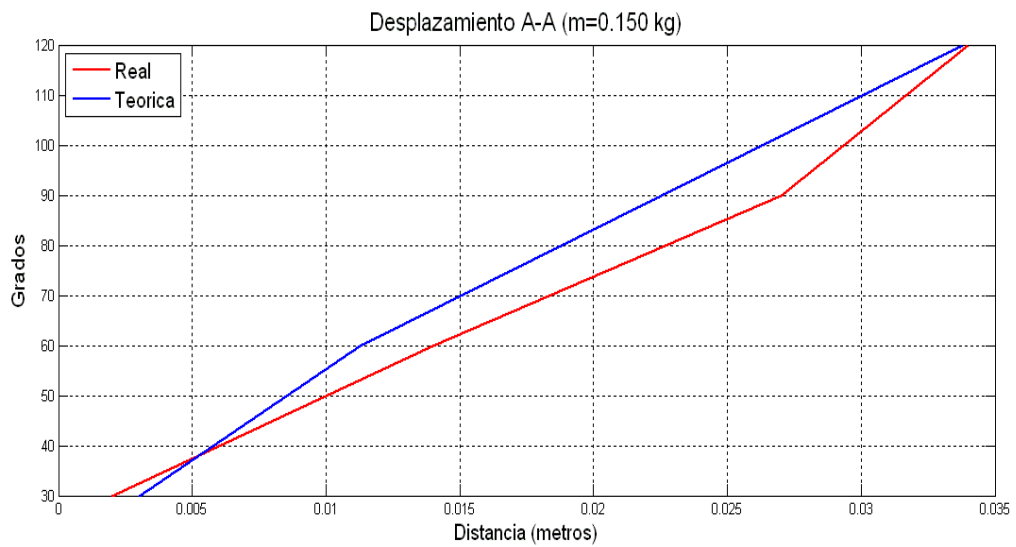
Gráfica 4.3. Desplazamiento teórico y real para P. Aluminio-Madera.



Gráfica 4.4. Desplazamiento teórico y real para P. Aluminio-Madera



Gráfica 4.5. Desplazamiento teórico y real para P. Aluminio-P. Aluminio.



Gráficas 4.6. Desplazamiento teórico y real para P. Aluminio-P. Aluminio.

Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones

A continuación se presentan las conclusiones que se obtuvieron del trabajo:

- a) Analizando la tabla 4.1, se comprueba que el coeficiente de fricción de los materiales es independiente de su masa. Aunque se tuvieron variaciones en los valores de los coeficientes para las distintas masas, se puede concluir de esta forma por que las variaciones son mínimas y las condiciones en que se realizaron las pruebas no estaban completamente controladas.
- b) No se obtuvieron los valores de coeficientes de fricción del aluminio, tanto estática como dinámica, que se esperaban según la teoría. Los resultados obtenidos pueden ser causa de que el aluminio utilizado no es puro y sea una aleación con metales como el zinc, también otro aspecto que pudo influir es el proceso de laminado al que es sometido el papel aluminio a la hora de ser fabricado. Pero se observa que los valores obtenidos, aunque sean menores al esperado, presentan consistencia con respecto a los cambios de masa y ángulos de impacto.
- c) Analizando las gráficas 4.1 a la 4.6 se observa que el modelo matemático desarrollado permite predecir el fenómeno de impacto con una proximidad aceptable. Se observa que los desplazamientos obtenidos de manera teórica son mayores, en la mayoría de los casos, a los desplazamientos reales, esto puede ser causa de las condiciones en que se realizaron las pruebas y variables que no se consideran en el modelo matemático.
- d) Analizando la tabla 4.5, se concluye que la disipación de energía puede ser mayor entre dos superficies de distinto material que entre dos del mismo material, aunque el coeficiente de fricción del primer caso sea menor que del segundo. También se concluye que la masa influye en la cantidad de energía que se disipa por medio de la fricción.
- e) Las simulaciones realizadas en ABAQUS se aproximaron a los resultados reales pero en algunos casos las diferencias de resultados fueron altas. Esto puede ser causado por las consideraciones realizadas en las propiedades de la madera y las condiciones de contacto.
- f) Considerando las limitaciones que se tuvieron con el banco experimental utilizado en el desarrollo de las pruebas, se concluyó con el rediseño de del banco experimental buscando cubrir las necesidades que se tuvieron en la experimentación y aumentar el control de las condiciones en que se realizan las pruebas.

De acuerdo a las conclusiones anteriores se dan las siguientes recomendaciones.

- a) Construir el nuevo diseño del banco experimental y realizar las pruebas conforme a la guía de práctica del anexo A.
- b) Ajustar el modelo discreto al nuevo diseño del banco experimental, revisar las consideraciones realizadas en el modelo discreto actual y hacer uso de una versión profesional del software ABAQUS.
- c) Utilizar materiales más adecuados, en lugar de papel aluminio utilizar una placa de aluminio, así como evitar aleaciones en algunos materiales.
- d) Utilizar distintas geometrías de contacto y masas en lo objetos de prueba.
- e) Aumentar el número de datos teóricos y experimentales para la comparación de resultados.

Anexo A

Guía de práctica para la experimentación.

Practica 1: Estudio del problema de impacto y disipación de energía por fricción seca.

Practica 1.1: Determinación del coeficiente de fricción estática y dinámica.

Objetivo:

Determinar el coeficiente de fricción estática y dinámica entre dos superficies del mismo material o distinto.

Descripción del experimento:

El experimento consiste en colocar un objeto de masa variable sobre un plano cuyo ángulo θ respecto a la horizontal es posible variar y fijar. Figura (1).

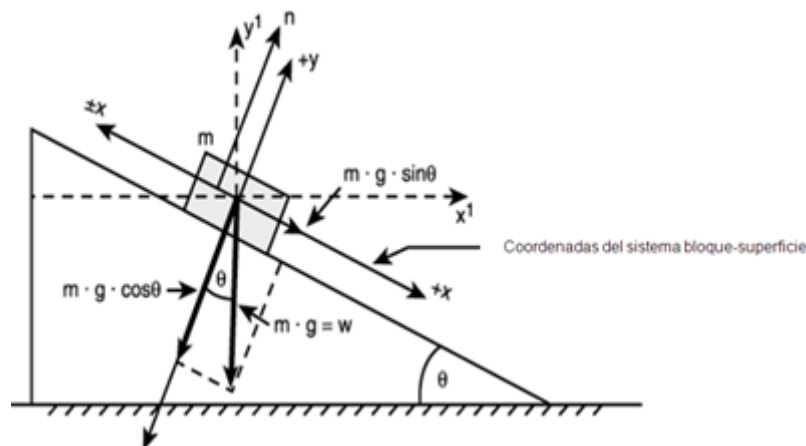


Figura 1. Diagrama de cuerpo libre del sistema bloque-superficie [11]

Si el objeto es colocado sobre el plano, y se comienza a incrementar el ángulo θ del plano respecto a la horizontal hasta que el objeto está a punto de iniciar su movimiento, se llegará al punto en que la fuerza de fricción $F_s = F_m$ (fuerza máxima), así que se tiene:

$$F_m = \mu_s N \tag{1}$$

Dónde: μ_s = Coeficiente de fricción estático.

Entonces, cuando el bloque está a punto de deslizarse, la fuerza normal N y la fuerza de F_s se combinan para crear una resultante R_s . El ángulo θ_s que R_s forma con N se llama ángulo de fricción estática. [6].

$$\theta_s = \tan^{-1} \frac{F_s}{N} = \tan^{-1} \frac{\mu_s N}{N} = \tan^{-1} \mu_s \quad (2)$$

Así también

$$\mu_s = \tan \theta_s \quad (3)$$

Si la inclinación es tal que $\theta > \theta_s$, provocando que el objeto se deslice sobre el plano, entonces entrara en acción la fricción dinámica, de manera que del diagrama del cuerpo libre se obtiene:

$$\sum F_x = m_B g \sin \theta - \mu_k N = m_B a_x \quad (4)$$

$$\sum F_y = N - m_B g \cos \theta = 0 \quad (5)$$

$$\rightarrow N = m_B g \cos \theta \quad (6)$$

$$a_x = \frac{2l}{t^2} = g \sin \theta - \mu_k g \cos \theta \quad (7)$$

$$\therefore \mu_k = \frac{g \sin \theta - \frac{2l}{t^2}}{g \cos \theta} \quad (8)$$

θ es mayor al ángulo de movimiento inminente del objeto (θ_s).

Procedimiento

Recomendación: antes de iniciar con el experimento, es necesario limpiar las superficies que estarán en contacto con un trapo húmedo y limpio, para eliminar residuos que puedan afectar los resultados, y dejar secar las superficies.

Estudio del coeficiente de fricción estático.

1º Escoger los primeros dos materiales a estudiar, la placa y el objeto. Colocar la placa en el banco y fijarla.

2º Colocar el objeto sobre el plano, con un ángulo cero.

3º Colocar las restricciones del plano de tal forma que tengan un ligero contacto con los costados del objeto. No deben impedir el libre desplazamiento del objeto.

4º Aumentar el ángulo de inclinación gradualmente, hasta que el objeto esté a punto de iniciar su movimiento, ángulo de movimiento inminente. Anotar en la tabla 1 el valor del ángulo de inclinación (promedio).

5º Repetir los pasos anteriores cinco veces.

6º Aumentar la masa del objeto, colocando el peso extra, y repetir los pasos 1, 2, 3 y 4, cinco veces. Anotar el ángulo medido (promedio) en la tabla 1.

7º Calcular el coeficiente de fricción estático, para cada caso, con ayuda de la ecuación (3) y anotar el resultado en la tabla 1.

8º Cambiar la forma del objeto, sin cambiar el material, y repetir los pasos 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

9º Repetir los pasos del 1 al 8 con los distintos materiales que se disponen, logrando la combinación de todos.

TABLA 1				
Materiales	Forma del objeto	Masa	Ángulo θ	Coeficiente μ_s

Estudio del coeficiente de fricción dinámico.

10º Escoger los primeros dos materiales a estudiar, la placa y el objeto. Colocar la placa en el banco y fijarla.

11º Colocar el objeto sobre el plano, con un ángulo cero.

12º Aumentar el ángulo de inclinación del plano, hasta lograr el movimiento inminente. Fijar el plano a un ángulo mayor al del movimiento inminente, de manera que el objeto se deslice una vez que ha sido colocado sobre la superficie.

13º Coloque el objeto en la parte más alta del plano, suelte y mida el tiempo en el que el recorre la longitud del plano. Repita la operación cinco veces y anote el valor promedio de los tiempos en la tabla 2.

14º Calcular el coeficiente de fricción dinámico con el tiempo obtenido, utilizando la ecuación (8), y anote el valor en la tabla 2.

15º Incremente el valor del ángulo θ y repita los pasos 13 y 14.

16º Incremente la masa del objeto y repita los pasos 11, 12, 13, 14 y 15.

17º Cambiar la forma del objeto, sin cambiar el material, y repetir los pasos 11, 12, 13, 14, 15 y 16.

18º Repetir los pasos del 11 al 14 con los distintos materiales que se disponen, logrando la combinación de todos.

TABLA 2					
Materiales	Forma del objeto	Masa	Ángulo θ	Tiempo	Coefficiente μ_k

Preguntas:

1º ¿Qué sucede con el coeficiente de fricción estática al cambiar la masa del objeto?

2º ¿Qué sucede con la fuerza de fricción estática máxima al cambiar la masa del objeto?

3º ¿Qué sucede con coeficiente de fricción estática cuando se cambia el ángulo de inclinación?

4º ¿Qué sucede con la fuerza normal cuando se cambia el ángulo de inclinación?

5º ¿Qué sucede con el coeficiente de fricción estática al cambiar la forma del objeto pero sin cambiar el material?

6º ¿Qué sucede con el coeficiente de fricción dinámica y el tiempo al cambiar la masa del objeto?

7º ¿Qué sucede con coeficiente de fricción dinámica y el tiempo cuando se cambia el ángulo de inclinación?

8º ¿Qué sucede con el coeficiente de fricción dinámica y el tiempo al cambiar la forma del objeto pero sin cambiar el material?

Practica 1.2: Determinación del coeficiente de restitución y energía disipada por la fricción.

Objetivo:

Determinar el coeficiente de restitución de un objeto y la cantidad de energía que es disipada por la fricción entre el objeto y una superficie, dependiendo el material del que está hecho y su forma.

Descripción del experimento:

El experimento consiste en impactar un objeto de masa variable que está colocado sobre un plano horizontal, con un martillo que también su masa puede ser variada. El impacto será siempre en el centro de masa del objeto.

El martillo será colocado en un ángulo α como se observa en la figura (2), se soltara de tal forma que impactara al objeto en su centro de masa proporcionándole un desplazamiento que será medido.

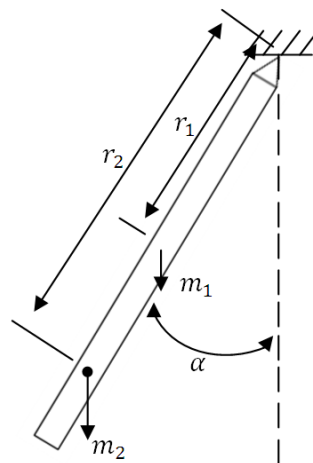


Figura 2. Martillo de impacto.

Análisis en el instante antes del impacto

Datos:

$$V_1 + T_1 = V_2 + T_2 \quad (9)$$

$$V_1 = (m_1 r_1 + m_2 r_2) g (1 - \cos \alpha) \quad (10)$$

$$V_2 = 0 \quad (11)$$

$$T_1 = 0 \quad (12)$$

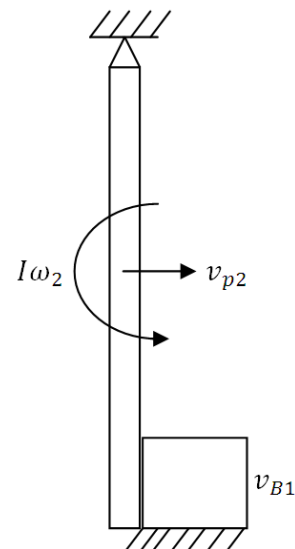


Figura 3. DCL del instante antes del impacto.

$$T_2 = \frac{1}{2} I_o \omega_2^2 \quad (13)$$

$$I_o = I_1 + I_2 \quad (14)$$

$$I_1 = \frac{1}{3} m_1 r_1^2 \quad (\text{Tornillo}) \quad (15)$$

$$I_2 = m_2 r_2^2 \quad (\text{Tuerca (masa puntual)}) \quad (16)$$

Solución:

$$\rightarrow (m_1 r_1 + m_2 r_2) g (1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \right) \omega_2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow (g)(m_1 r_1 + m_2 r_2)(1 - \cos \alpha) = \left(\frac{2}{3} m_1 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \right) \omega_2^2 \rightarrow$$

$$\therefore \omega_2 = \sqrt{\frac{(g)(m_1 r_1 + m_2 r_2)(1 - \cos \alpha)}{\frac{2}{3} m_1 r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 r_2^2}} \quad (17)$$

Análisis en el instante después del impacto

Datos:

$$h_1 = h_2 \quad (18)$$

$$h_o = I_o + mvd \quad (19)$$

$$v = \omega r \quad (20)$$

$$e = \frac{v_{B2} + 2\omega_3 r_1}{2\omega_2 r_1} \quad (21)$$

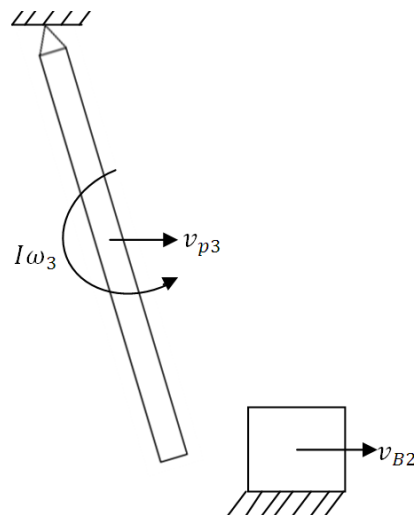


Figura 4. DCL del instante después del impacto.

Solución:

$$\rightarrow \left(\frac{4}{3}m_1r_1^2 + m_2r_2^2\right)\omega_2 + m_1(\omega_2r_1)r_1 + m_2(\omega_2r_2)r_2 = \left(\frac{4}{3}m_1r_1^2 + m_2r_2^2\right)\omega_3 + m_1(\omega_3r_1)r_1 + m_2(\omega_3r_2)r_2 + m_Bv_{B2}r_1 \rightarrow$$

$$\text{donde: } v_{B2} = 2\omega_2r_1e + 2\omega_3r_1 \quad (22)$$

Sustituyendo v_{B2} y simplificando

$$\rightarrow \frac{7}{3}m_1r_1^2\omega_2 + 2m_2r_2^2\omega_2 = \frac{7}{3}m_1r_1^2\omega_3 + 2m_2r_2^2\omega_3 + 2m_B\omega_2r_1^2e + 2m_Br_1^2\omega_3$$

$$\rightarrow \omega_2 \left(\frac{7}{3}m_1r_1^2 + 2m_2r_2^2 - 2m_Br_1^2e\right) = \omega_3 \left(\frac{7}{3}m_1r_1^2 + 2m_2r_2^2 + 2m_Br_1^2\right)$$

$$\therefore \omega_3 = \omega_2 \frac{\frac{7}{3}m_1r_1^2 + 2m_2r_2^2 - 2m_Br_1^2e}{\frac{7}{3}m_1r_1^2 + 2m_2r_2^2 + 2m_Br_1^2} \quad (23)$$

Análisis del desplazamiento del objeto

Datos:

$$T_2 + U_{2 \rightarrow 3} = T_3 \quad (24)$$

$$T_2 = \frac{1}{2}m_B(v_{B2})^2 \quad (25)$$

$$T_3 = 0 \quad (26)$$

$$U_{2 \rightarrow 3} = -F_{friccion}\Delta x \quad (27)$$

$$F = \mu N \quad (28)$$

$$N = m_Bg \quad (29)$$

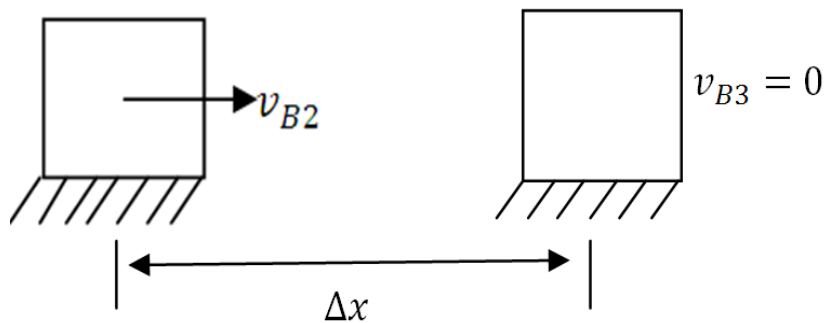


Figura 5. DCL del desplazamiento del objeto causado por el impacto.

Solución:

$$\frac{1}{2}m_B(v_{B2})^2 - F_{friccion}\Delta x = 0$$

$$\frac{1}{2}m_B(v_{B2})^2 - \mu m_Bg\Delta x = 0$$

$$\Delta x = \frac{1/2(v_{B2})^2}{\mu g} \quad (30)$$

$$\mu = \frac{1/2 (v_{B2})^2}{g\Delta x} \quad (31)$$

$$v_{B2} = \sqrt{2\mu g\Delta x} \quad (32)$$

Procedimiento

Recomendación: antes de iniciar con el experimento, es necesario limpiar las superficies que estarán en contacto con un trapo húmedo y limpio, para eliminar residuos que puedan afectar los resultados, y dejar secar las superficies.

1º Escoger los primeros dos materiales a estudiar, la placa y el objeto. Colocar la placa en el banco y fijarla.

2º Colocar el martillo de impacto en un ángulo cero.

3º Colocar el objeto en el plano de tal forma que tenga un ligero contacto con el punto de impacto del martillo, y que el punto de impacto del martillo este exactamente a la altura del centro de masa del objeto, sino es así hay que mover la pieza de impacto aflojando las tuercas de fijación, desplazando hasta q llegue a la altura deseada y volviendo a apretar las tuercas de fijación.

4º Colocar las restricciones del plano de tal forma que tengan un ligero contacto con los costados del objeto. No deben impedir el libre desplazamiento del objeto.

5º Colocar el martillo a un ángulo α_1 , anotar el valor en la tabla 3, y dejar caer.

6º Medir el desplazamiento del objeto.

7º Repetir los pasos 5 y 6 cinco veces y anotar el valor promedio del desplazamiento en la tabla 3.

8º Calcular el valor de la energía cinética disipada por la fricción y el coeficiente de restitución con las ecuaciones mencionadas anteriormente. El valor del coeficiente de fricción dinámica será tomado de la tabla 2 de la práctica anterior de acuerdo a la combinación de materiales, la masa del objeto y su forma.

9º Colocar las restricciones de tal manera que no tengan contacto con el objeto y repetir los pasos 2, 3, 4, 5 y 6. Observe y anote sus conclusiones.

10º Repetir los pasos 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 incrementando solamente la masa del objeto.

11º Repetir los pasos 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 incrementando solamente la masa del martillo.

12º Cambiar la forma del objeto, sin cambiar el material, y repetir los pasos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 y 11.

13º Repetir los pasos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11 y 12 con un valor α_2 .

14º Repetir los pasos del 1 al 13, excepto el 9, con los distintos materiales que se disponen, logrando la combinación de todos.

TABLA 3					
Materiales	Forma del objeto	Masa del objeto	Masa del martillo	Ángulo α	Δx

Preguntas:

1º ¿Qué sucede con el desplazamiento y el coeficiente de restitución del objeto al cambiar su masa?

2º ¿Qué sucede con el desplazamiento y el coeficiente de restitución del objeto al cambiar la masa del martillo?

3º ¿Qué sucede con el desplazamiento y el coeficiente de restitución del objeto al cambiar el ángulo?

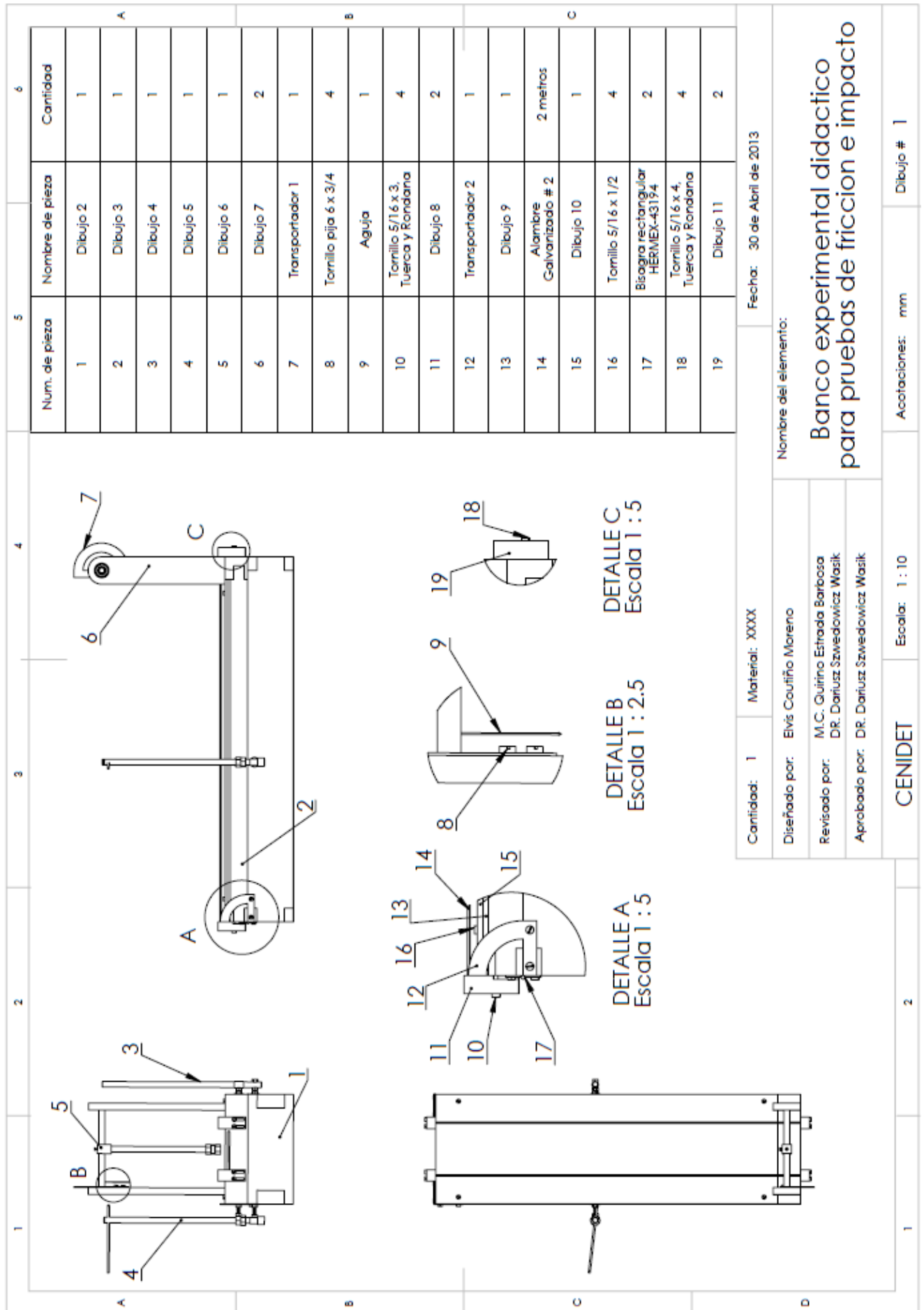
4º ¿Qué sucede con el desplazamiento y el coeficiente de restitución del objeto al cambiar la forma del objeto, pero sin cambiar el material?

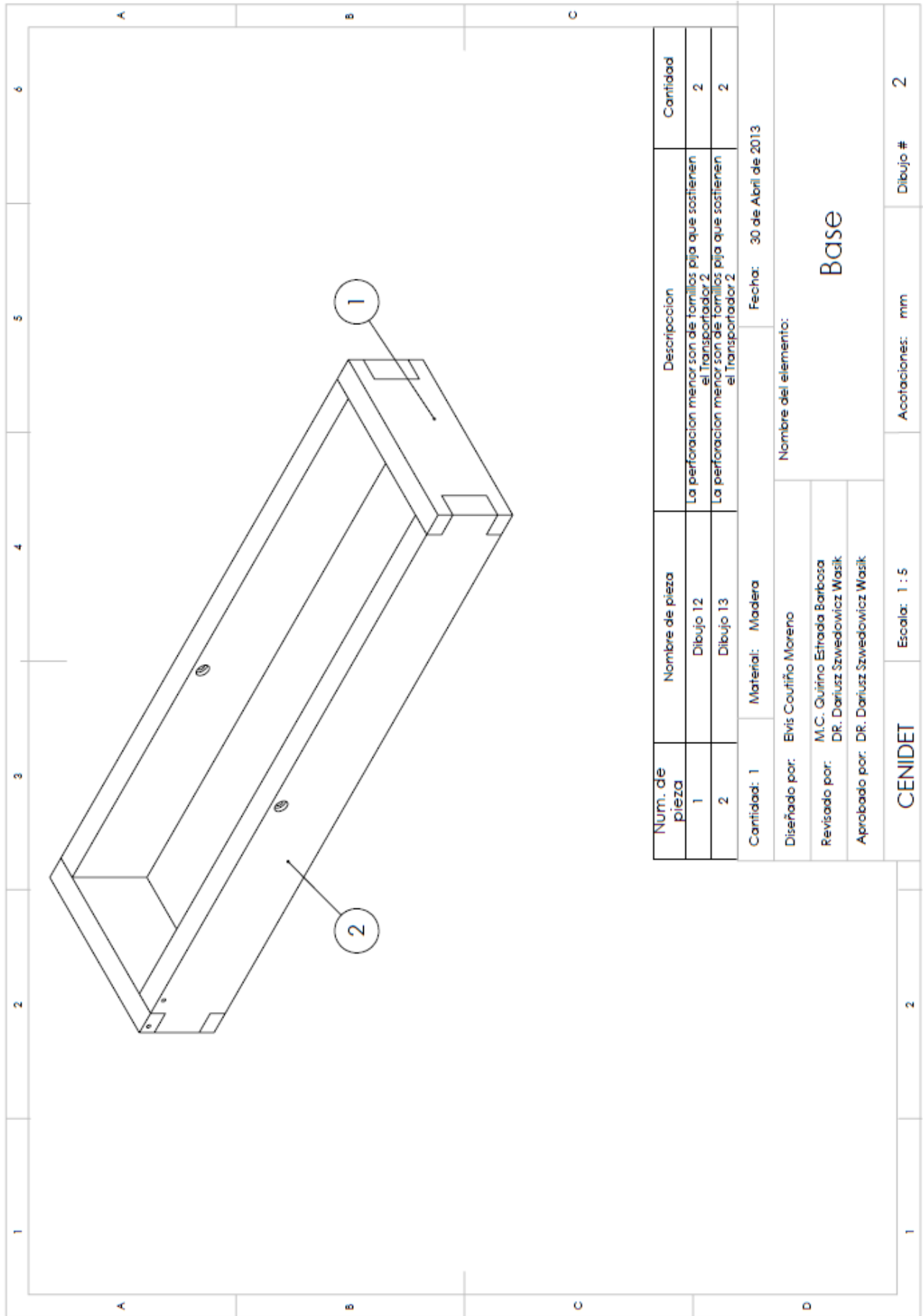
5º ¿Qué sucede cuando las restricciones no tocan el objeto?

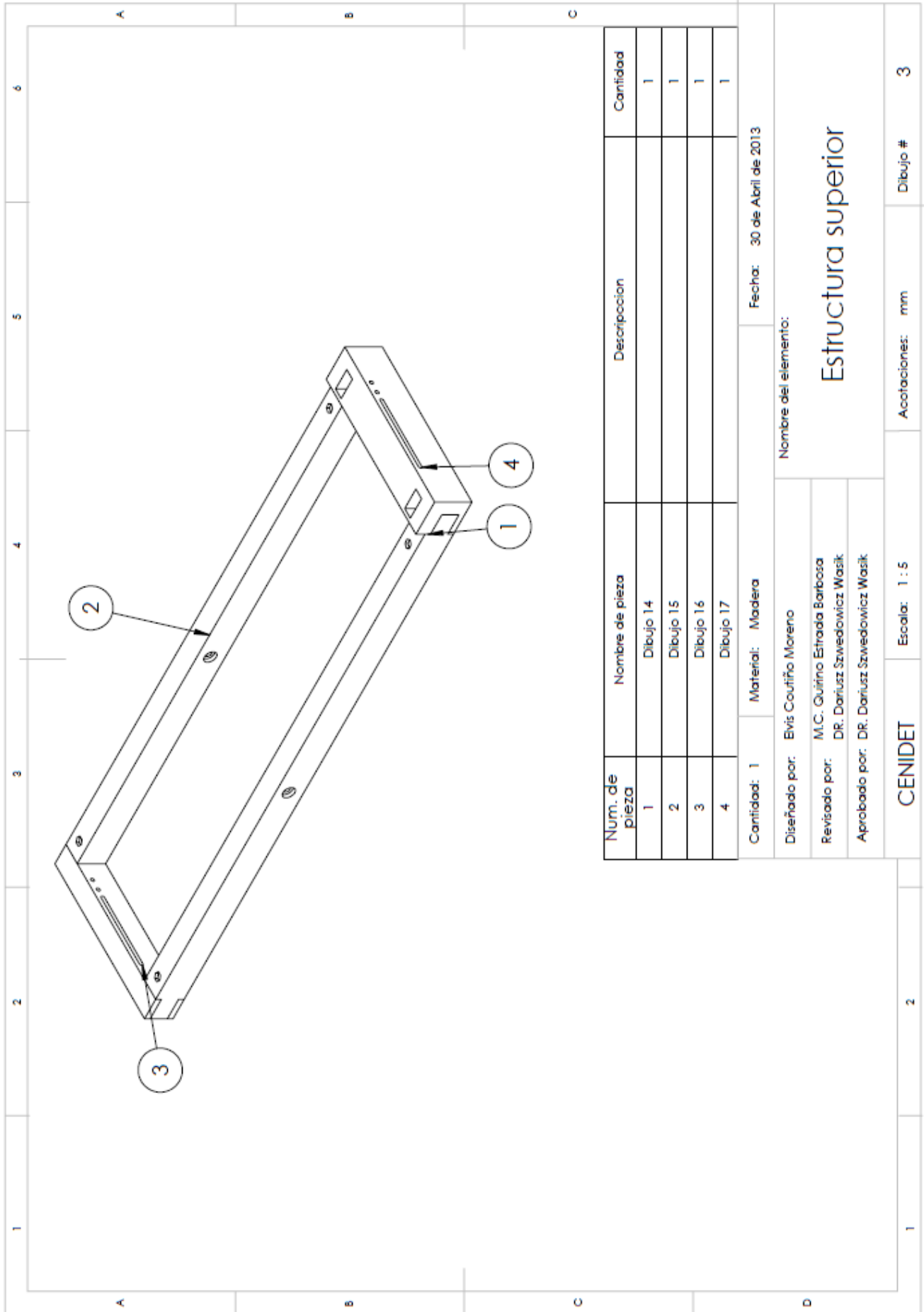
6º ¿Qué ocurrió con la disipación de la energía ($U_{2 \rightarrow 3}$) en cada caso? (Explique su respuesta)

Anexo B

Planos técnicos del prototipo propuesto.



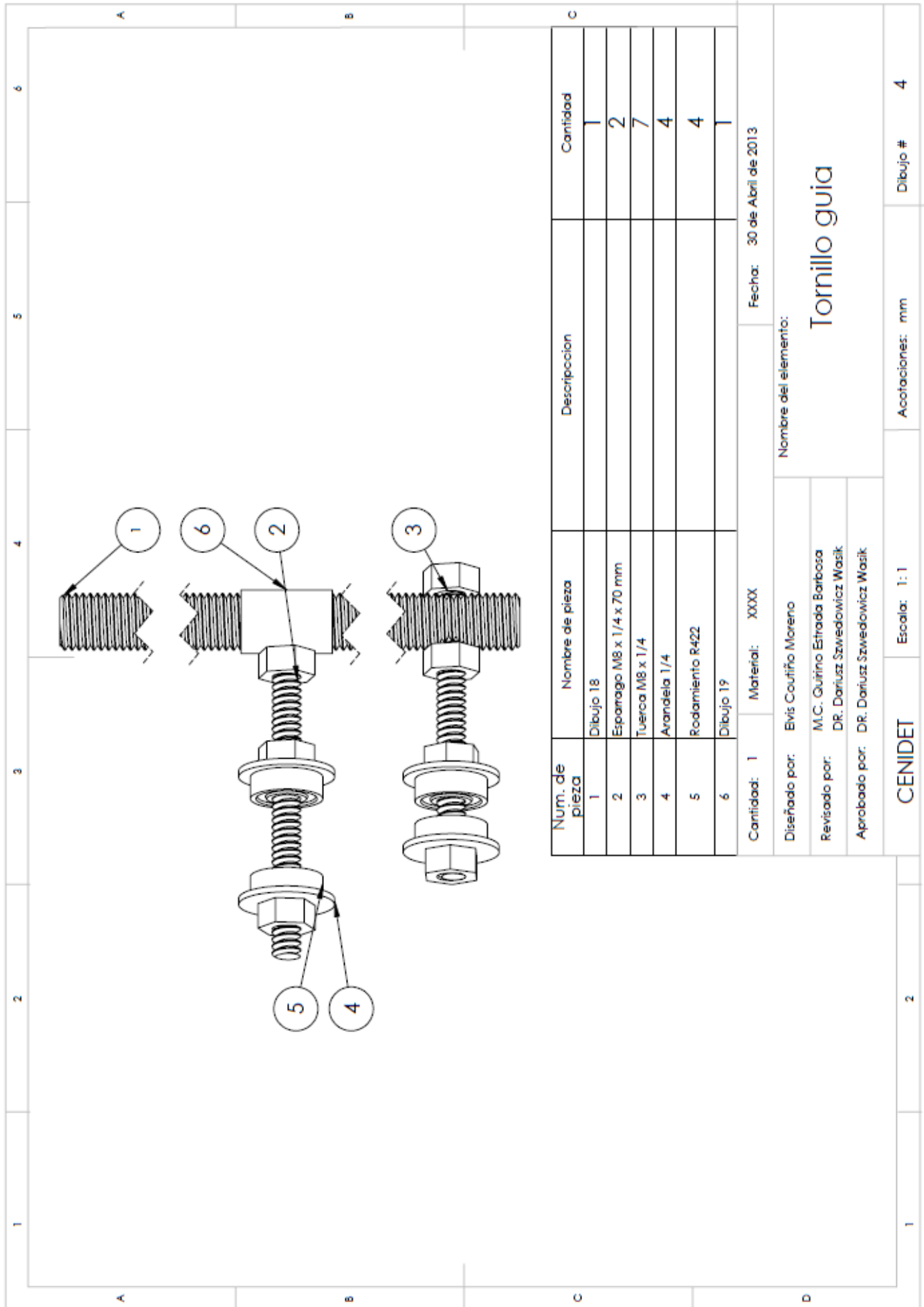


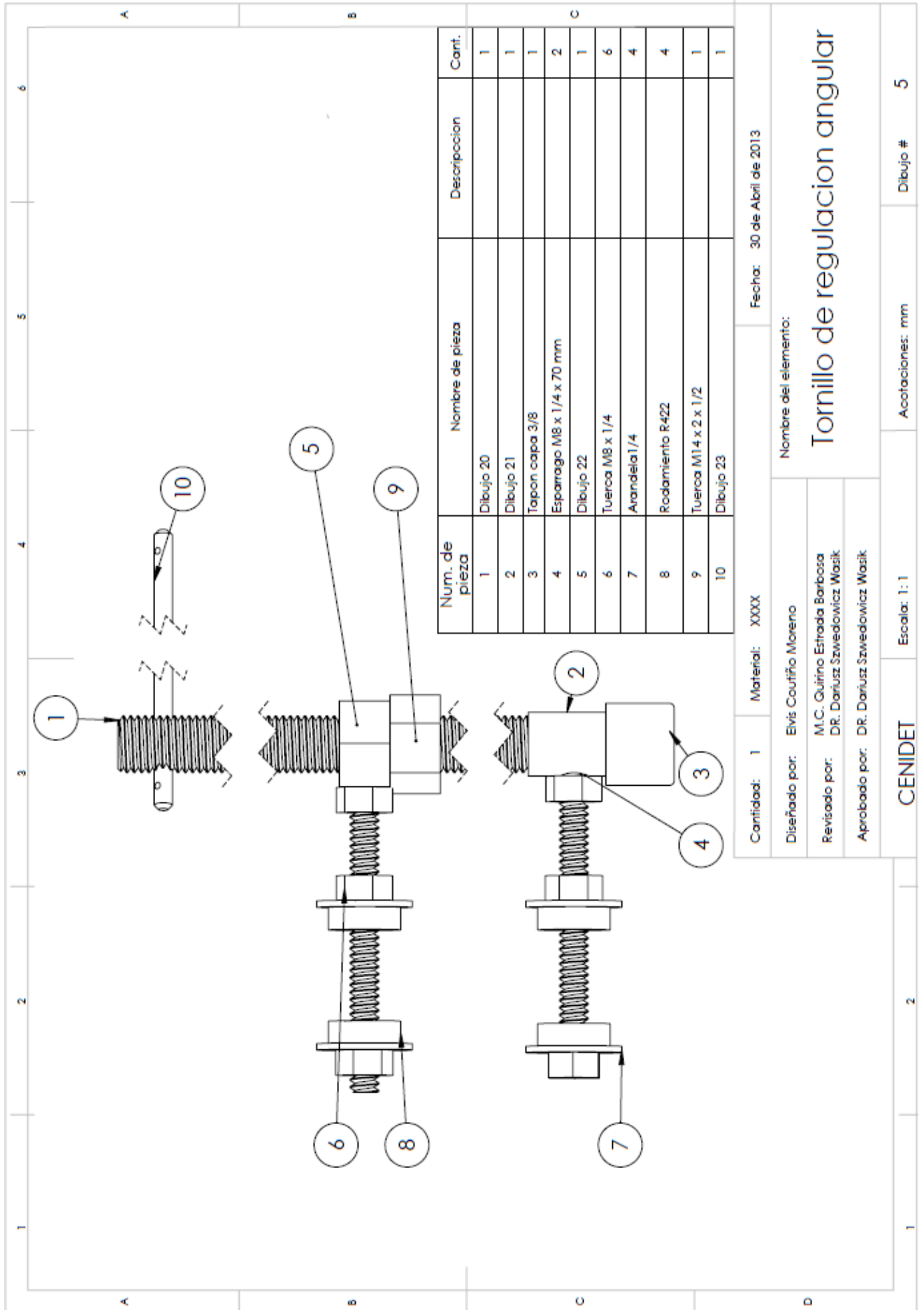


Num. de pieza	Nombre de pieza	Descripción	Cantidad
1	Dibujo 14		1
2	Dibujo 15		1
3	Dibujo 16		1
4	Dibujo 17		1

Cantidad: 1	Material: Madera	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento:		
Estructura superior		
Diseñado por: Elvis Couñiño Moreno		
Revisado por: M.C. Guirina Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		

CENIDET	Escala: 1 : 5	Anotaciones: mm	Dibujo # 3
---------	---------------	-----------------	------------





Cantidad: 1 Material: XXXX Fecha: 30 de Abril de 2013

Nombre del elemento:

Tornillo de regulacion angular

Diseñado por: Evis Coutiño Moreno

Revisado por: M.C. Guirino Estrada Barbosa
DR. Dariusz Szwedowicz Wasik

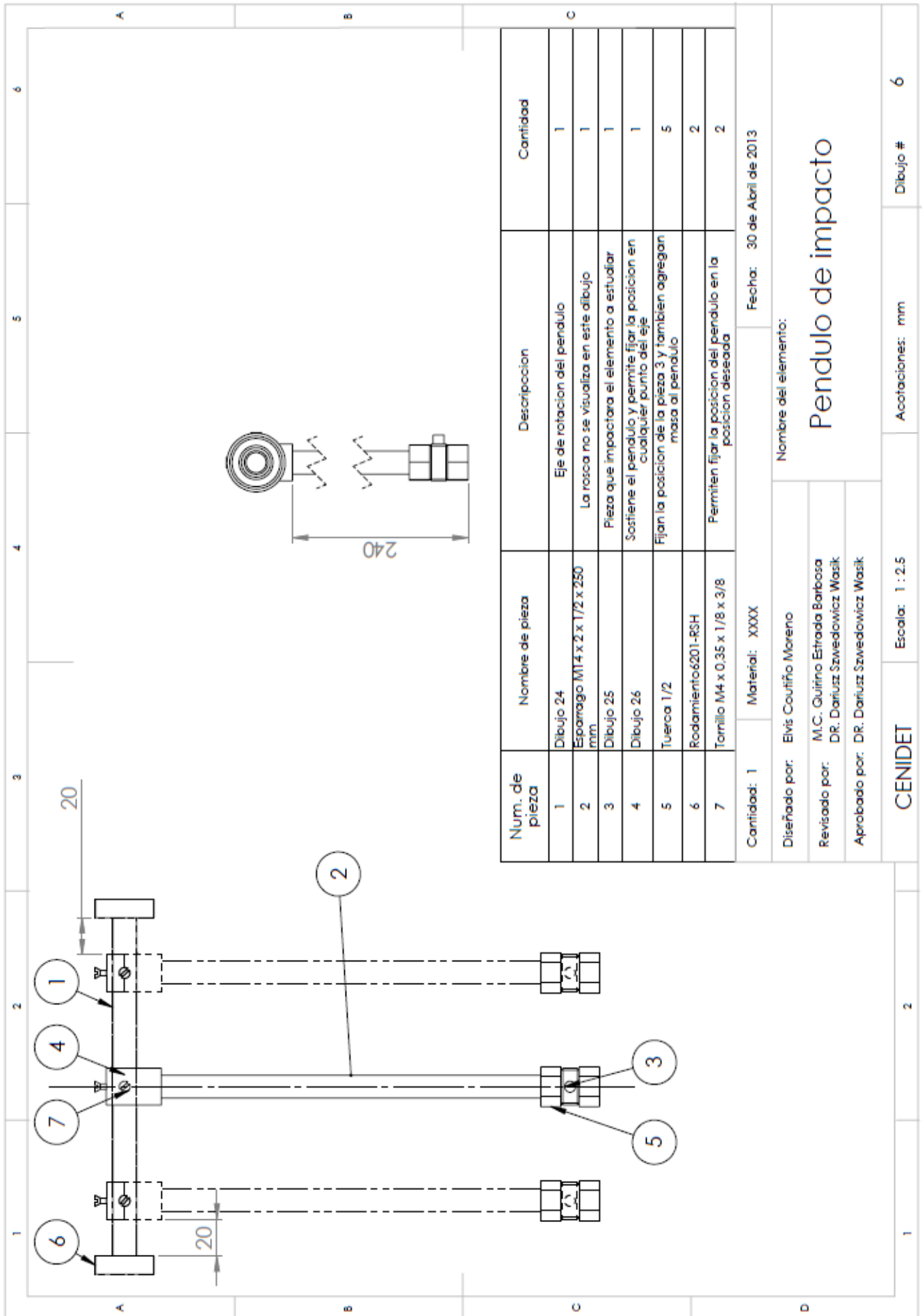
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik

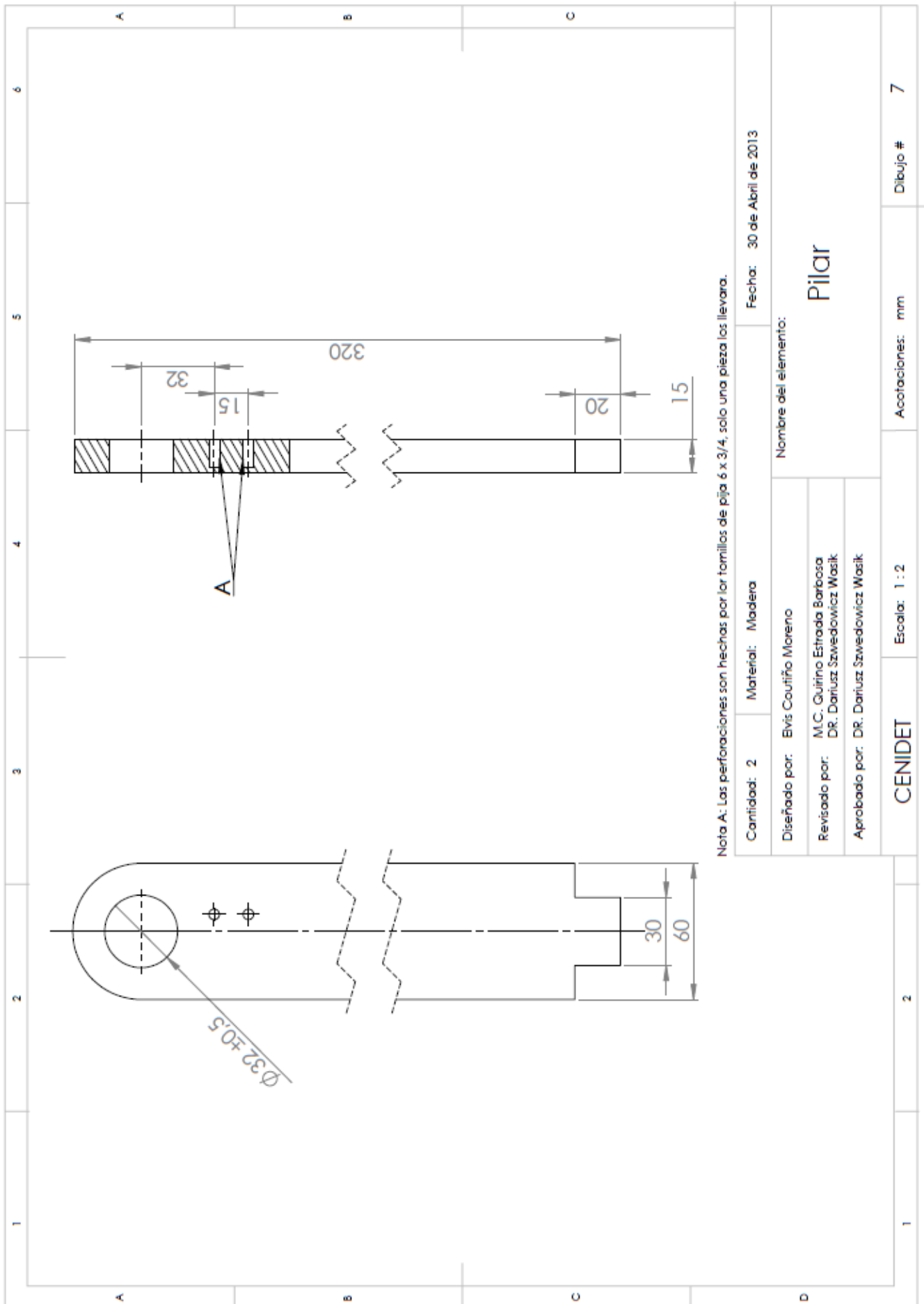
CENIDET

Escala: 1: 1

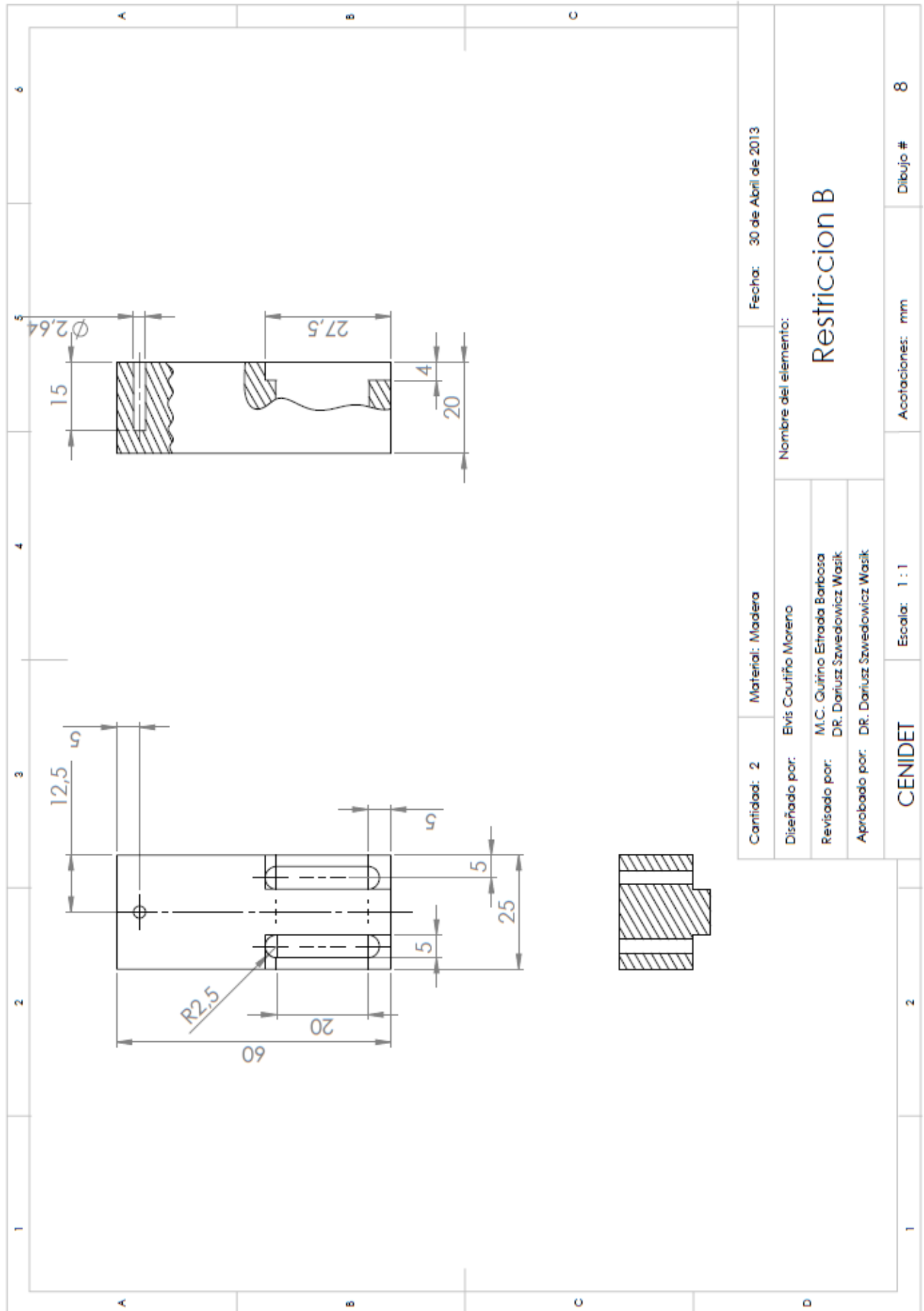
Anotaciones: mm

Dibujo # 5





Nota A: Las perforaciones son hechas por los tornillos de pija 6 x 3/4, solo una pieza los llevara.



Cantidad: 2 Material: Madera Fecha: 30 de Abril de 2013

Nombre del elemento:

Restriccion B

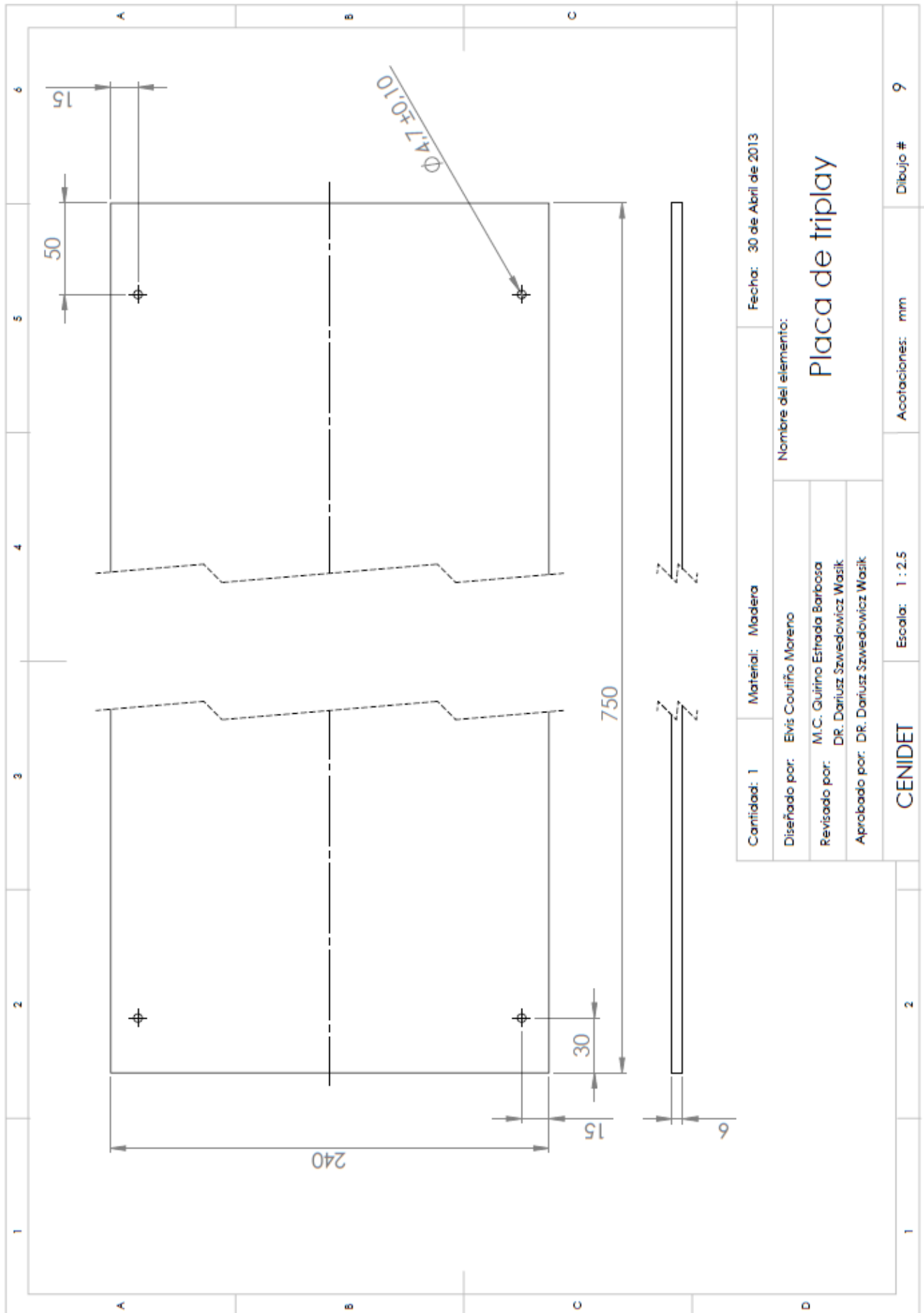
Diseñado por: Elvis Couñiño Moreno
 Revisado por: M.C. Quitino Estrada Barbosa
 DR. Dariusz Szwedowicz Wasik
 Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik

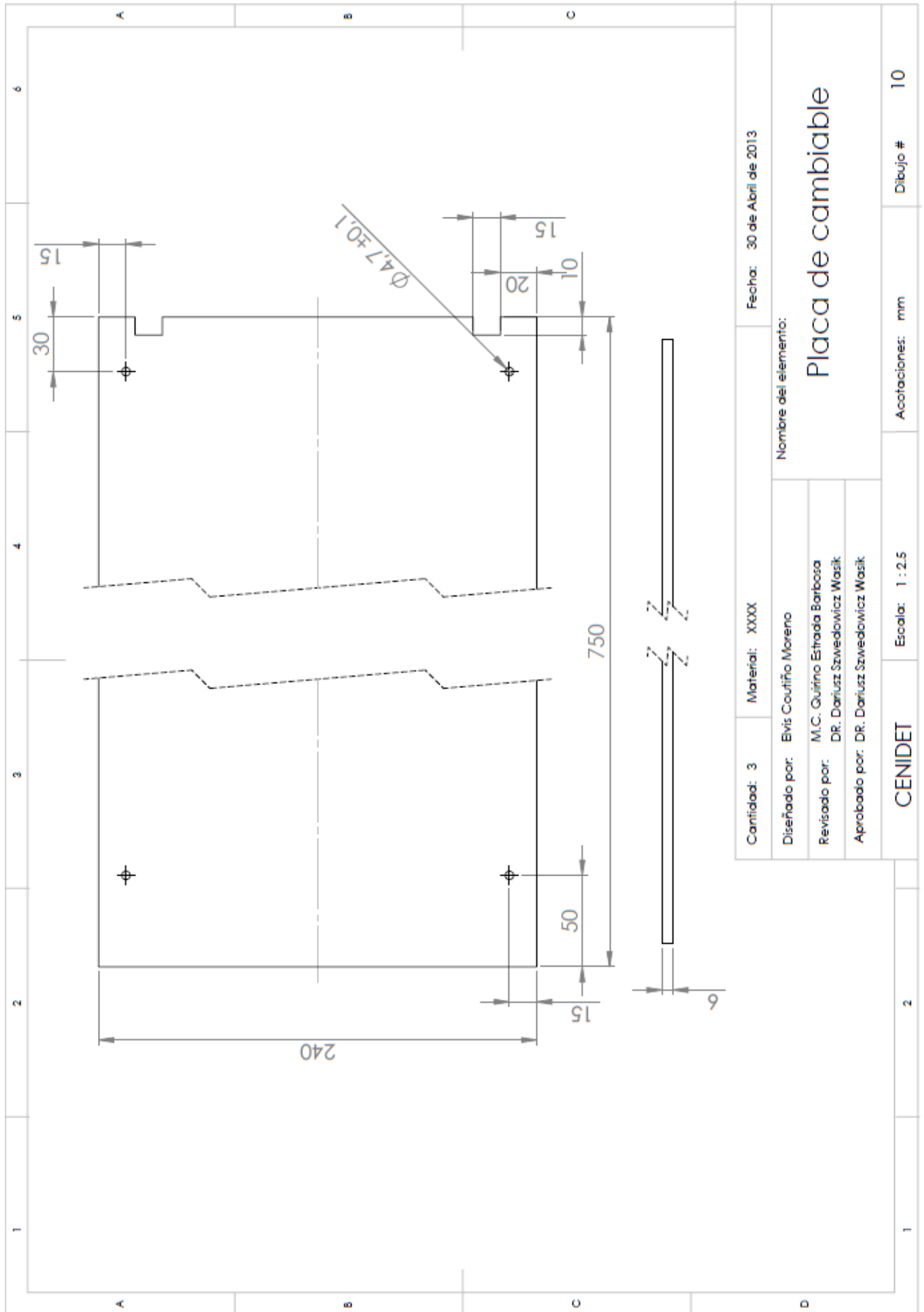
CENIDET

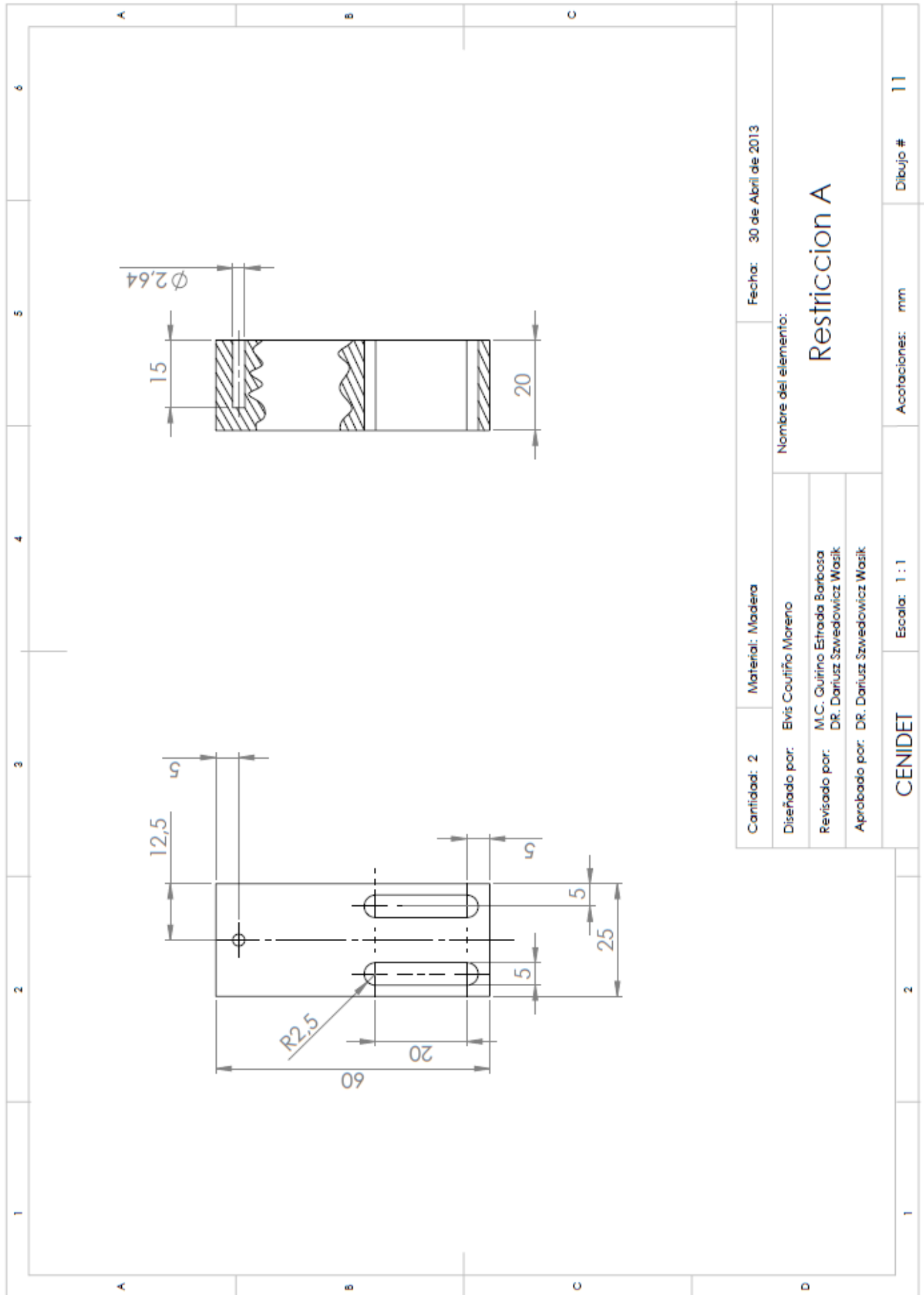
Escala: 1 : 1

Acofataciones: mm

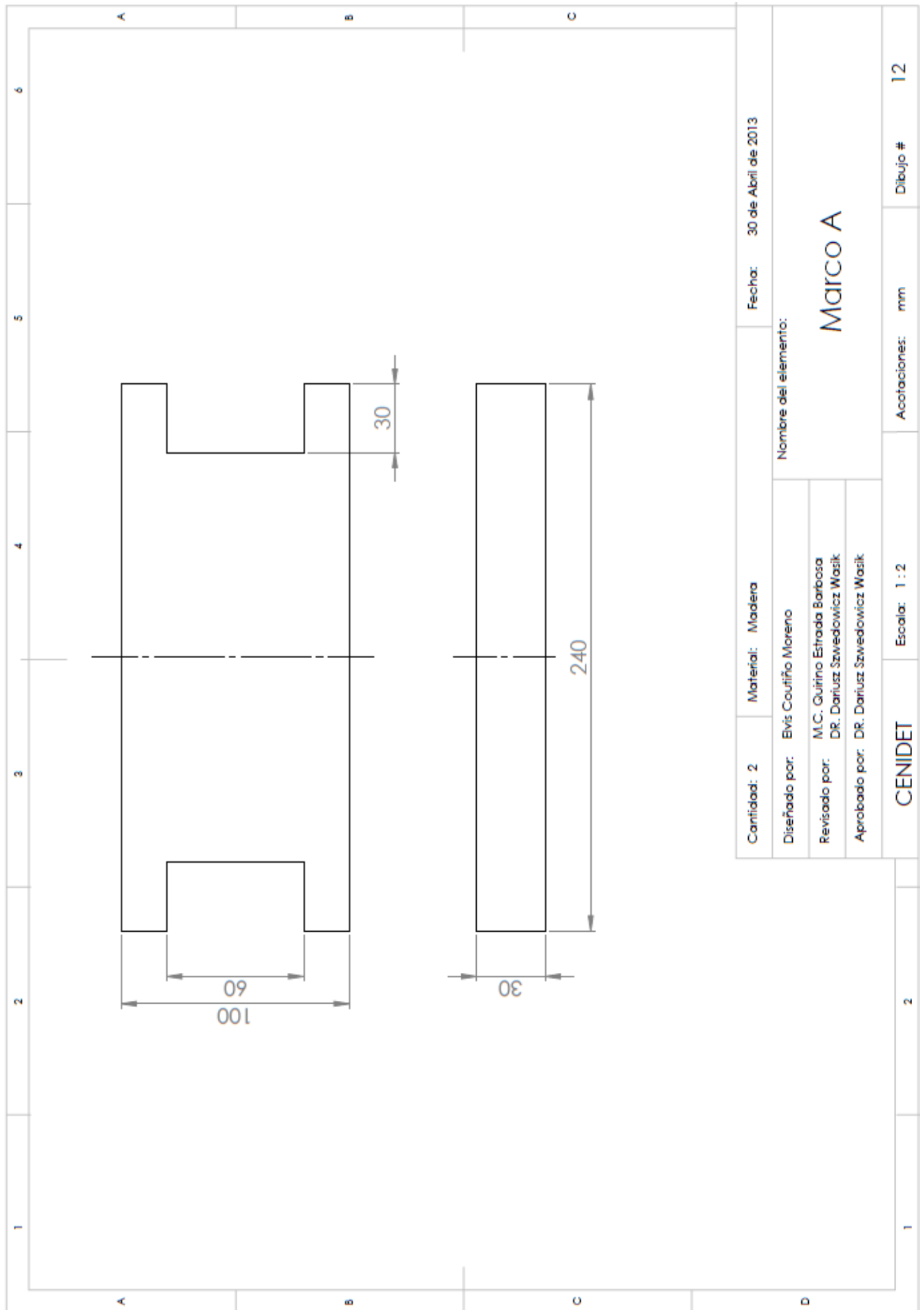
Dibujo # 8



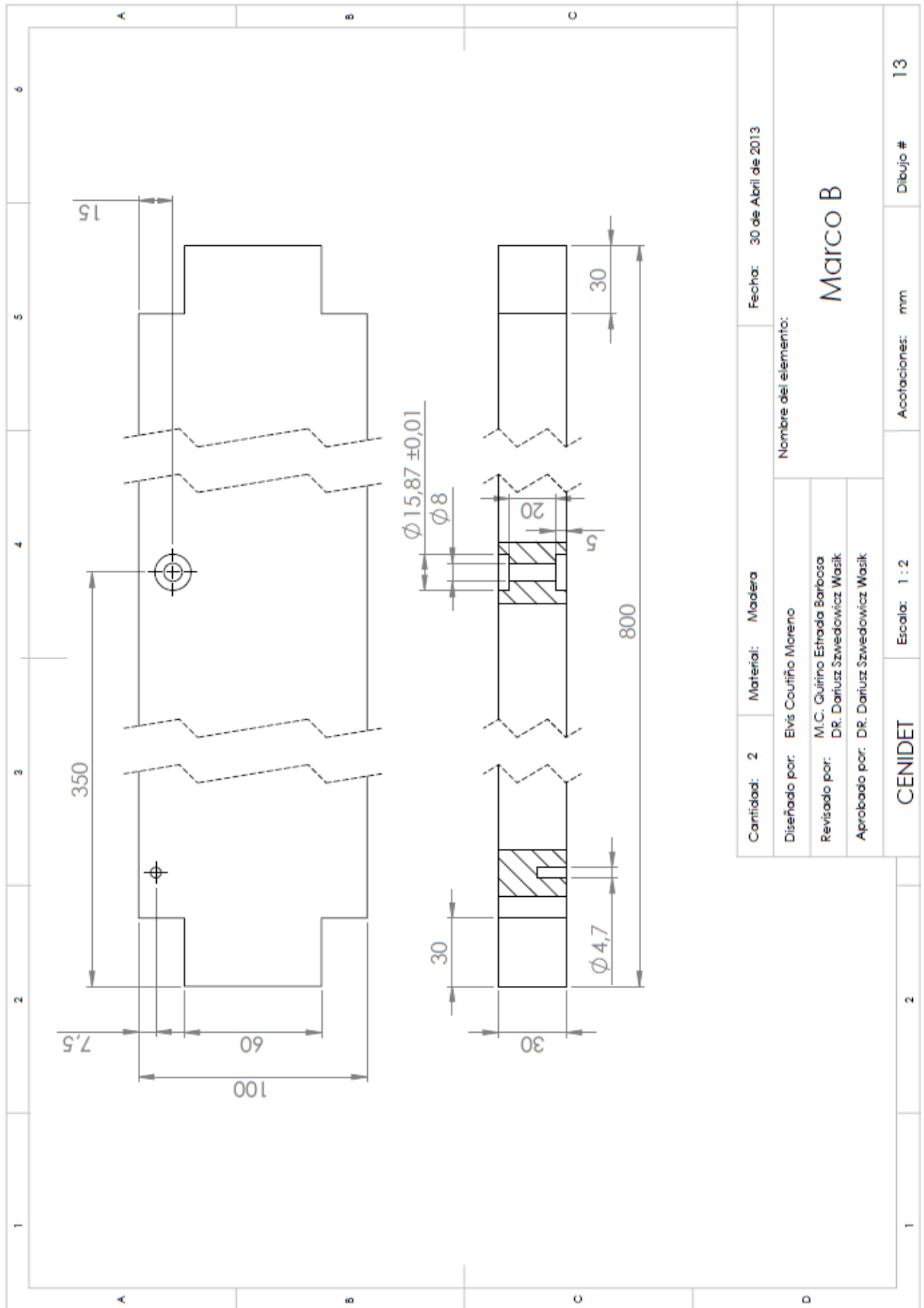




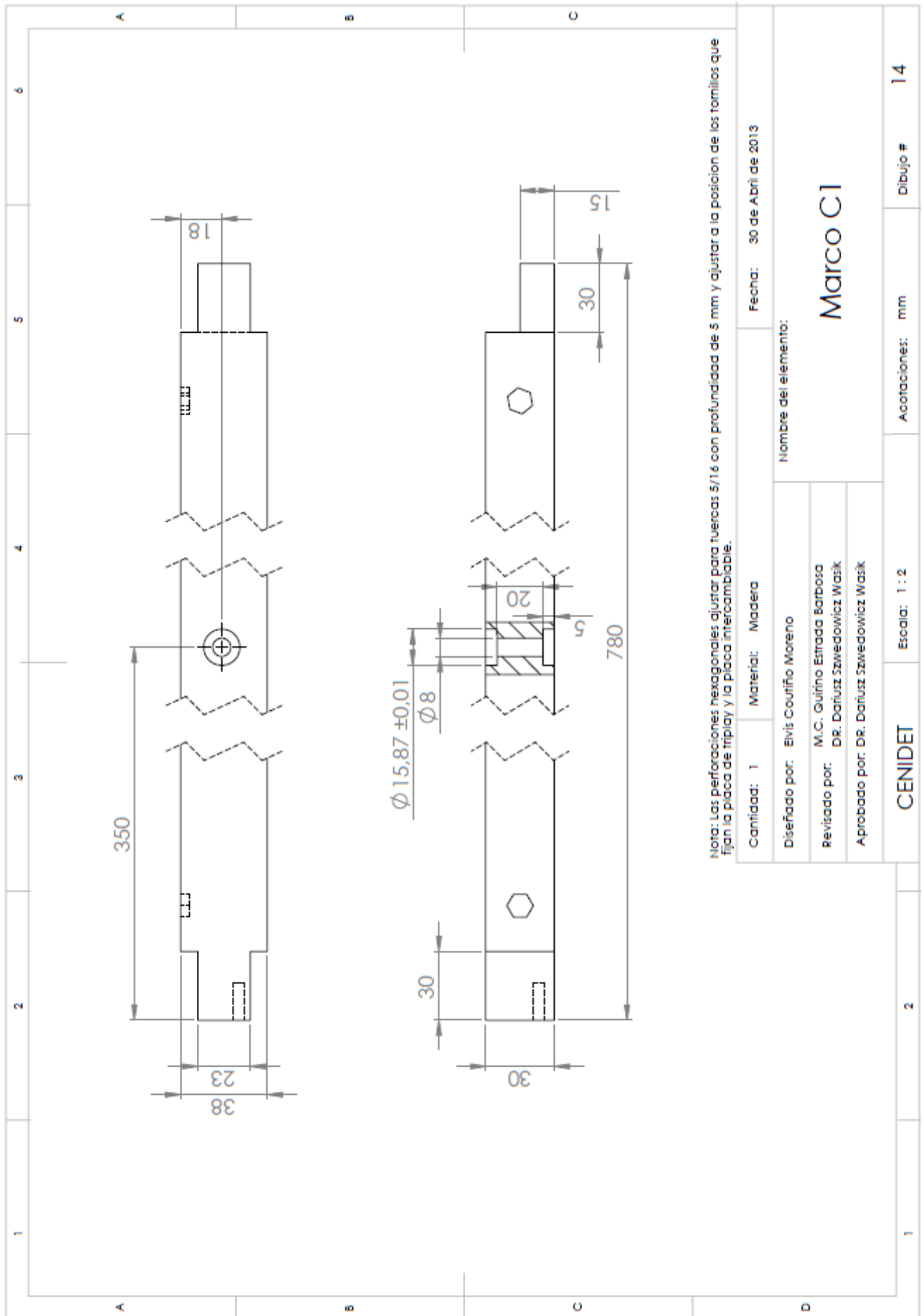
Cantidad: 2	Material: Madera	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento: Restriccion A		
Diseñado por: Elvis Coufiño Moreno		
Revisado por: M.C. Guirino Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 1 : 1	Anotaciones: mm
1	2	Dibujo # 11



Cantidad: 2	Material: Madera	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento: Marco A		
Diseñado por: Evis Coufíño Moreno		
Revisado por: M.C. Quirino Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 1 : 2	Accotaciones: mm
1	2	Dibujo # 12

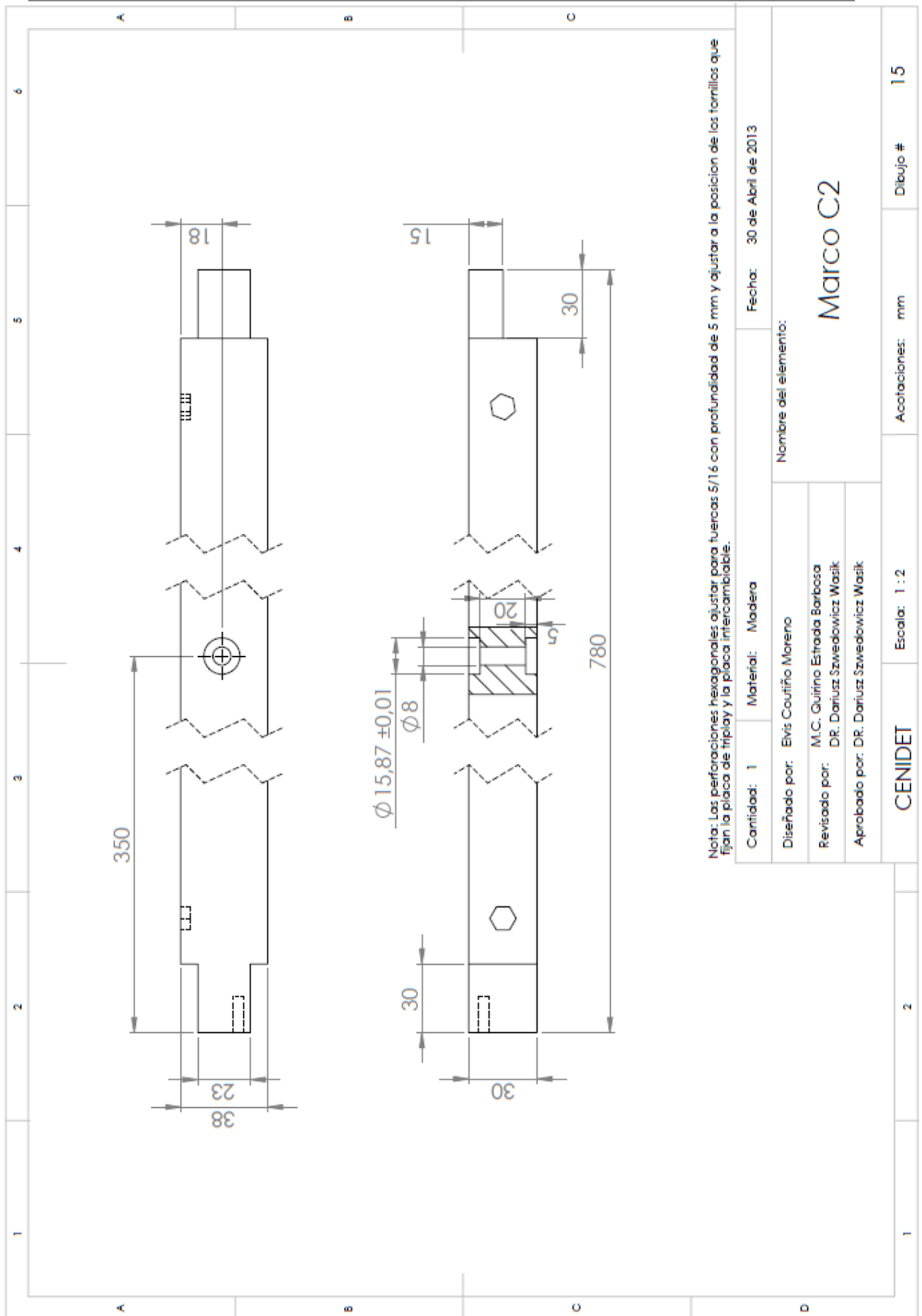


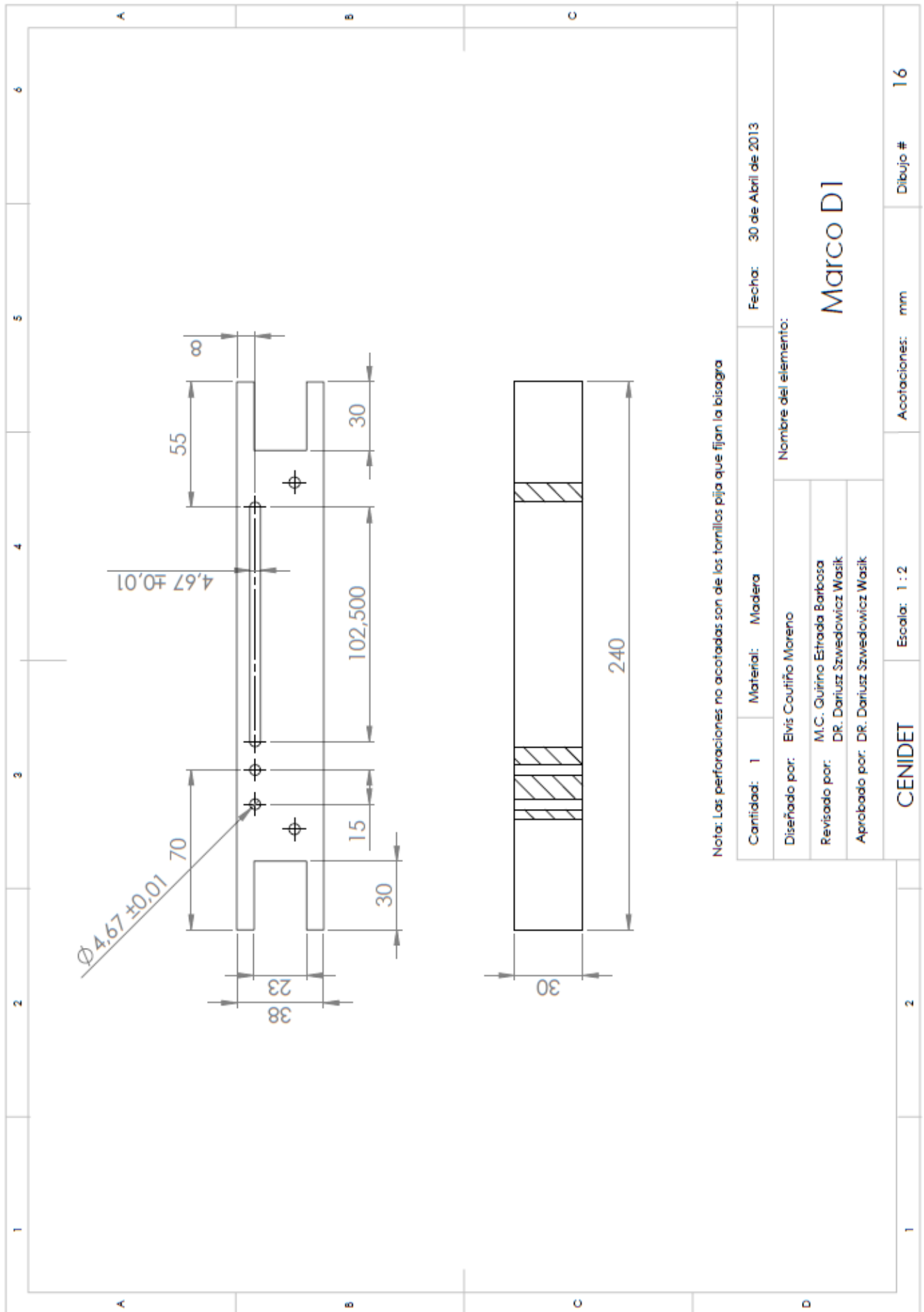
Cantidad: 2	Material: Madera	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento:		
Maico B		
Diseñado por: Elvís Couñiño Moreno		
Revisado por: M.C. Quirino Estrada Barbosa D.R. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: D.R. Dariusz Szwedowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 1 : 2	Acofaciones: mm
2		Dibujo # 13



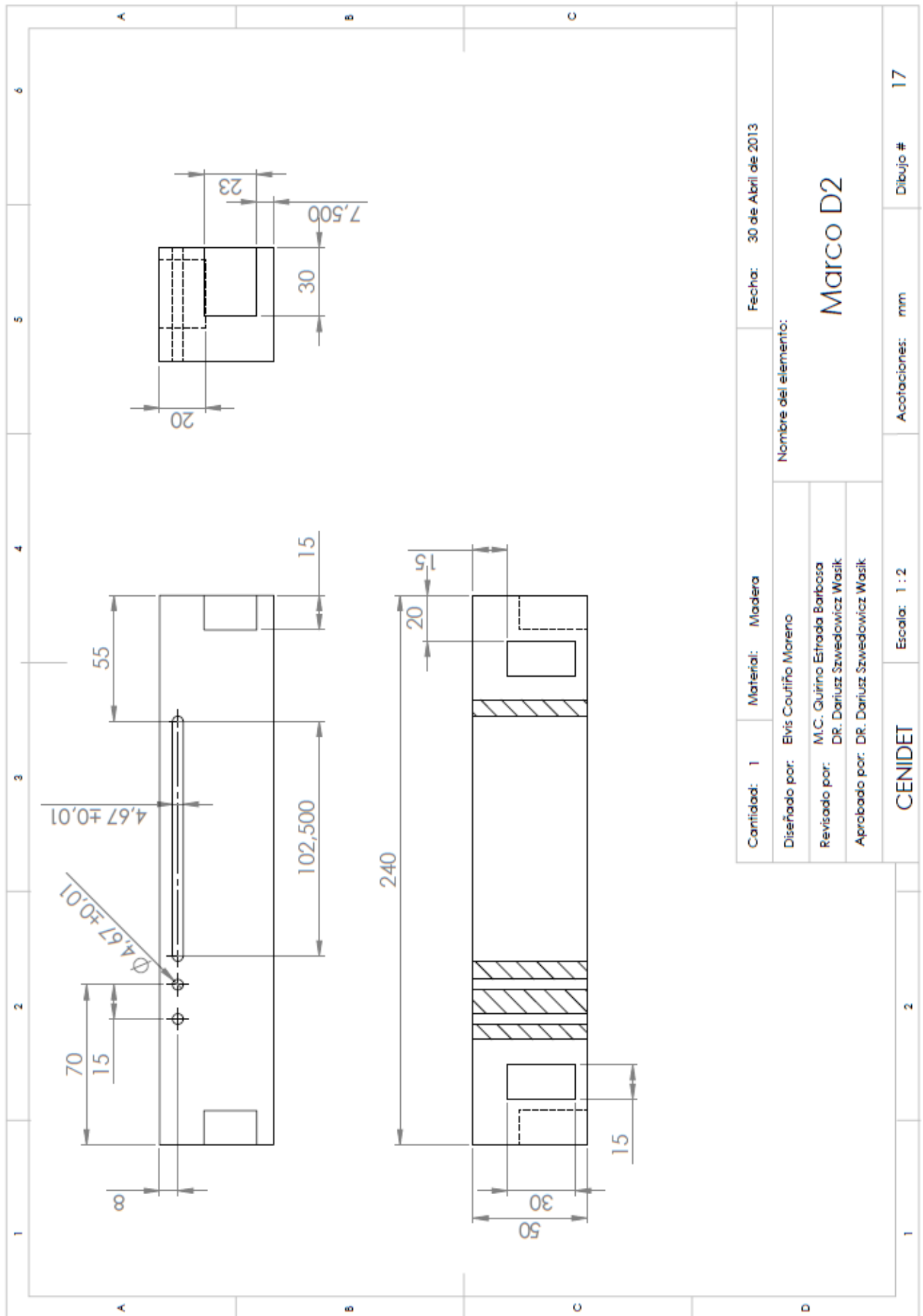
Nota: Las perforaciones hexagonales ajustar para tuercas 5/16 con profundidad de 5 mm y ajustar a la posición de los tornillos que fijan la placa de triplay y la placa intercambiable.

Cantidad: 1	Material: Madera	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento:		
Marco CI		
Diseñado por: Elvis Coutrifio Moreno		
Revisado por: M.C. Guirino Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 1 : 2	Anotaciones: mm
1	2	14

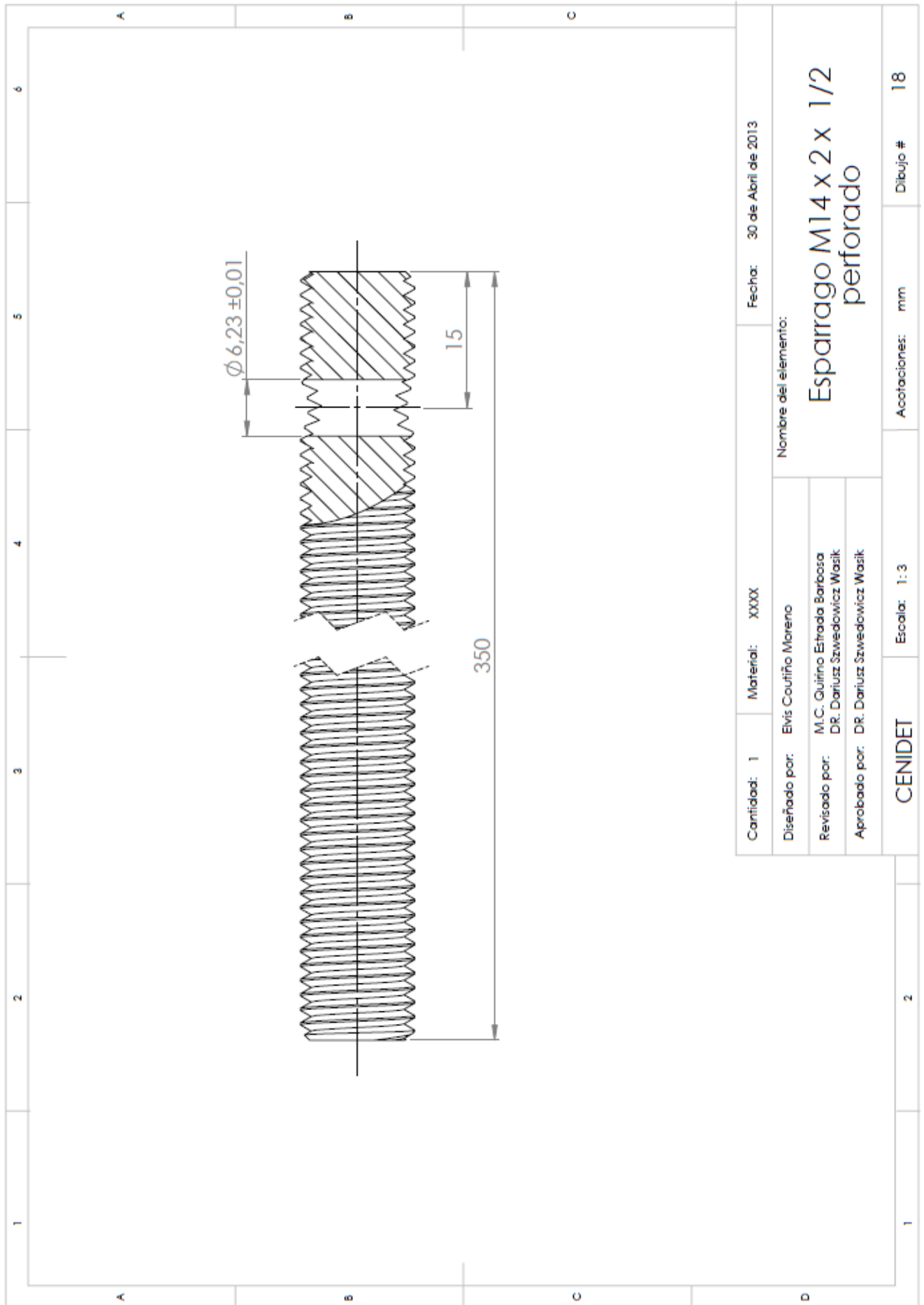


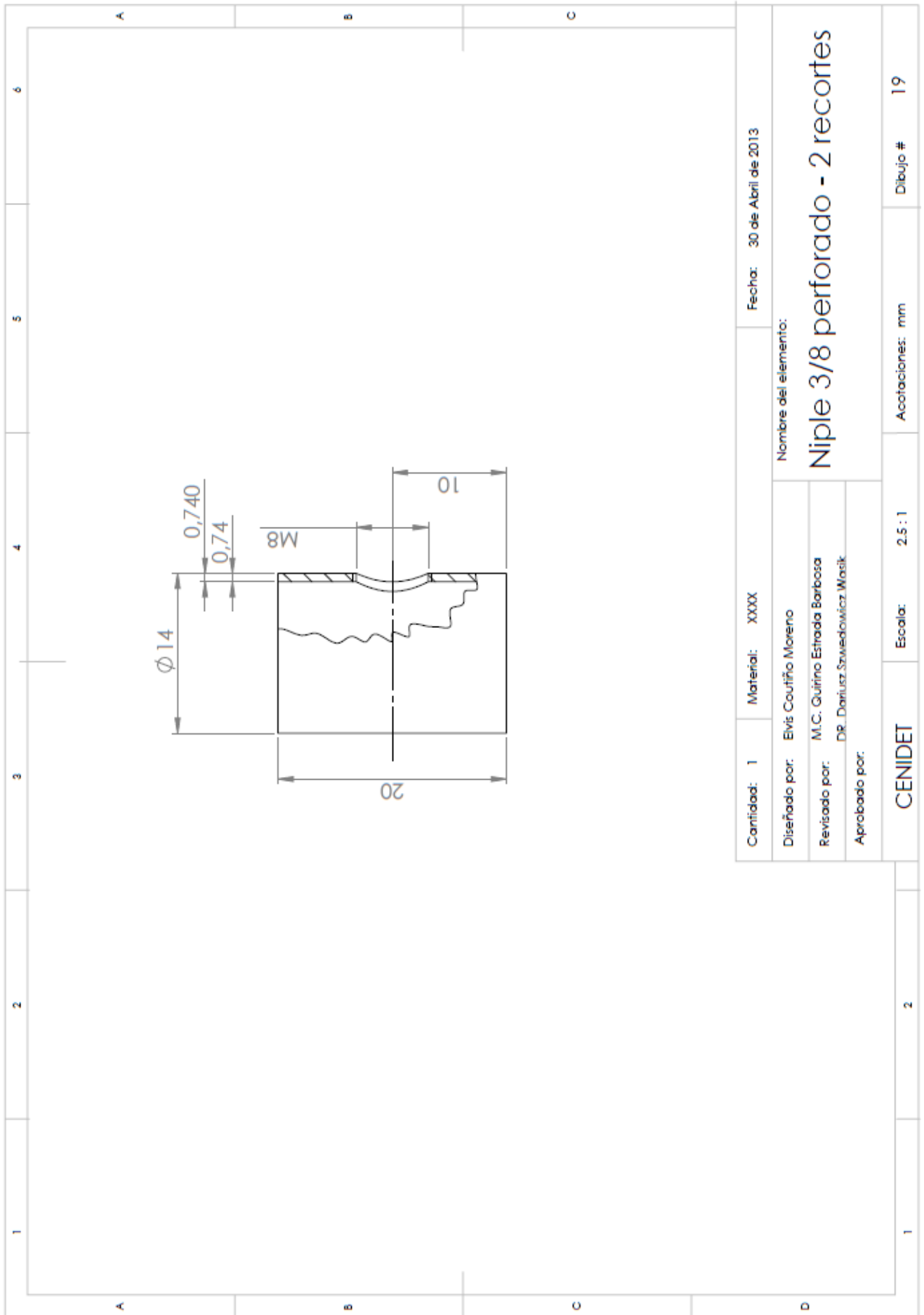


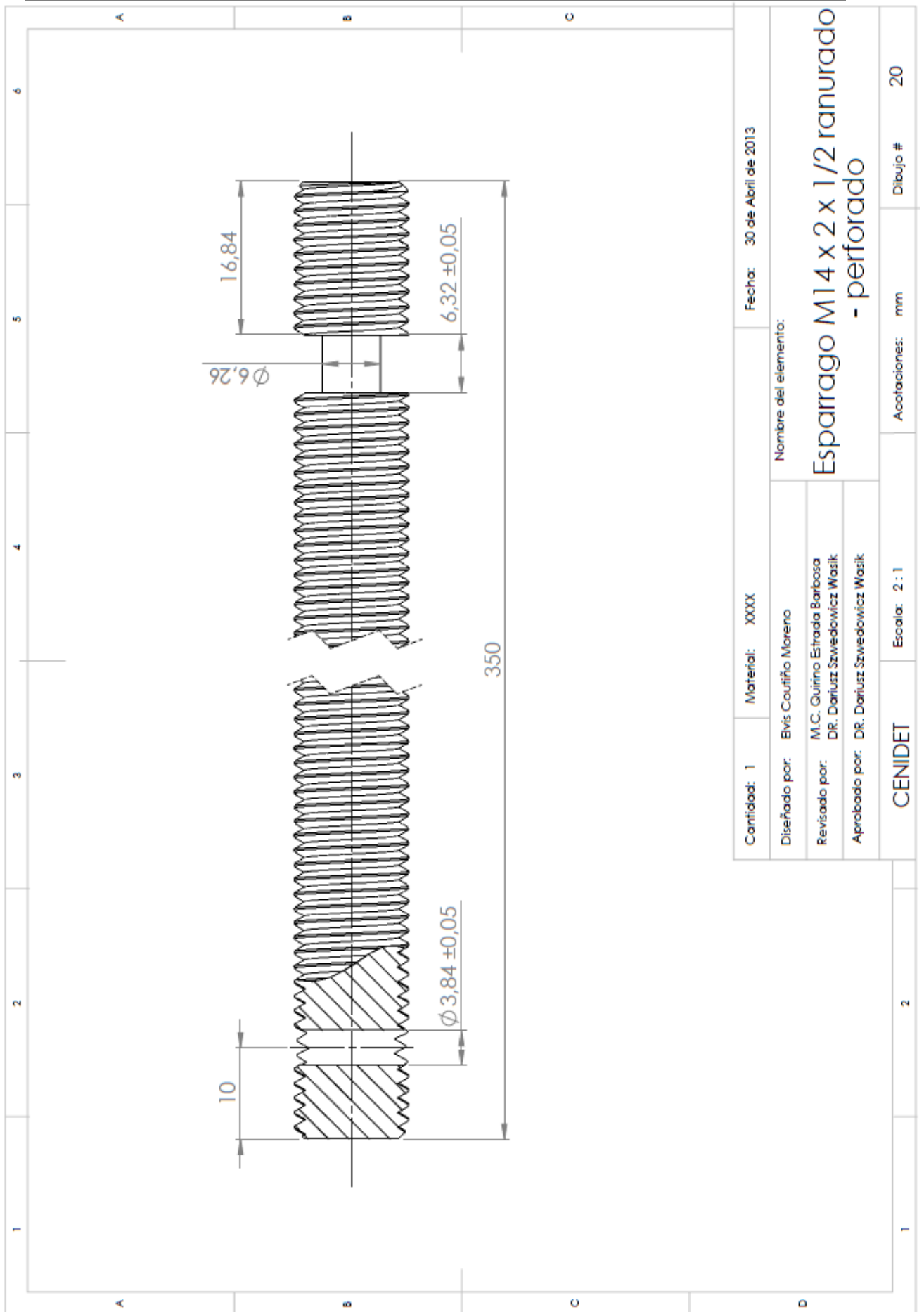
Cantidad: 1	Material: Madera	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento:		
Marco DI		
Diseñado por: Elvis Couñiño Moreno		
Revisado por: M.C. Quirino Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 1 : 2	Acotaciones: mm
1	2	16
	Dibujo #	

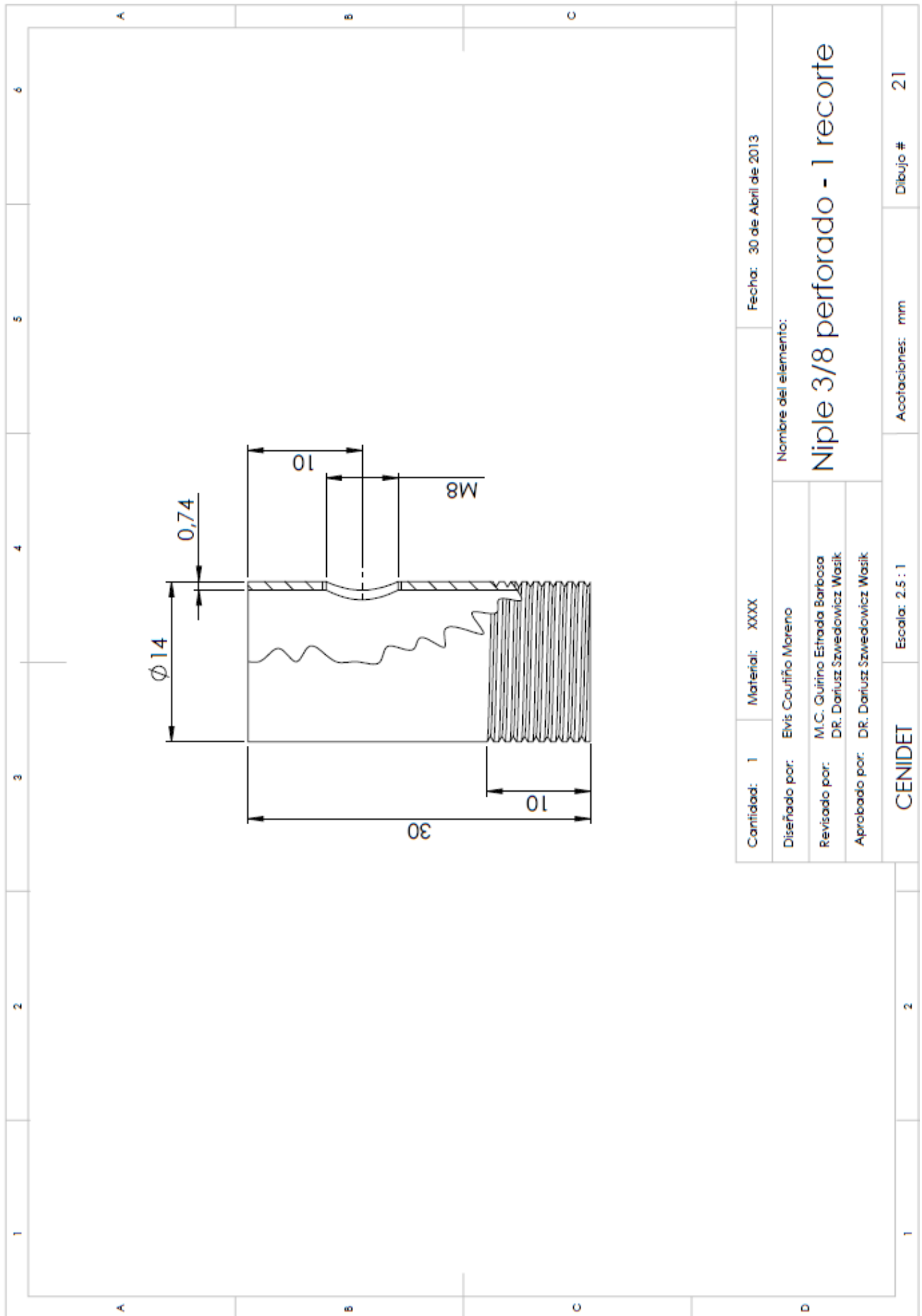


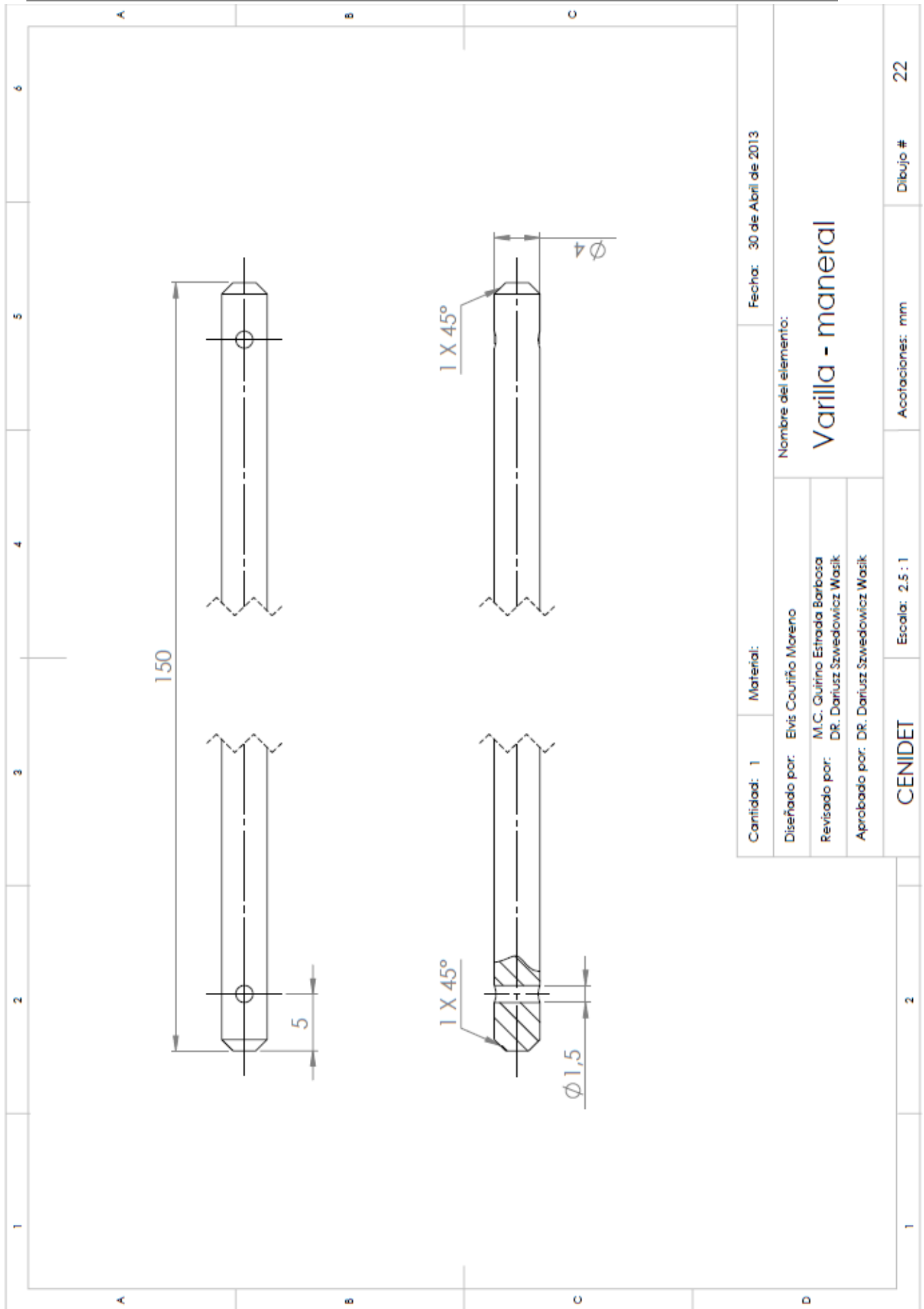
Cantidad: 1	Material: Madera	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento:		
Marco D2		
Diseñado por: Elvis Couñiño Moreno		
Revisado por: M.C. Guirino Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedłowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedłowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 1 : 2	Acotaciones: mm
1	2	Dibujo # 17

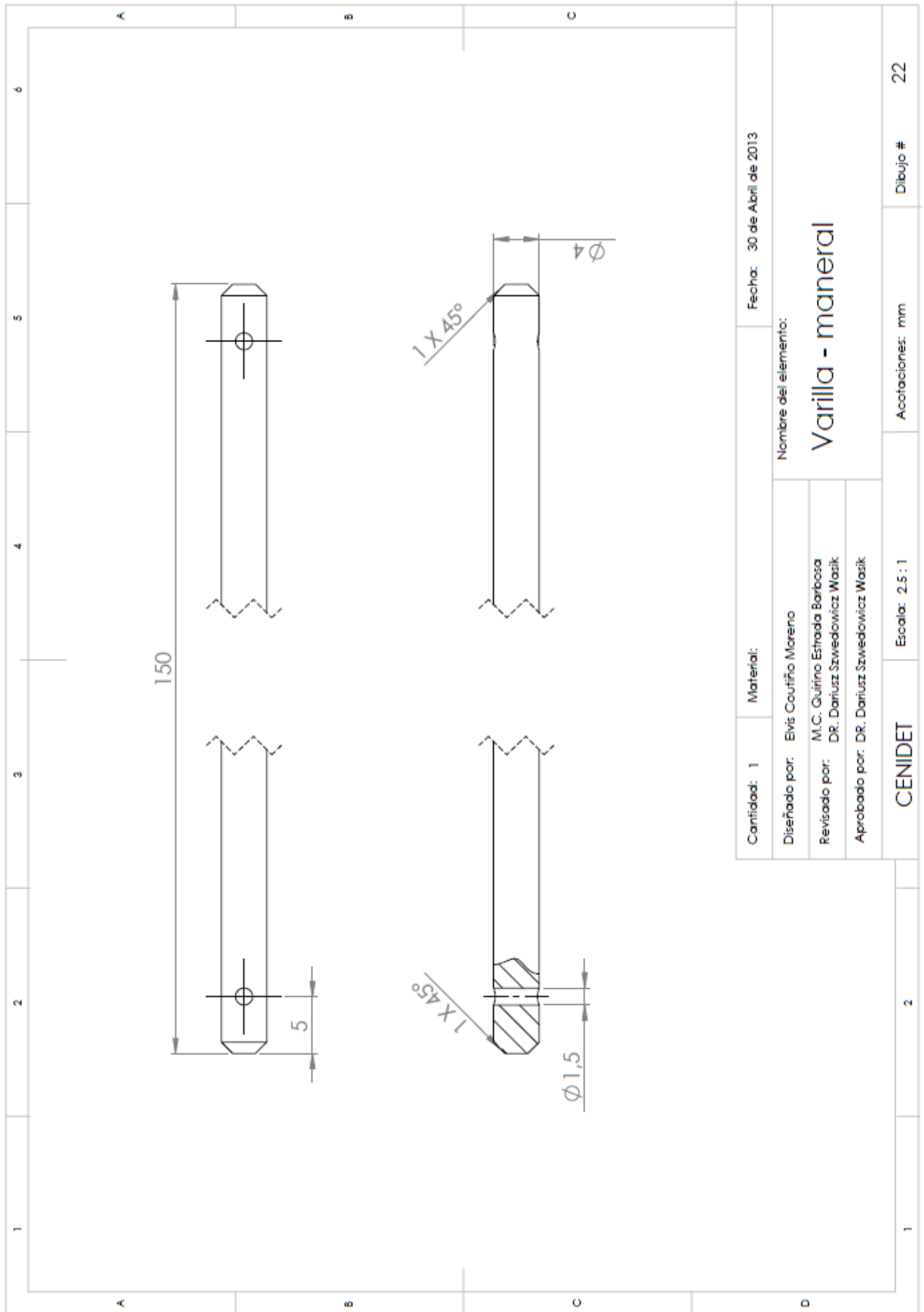




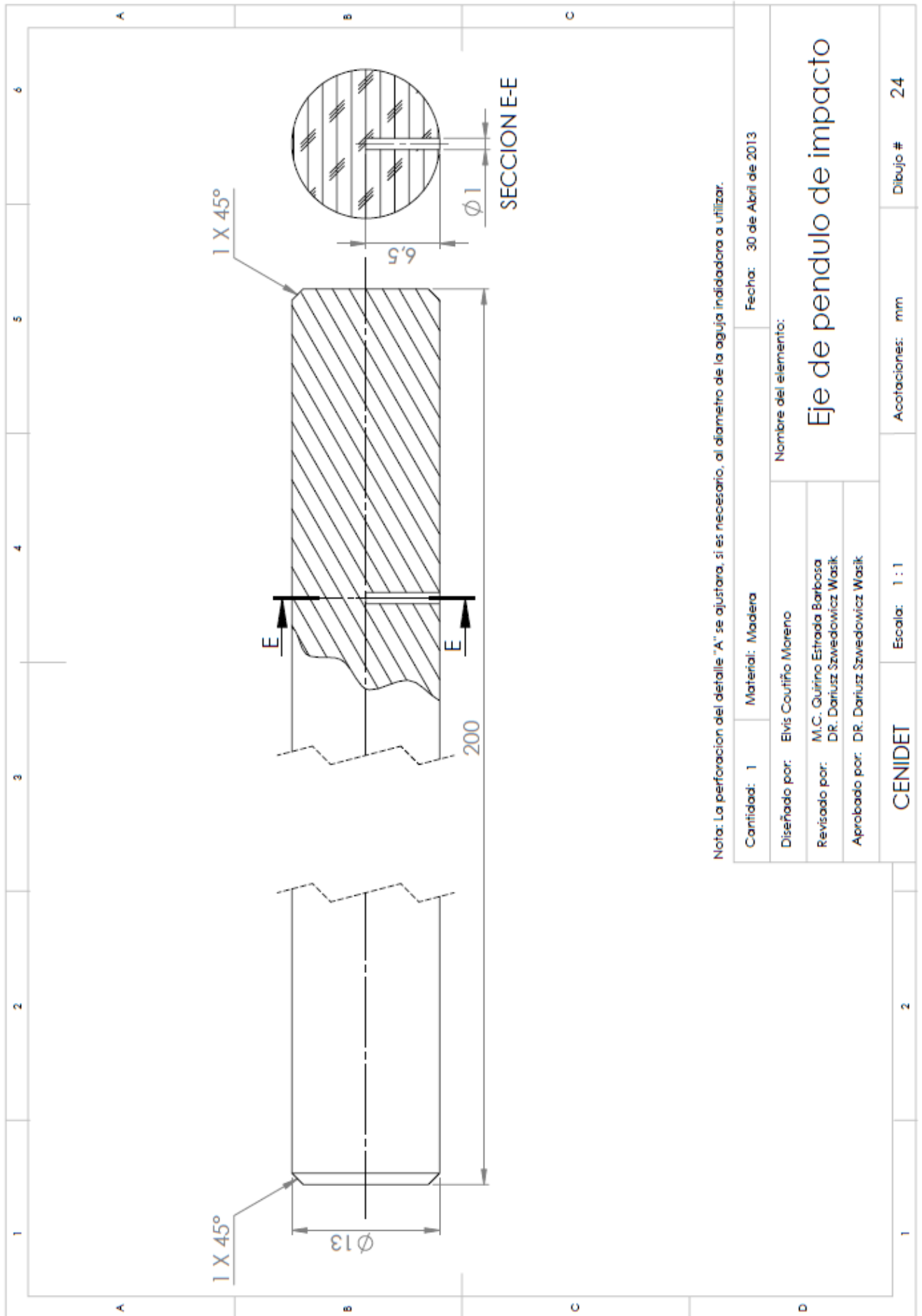






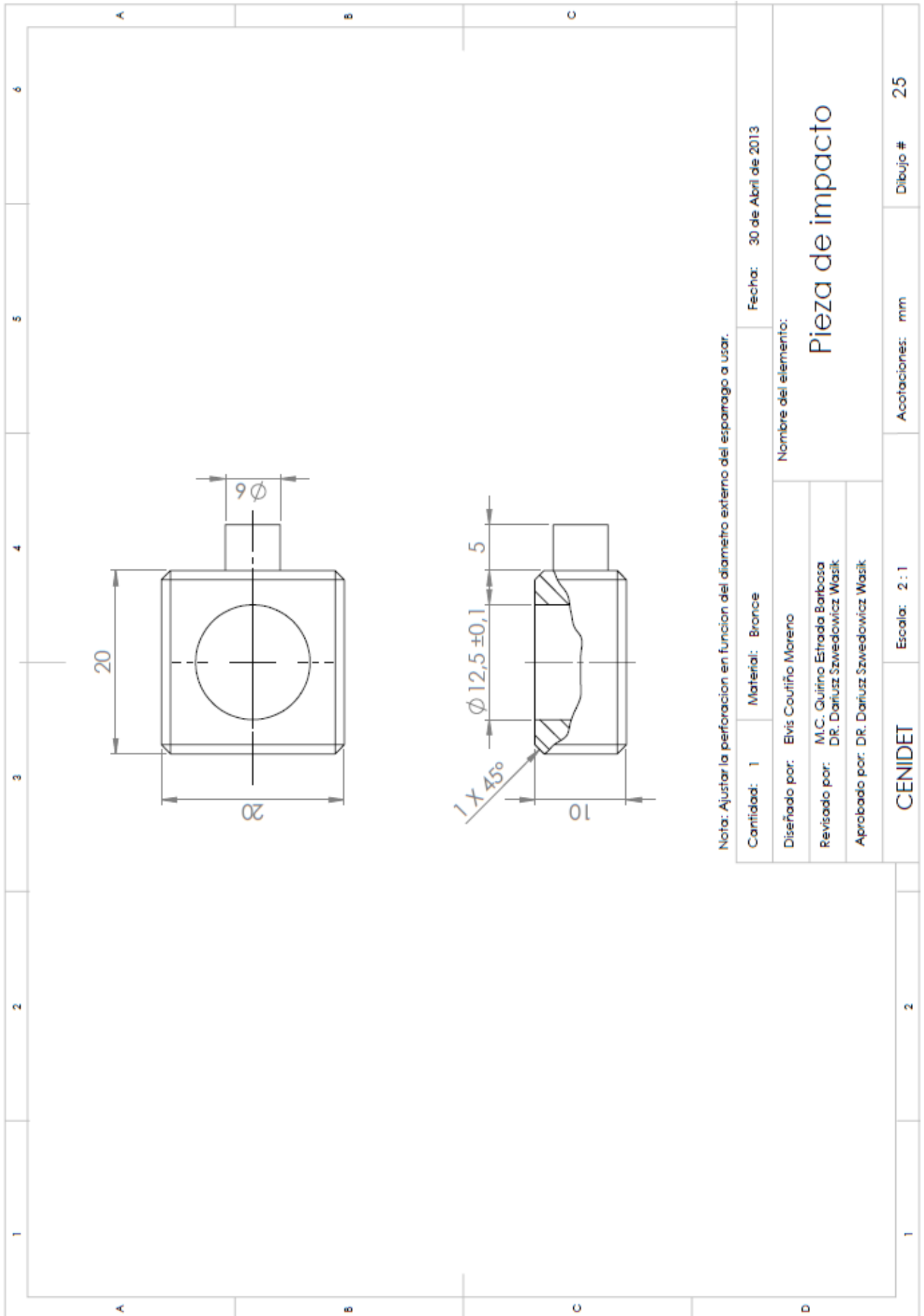


Cantidad: 1	Material:	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento:		
Varilla - maneral		
Diseñado por: Elvis Couñiño Moreno		
Revisado por: M.C. Guirino Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 2.5 : 1	Acotaciones: mm
1	2	22



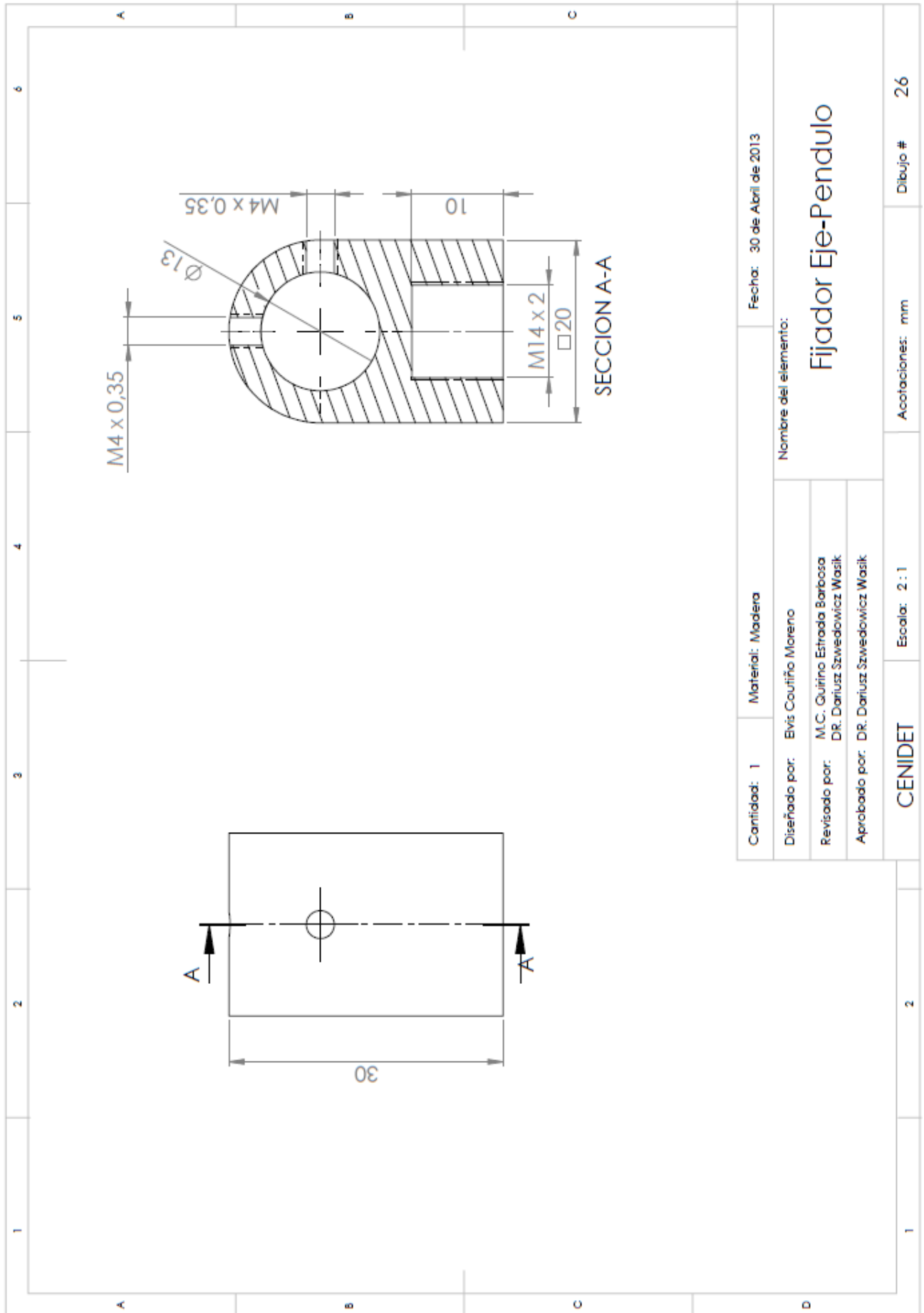
Nota: La perforación del detalle "A" se ajustara, si es necesario, al diametro de la aguja indicadora a utilizar.

Cantidad: 1	Material: Madera	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento:		
Eje de pendulo de impacto		
Diseñado por: Elvis Coufño Moreno		
Revisado por: M.C. Quirino Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 1 : 1	Anotaciones: mm
1	2	Dibujo # 24



Nota: Ajustar la perforación en función del diámetro externo del esparpago a usar.

Cantidad: 1	Material: Bronce	Fecha: 30 de Abril de 2013
Nombre del elemento: Pieza de impacto		
Diseñado por: Elvis Coufíño Moreno		
Revisado por: M.C. Quirino Estrada Barbosa DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik		
CENIDET	Escala: 2 : 1	Acofaciones: mm
1	2	Dibujo # 25



Cantidad: 1 Material: Madera Fecha: 30 de Abril de 2013

Diseñado por: Elvis Couñiño Moreno Nombre del elemento:

Revisado por: M.C. Guirino Estrada Barbosa
 DR. Dariusz Szwedowicz Wasik

Aprobado por: DR. Dariusz Szwedowicz Wasik

Fijador Eje-Pendolo

CENIDET

Escala: 2 : 1

Anotaciones: mm

Dibujo # 26

Referencias

[1] Gabriel, B., y Luis, Baeza., 2002, "Impacto de Elementos Rígidos con Elementos Flexibles", Mecánica Computacional Vol. XXI. Pp. 2054-2073, S,R. Idelsohn, V.E Sonzoni and A. Cordona, Santa Fe-Parana, Argentina.

[2] Juvinall, R., y Marshek, K., 1991, "Fundamentals of Machine Components Design", John Wiley and Sons, Inc., 2nd. Ed., United States of America.

[3] Jose M, Goicolea, 2000, "Estructuras Sometidas a Impacto", Universidad Politécnica, Madrid, España.

[4] Irving H. Shames, 1999, "Mecánica para Ingenieros, Dinámica", 4^a Edición, Ed. Prentice Hall, Mexico, pp. 659-662.

[5] Andrew Pytel y Jaan K., 1999, "Ingeniería Mecánica, Dinámica", 2^a Edición, Ed. Thomson, pp. 241-258.

[6] Russel C. Hibbeler, "Mecánica Vectorial para Ingenieros, Estática", 10^a Edición, Ed. Prentice Hall, Mexico, pp. 379-386.

[7] Ferri, A.A., 1995, "Friction Damping and Isolation System", ASME special 50th Anniversary Design Issue, 117, pp. 196-206.

[8] Peter Alfredo F., 2010, "Análisis del comportamiento de Estructuras de Acero provistas de disipadores de Energía tipo SBC", Memoria para optar Título, Universidad de Chile, Santiago, Chile, pp. 18-20.

[9] Faik, S., y Witteman, H, 2000, "Modeling of Impact dynamics: a literatura survey", International ADAMS User Conference.

[10] Siewert, T., Manahan, M., McCowan, C., Holt, J., Marsh, F., y Ruht, E., 1999, "The History and Importance of Impact Testing" Pendulum Impact Testing: A Century of Progress, ASTM STP 1380, T.A. Siewert and M.P. Manahan, Sr., eds., American Society for Testing and Materials.

[11] Nano-World <http://www.nano-world.org/frictionmodule/content/0300reibungsmikroskopie/?lang=en>, 02 de Abril de 2004.

[12] Dowson Duncan, "Guillaume Amontons, Biography", Journal of Lubrication Tecnology; Vol. 100, B, January 1978.

[13] Beards, C.F., 1986, "Structural Damping By Slip in Joints", Shock and Vibration Digest, Vol. 17, No. 11, pp. 17-19.

[14] Folkman, S.L., and Redd, F.J., 1990, "Gravity Effects on Damping of a Structure with Pinned Joints" AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 13, No. 2, pp. 218-223.

[15] Ferri, A.A., Biedmann, A.C., 1992, Damping and Vibration of Beams with Various Types of Frictional Support Conditions, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 114, pp. 289-296.

[16] Szwedowicz, D., 1997, "Impact modeling vibration of cantilevered beams including friction dampers". Modern practice in stress and vibration analysis, Proceedings of the 3rd. International conference on modern practice in stress and vibration analysis, 3-5 Sep., Dublin, Ireland, pp. 287-292.

[17] Cortes, C., 1997, "Diseño y construcción de un sistema de excitación mecánico para pruebas de excitación forzadas con aplicación en pruebas de amortiguamiento por fricción seca", Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México.

[18] Inaudi, J., y Kelly, J., 1996, "Dynamics of Homogeneous frictional system", Dynamics with Friction: Modeling, Analysis and Experiment, pp. 93-136 edited by A. Guran and K. Popp, Series on Stability, Vibration and Control of Systems Series B: Vol. 7, World Scientific Publishing Company.

[19] Gaona, A., 2003, "Análisis numérico y experimental de la fuerza de apriete y fricción en uniones mecánicas sometidas a cargas dinámicas transversales", Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México.

[20] Espino, P., 2004, "Modelado numérico con verificación experimental de un amortiguador de impacto tipo elastómero", Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México.

[21] Enrique Contreras C., "Análisis Experimental de la Fricción Seca en una Viga en Cantiliver", Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México.

[22] Turner, M., R. W. Clough, H. C. Martin y L. J. Topp, "Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures", J. Aeronautical Science 23 (9), pp. 805-823, Septiembre de 1956

[23] Bathe K. J., y Wilson E. L., 1976, "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall, Inc.

[24] Ritz W., 1909, "Über eine Neue Methode zur Lösung gewisser Variationprobleme der Mathematischen Physik", J. Reine Angew. Math., Vol. 135, pp. 1-61.

[25] Courant R., 1943, "Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibration, Bulletin of American Mathematical Society, Vol. 49, pp. 1-23.

[26] Clough R. W., 1960, "The finite element method in plane stress analysis", Proc. American Society of Civil Engineers, 2nd Conference on Electronic Computation, Pitsburg, Pennsylvania, Vol. 23, pp. 345-378.

[27] Radamés R. Leyva., 2006, "Prototipo de un tope de impacto ajustable que disipe energía mediante fricción", Tesis de maestría, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México.

[28] Alejandro E. Rodriguez Sanchez, 2012, "Dinámica del sistema péndulo impactor", Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México.

[29] Alejandro E. Rodriguez Sanchez, 2012, "Tutorial de péndulo de impacto", Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México.

[30] Mechanical Properties of Wood, <http://www.mif.pg.gda.pl/kft/Akron1/ch4-Mechanical-Properties-of-Wood.pdf>.

[31] ABAQUS/CAE, User's Manual, 2003, Version 6.4, Ed. ABAQUS.