



# **ITTG**

**Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez**  
**Departamento de Ingeniería Mecánica**

## **INFORME RESIDENCIA PROFESIONAL**

### **ENTROPÍA Y COEFICIENTE DE FRICCIÓN**

Presentada por

**DERSEIN SARÁOZ DOMÍNGUEZ**

**Asesor Interno:**

M.I. Apolinar Pérez López

**Asesor Externo:**

Dr. José María Rodríguez Lelis

**Revisores:**

M.C. Lenin Russell Suarez Aguilar

Dr. Carlos Ríos Rojas

# ÍNDICE

	Pág.
Lista de figuras	I
Lista de tablas	I
Nomenclatura	III
<b>INTRODUCCIÓN</b>	1
I.    Justificación	3
II.   Objetivo	3
III.  Caracterización del área en que participó	4
<b>CAPÍTULO I ESTADO DEL ARTE</b>	
1.1.  Introducción	5
1.2.  Estado del arte.	5
<b>CAPÍTULO II TEORÍA BÁSICA</b>	
2.1.  Introducción	13
2.2.  Entropía.	13
2.3.  Exergía.	19
2.4.  Fricción.	25
2.4.1.  Área de contacto.	27
2.5.  Sonido.	28
2.5.1.  Ondas longitudinales.	29
2.5.2  Distribución de energía en ondas sonoras.	29
2.5.3  Nivel de intensidad de la onda sonora del sonido.	30
2.5.4.  Desarrollo para obtener el modelo matemático.	31
2.6.  Energía acústica.	33
2.7.  Energía por deformación elástica.	34
2.8.  Energía térmica.	34
2.9.  Generación de calor	35
2.9.1  Calentamiento por fricción.	36
2.9.1.1.  Calor generado por fricción y la primera ley de la termodinámica.	37
2.9.1.2  Restricciones de la segunda ley de la termodinámica.	41
2.10.  Temperatura media superficial	42
2.10.1  Coeficiente de particion de calor.	45

### **CAPÍTULO III ARREGLO MATEMÁTICO**

3.1. Introducción	48
3.2. Modelación matemática	48

### **CAPÍTULO IV ANALISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIÓN**

4.1. Introducción.	53
4.2. Materiales.	53
4.3. Propiedades y resultado.	54
4.4. Diagrama de sankey	65
4.5. Conclusión	66

### **CAPITULO V REFERENCIAS**

5.1 Introducción.	68
5.2 Estado del arte.	68
5.3 Teoría básica.	71
5.4 Análisis de resultados y conclusión.	73

### **APENDICES**

Apéndice a Formulación del flujo de calor.	74
---	----

Apéndice b Flujos de calor aplicado al modelo de solido semi-infinito.	75
---	----

Apéndice c Temperatura superficial en un sólido semi-infinito.	76
---	----

Apéndice d Coeficiente de partición de calor.	78
--	----

# ***LISTA DE FIGURAS***

	Pág.
Fig. 2. 1 Representación gráfica de la generación de entropía durante un proceso de transferencia de calor a través de una diferencia finita de temperatura.....	19
Fig. 2. 2 La transferencia y destrucción de exergía durante un proceso de transferencia de calor debido a una diferencia finita de temperatura.....	23
Fig. 2. 3 a) Superficie rugosa en contacto directo b) plano normal a la interfaz que muestra el área real total entre las dos superficies. ....	28
Fig. 2. 4 Flujo de superficies en contacto .....	36
Fig. 2. 5 Modelo del solido semi-infinito, con flujo de calor suministrado en la superficie.....	42
Fig. 2. 6 Contacto entre el materia 1 y el materia 2 .....	46
Fig. 3. 1 Balance de energía .....	48
Fig. 4. 1 Diagrama de Sankey para un proceso general de fricción.....	65

# ***LISTA DE TABLAS***

Tabla 4. 1 Propiedades mecánicas y térmicas de la rodilla.....	54
Tabla 4. 2 Propiedades mecánicas y térmicas de la prótesis de rodilla .....	56
Tabla 4. 3 Propiedades mecánicas y térmicas del buje de bronce .....	58
Tabla 4. 4 Propiedades mecánicas y térmicas de la suela y el concreto.....	60

# ***GRAFICAS***

Gráfica 2. 1 Coeficiente de fricción como función del radio de contacto .....	27
Grafica 4. 1 Entropía de la rodilla variando la temperatura .....	55
Grafica 4. 2 Entropía de la prótesis rodilla variando la temperatura .....	57
Grafica 4. 3 Entropía del buje de bronce variando la temperatura.....	59
Grafica 4. 4 Entropía de la suela variando la temperatura .....	61
Grafica 4. 5 Comparación de generación de entropía en rodilla natural y prótesis variando la temperatura .....	62
Grafica 4. 6 Comparación de la rodilla natural y la prótesis de rodilla variando la intensidad del sonido.....	63
Grafica 4. 7 Comparación de la rodilla natural y la prótesis de rodilla variando la intensidad del sonido.....	64

# ***NOMENCLATURA***

$a$	Aceleración
$A$	Amplitud de onda
$A_{com}$	Área real de contacto que considera los efectos de la adhesión
$A_r$	Área real de contacto
$Q$	Calor
$C_p$	Calor específico
$W_T$	Carga compuesta
$P_{ext}$	Carga externa
$N$	Carga Normal
$\mu$	Coefficiente de Fricción
$\lambda$	Coefficiente de partición de calor
$k_T$	Conductividad térmica
$\rho$	Densidad
$\delta Q$	Diferencial de calor
$\alpha$	Difusividad térmica
$d_N$	Distancia que recorre una aspereza a otra
$E_{acustica}$	Energía acústica
$E_{def.elastica}$	Energía de deformación elástica
$E_N$	Energía disipada por fricción por cada aspereza
$U$	Energía interna
$E_{termica}$	Energía térmica
$S$	Entropía
$X$	Exergía
$q_0$	Flujo de calor constante aplicado en la superficie
$f$	Frecuencia
$F$	Fuerza
$F_A$	Fuerza aplicada

$F_{fr}$	Fuerza de fricción
$I$	Intensidad
$I_{ref}$	Intensidad de referencia
$m$	Masa
$E$	Módulo de elasticidad
$E^*$	Módulo de elasticidad compuesto
$N_{aspereza}$	Numero de asperezas
$k$	Numero de onda
$L$	Numero de pecket
$\delta$	Penetración elástica de la aspereza
$P_0$	Presión atmosférica
$R$	Radio de aspereza
$r_{com}$	Radio de contacto
$\nu$	Razón de poisson
$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$	Segunda derivada parcial de y respecto de x
$T$	Temperatura
$W_{total}$	Trabajo total
$x$	Variable espacial
$t$	Variable temporal
$V$	Velocidad
$\omega$	Velocidad angular
$\dot{y}$	Velocidad de onda
$c$	Velocidad del sonido
$\mathcal{V}$	Volumen

# ***INTRODUCCIÓN***

La fricción es un fenómeno complejo que involucra liberación de energía, principalmente en forma de calor. Este calor afecta las propiedades físicas de las superficies materiales así como las químicas y físicas de cualquier elemento que este en contacto [1]. Para “acceder” a la comprensión de los efectos que provoca el calor friccionante en los materiales que soportan el rozamiento, se recurre convencionalmente a la 1ra. Ley de la Termodinámica, a fin de calcular la máxima temperatura que las superficies pueden tolerar antes del deterioro irreversible.

Los problemas provocados por la fricción son motivo de investigaciones científicas, a causa de las pérdidas económicas que ocasionan.

La evidencia empírica de que la temperatura crítica incrementa con la velocidad, conlleva a pensar en la idea sobre la acumulación del calor friccionante en las superficies. Una obvia conclusión es que el calor acumulado superficial requiere el análisis derivado de la 2da. Ley de la Termodinámica; no sólo es importante evaluar el estacionario calor friccionante, también se debe considerar el efecto de su irreversible acumulación en las superficies, al menos, sobre el coeficiente de fricción.

La inmediata influencia irreversible sobre el coeficiente de fricción, parece ser la ampliamente reconocida variación en el tiempo de la fuerza de roce. Es decir, las fluctuaciones de  $\mu$  pueden corresponder al observado resultado final proveniente de efectos disipativos. En Termodinámica No Lineal, las fluctuaciones del calor en un sistema disipativo siempre remiten a una irreversible microproducción es decir, siempre positiva pero microscópica de entropía dentro del sistema disipativo [2, 3].

A nivel molecular se toman muchas consideraciones para explicar el fenómeno de generación de entropía que se presenta en el proceso de fricción, se modificó el modelo de Rabinowicz, de manera que el fenómeno se consideró como función de la temperatura, y el radio de la partícula como variable independiente, la generación de

calor se determinan como función de la fricción, las temperaturas superficiales se calculan con base en el modelo del sólido semi –infinito [4].

La fricción está compuesta por varios fenómenos físicos combinados entre sí, por lo que se comportan como un fenómeno muy complejo [5]. Entre estos fenómenos están la deformación elástica, la deformación plástica, la adhesión y la oscilación mecánica como vibraciones u ondas acústicas, todos estos factores provocan una pérdida directa de energía la cual se ve reflejada en el trabajo total realizado.

El modelo propuesto en este trabajo se realiza con base en estudios sobre generación de calor y temperaturas superficiales que se inducen por fricción, y se hace una analogía con respecto a la generación de entropía por transferencia de calor considerando las energías por deformación elástica, térmicas y por sonido.

# ***JUSTIFICACIÓN***

Se desarrollará la teoría a nivel molecular para explicar el fenómeno de generación de entropía que se presenta en el proceso de fricción y poder observar cómo se relaciona la generación de entropía con el coeficiente de fricción considerando las energías térmicas, por deformación elástica y acústica y poder controlar las pérdidas de energía poder obtener el máximo trabajo en un proceso que implica la fricción, y poder determinar qué tipo de energía produce más entropía en el sistema en comparación de las demás y poder tener un mejor control de la entropía. La generación de entropía en función del coeficiente de fricción puede disminuirse mediante la disminución de los radios de contacto la velocidad de deslizamiento entre los cuerpos y dependiendo de las propiedades térmicas de los materiales. la ecuación se aplicara a cuatro diferentes materiales las cuales son la rodilla natural, la prótesis de rodilla de ultra alto peso molecular, los bujes de bronce y para la suela al momento de caminar, para poder conocer la cantidad de energía que no me es útil para producir un trabajo y podre disminuirlo. Este trabajo se desarrollara de manera teoría como bases para trabajos futuros

# ***OBJETIVO***

Determinar la producción de entropía como función del coeficiente de fricción en procesos de flujo y de deslizamiento en sólidos.

Aplicar la segunda ley de la termodinámica para distinguir la disipación causada por la fricción y su relación con la producción de entropía.

# ***CARACTERIZACIÓN DEL ÁREA EN QUE PARTICIPÓ***

El área en el que se trabajó fue en el área de tribología y biomecánica en cual se hacen investigaciones sobre el funcionamiento del cuerpo de manera mecánica y estudios del proceso de fricción de manera macromolecular y todo va dirigido al área de medicina principalmente en la creación de prótesis o de instrumentos medico haciendo un análisis mecánico del sistema.

En este caso fue el estudio la generación de entropía en un proceso de fricción considerando las energías por deformación elástica, térmica y por sonido, al encontrar el modelo matemático se aplicara para poder comparar la generación de entropía entre la prótesis de rodilla y la rodilla natural, así como los bujes y la suela con el asfalto.

# ***CAPÍTULO I***

## ***ESTADO DEL ARTE***

### **1.1. INTRODUCCIÓN**

Las investigaciones sobre generación de calor y temperaturas superficiales que se producen por fricción, comenzaron en 1936 aproximadamente. Aun cuando los primeros modelos teóricos eran burdos, presentaban una idea general del fenómeno. Estudios posteriores han permitido obtener resultados más exactos [1]. De éstos destacan los estudios teórico de experimentales de Bowden y Tabor, Bos, y Rabinowicz [2]. Este capítulo presenta brevemente los estudios realizados sobre la fricción, la entropía, y la generación de calor y temperaturas superficiales y las energías de sonido, térmica y elástica y su influencia en un proceso de fricción [3].

### **1.2. ESTADO DEL ARTE.**

Leonardo Da Vinci (1452-1519) fue el primero que hizo aportación a la comprensión del mecanismo de fricción y estudio de manera sistemática y cuantitativa la fricción [4]. Él comprendió la importancia de la fricción en la máquina y realizó una distinción entre fricción por deslizamiento y rodamiento. Estableció dos leyes básicas de fricción 1) el área de contacto no tiene efecto sobre la fuerza de fricción 2) la fuerza de fricción se duplica si el peso se duplica también. Al parecer fue la primera persona que introdujo el concepto de coeficiente de fricción y la definió como la razón de la fuerza de fricción a la carga normal y reconoció el efecto benéfico de los lubricantes [5].

Un gran número de personajes investigaron sobre fricción en la antigüedad tales como Leonardo Da Vinci (1508), Amontons (1699), Euler (1748), Coulomb (1809). Amontons y Coulomb hallaron que la fuerza de fricción  $F$  que hay que vencer para

mover un cuerpo respecto de otro es proporcional a la carga normal aplicada  $P$ : es decir existe una constancia del cociente  $\frac{P}{F}$ , llamado coeficiente de fricción [6].

En 1699 Guillaume Amontons Realizó experimentos enfocados a determinar el comportamiento de los cuerpos. Demostró como considerar la fricción en el comportamiento de máquina y establecer su concepto de mecanismo del mecanismo de fricción. El que atribuyó a la fuerza requerida para levantar las asperezas superficiales de los cuerpos en deslizamiento.

Estas observaciones fueron verificadas por el físico francés Charles Augustin Coulomb quien en 1785 agregó una tercera ley de fricción en la cual establece que la fuerza de fricción es independiente de la velocidad, una vez que se inicia el movimiento. Con esto hizo una clara distinción entre fricción estática y fricción cinemática [5].

La fricción enfocada a la adhesión de las superficies lo proporciono John Theophilus Desaguliers. El enfatiza la necesidad de considerar el efecto de la fricción sobre el rendimiento de las maquinas. Su visión consistió en que las rugosidades superficiales eran responsables de la mayor parte de la dureza de fricción. Además, noto que cuando las superficies en deslizamiento estaban muy pulidas la fricción aumentaba [7].

Una forma partícula del mecanismo de fricción es la fricción Seca, esta fue tratada por Gustav Adolph Hirn, quien junto con clausius, Joule y Rankine; son conocidos como los fundadores de la Termodinámica Aplicada. Su Desarrollo más importante es haber encontrado un equivalente mecánico entre calor y trabajo. Su interés en comprender la relación entre estos dos fenómenos físicos lo llevo a explicar la naturaleza de este tipo de fricción. Sin embargo, los trabajos de los científicos Frank Bowden y David Tabor [8]. Quien al igual que Rabinowicz [9]. Archard, Greenwood y Williamson proporcionarían mucha información para el entendimiento del modelo de fricción.

Otro enfoque al proceso de adhesión para explicar la fricción lo proporciona Ernest Rabinowicz con el concepto de trabajo de adherencia entre dos superficies. En su definición de adhesión, mencionaba que el trabajo de adherencia depende de la energía libre superficial. Además, encontró que esta propiedad no varía significativamente en función de la temperatura siendo el mismo valor en el punto de fusión que en la fase líquida. Del mismo modo sugiere que la energía de superficie de la mayoría de los metales es aproximadamente dos veces mayor a temperaturas ambiente que en el punto de fusión en condiciones de vacío. Además, hace mención de un factor que influye al trabajo de adherencia, la compatibilidad metalúrgica de los metales en contacto [10].

En 1966 es usada por primera vez la palabra tribología en un informe elaborado por la Comisión del Ministerio de Educación y Ciencia de la Gran Bretaña. Después la tribología comenzó a reconocerse como una fuerza para economizar los recursos financieros, materia prima y materiales energéticos. La tribología es definida como la ciencia y tecnología de la interacción de la superficie en movimiento relativo y los temas y prácticas relacionados con ella.

La palabra tribología viene del vocablo griego *tribo* que significa frotamiento y *logos* que significa estudio. Esta básicamente incluye los fenómenos de fricción, lubricación y desgaste [11].

Un término que comúnmente acompaña al desgaste, es la fricción. Esto crea la impresión que los dos términos, desgaste y fricción, son casi sinónimos en el sentido que una alta fricción equivaldría a un alto desgaste o un pobre comportamiento al desgaste. También podría pensarse que una baja fricción equivaldría a un bajo desgaste o un buen comportamiento al desgaste. Esto es un concepto totalmente erróneo. A este respecto Bhushan B. [12] mencionó que el desgaste, así como la fricción, no son propiedades del material, consiste más bien en una respuesta al sistema. Las condiciones afectan la interface. Erróneamente, en ciertas ocasiones se asumen que interface con alta fricción exhiben altas tasas de desgaste. Esto no es necesariamente cierto; por ejemplo, las interface con lubricación sólidos y polímeros

exhiben relativamente baja fricción y relativamente alto desgaste. En cambio, los cerámicos exhiben fricción moderada pero extremadamente bajo desgaste. El desgaste puede ocurrir por medio mecánico y/o químico, y es generalmente acelerado por el calentamiento friccional (o medio térmico).

Los aspectos básicos de la deformación de recubrimiento en superficies metálicas por fricción surgieron en 1903 a causa de las investigaciones de Beilby dirigidas al pulido de metales. En sus experimentos él observó que se producía calor en la superficie y se deformaba una capa que era físicamente distinta de la masa del material. La presencia de esta capa de Beilby; Como se llamó, fue confirmada más tarde por Cochrane en 1938, mediante el análisis de los patrones de difracción de electrones a las superficies pulidas [13].

Los cálculos iniciales de la cantidad de calor que se genera por fricción y la razón a la que se transfiere, sugieren que el incremento de temperatura superficial puede ser muy elevado. Un modelo formulado en 1936 [14], se empleó para calcular las temperaturas generadas en la interfaz entre un cilindro de constante y una superficie plana de acero en deslizamiento.

En 1937, Blok [15] estudió el incremento de temperatura superficial en fuentes rectangulares concentradas de calor. Para velocidades de deslizamiento elevadas, Blok consideró que la conducción normal era el único mecanismo de transferencia de calor involucrado. Posteriormente en 1943, Jaeger Bos [15] extendió el modelo de Blok a sólidos en deslizamiento bajo condiciones en estado estacionario. Aquí la conducción lateral llega a ser importante como mecanismo de transferencia de calor.

Bowder y Tabor realizaron trabajos dirigidos a estudiar los efectos que el deslizamiento causa a la superficie, los cuales son: flujo de material, calentamiento de la superficie, generación de defecto sobre la superficie, difusión. Ellos mencionan que estos efectos se extienden por debajo de la superficie a cierta profundidad dentro del material, de manera que las propiedades mecánicas de un par que

interactúa también contribuirán a la naturaleza de las fuerzas interfaciales. Los experimentos realizados con varios metales deslizándolos sobre acero, indicaron que el flujo y transferencia de partículas depende de los puntos de fusión de los materiales [16].

En 1986, Symmons G.R. [17], presentaron una investigación que se enfocó en la correlación entre las características de la fricción producida durante el movimiento de adherencia-deslizamiento, el ruido y la vibración de un sistema de cargas que causo el contacto friccionaste. Ellos demostraron que con varias combinaciones de materiales en contacto, se producen características de fricción diferente. Además, estos resultados mostraron presencia de señales acústicas en algunas combinaciones de contacto, mientras que en otra no.

En 2001 Soriano calculo la temperatura superficial de acuerdo con el modelo del sólido semi-infinito, propuesto por Carslaw y Jaeger [18]. Considerando un flujo de calor que se genera por fricción en un área circular, en la superficie del substrato. La cantidad de calor que se transfiere hacia el substrato, se evalúa con base en las condiciones de operación y en las propiedades térmicas de los materiales en contacto. Esto se representa por una función de partición de calor que se desarrolla con base en el número de Péclet como criterio de velocidad. El modelo que se presentó en su trabajo, trata la conducción normal y la convección como mecanismos importantes de transferencia de calor, y es aplicable para velocidades elevadas de deslizamiento [19].

De acuerdo con Morales un tercio de la energía que se produce, se pierde por fenómenos relacionados con la fricción. Por lo que es de gran interés el estudio de la tribología con el fin de reducir los efectos de pérdida de energía por fricción [20].

La energía superficial se define como la energía necesaria para romper los enlaces intermoleculares dando lugar a una superficie. En la física del sólido, las superficies deben ser intrínsecamente menos favorables energéticamente que la masa; es decir,

debe haber una fuerza que genera la superficie. La energía superficial puede ser definida como el exceso de energía de la superficie de un material comparado con la que tendría si estuviera inmersa en la masa [21].

Se entiende por energía libre aquella energía que se obtiene a través de fenómenos físicos que no requiere ningún tipo de combustible. Es el máximo trabajo que puede realizar un sistema.

Clausius afirmaba que no existía proceso que de manera espontánea permitiera la transferencia de calor de un cuerpo frío a uno caliente, hoy en día dicho enunciado es una particularización de la segunda ley de la termodinámica, sin embargo no es completa ni suficiente para cualificar la energía, además; propuso representar las transformaciones térmicas mediante el concepto del "valor de equivalencia" de una transformación, mismo concepto que sería llamado más tarde entropía. [22].

Carnot trabajó con un concepto más abstracto, en el que hablaba ya directamente de la entropía ( $S$ ), y decía que existen dos funciones de estado  $S$  (entropía) y  $T$  (temperatura), donde  $T$  es una función positiva de la temperatura empírica, de tal manera que cualquier cambio infinitesimal cuasiestático de un sistema o sistema de cuerpos en la entropía se debían a cambios infinitesimales en el flujo de calor relacionándose de la siguiente manera ( $dQ=TdS$ ). La función  $T$  es denominada temperatura absoluta, y la función  $S$  se llama entropía la cual siempre se encuentra en aumento [23].

Sin embargo no fue Carnot quien introdujo el término "entropía", este nombre se debe a Clausius. Carnot fue uno de los primeros científicos que relacionó la entropía con formas de energía, pero los sistemas con los que aplicaba sus conceptos, tenían demasiadas restricciones (sistemas cerrados, sistemas reversibles, etc.).

Helmoltz formuló un concepto también abstracto auxiliándose de un concepto termodinámico nuevo, pero que también es de utilidad para cuantificar, cualificar y factibilizar procesos a volumen constante, el concepto introducido es llamada hoy en

día en su honor energía libre de Helmholtz ( $A$ ), y enuncia que ésta se relaciona con la temperatura y entropía de la siguiente manera ( $A=U-TS$ ). Además formuló la teoría cosmológica de la muerte térmica, que afirma que el universo gradualmente se está agotando y que eventualmente se alcanzará el punto de máxima entropía o muerte del calor en donde toda la energía disponible habrá sido usada y ninguna actividad podrá ocurrir [24].

El término exergía fue acuñado por Rant Zoran en 1956, pero el concepto fue desarrollado por J. Willard Gibbs en 1873.

Gibbs afirmó que la entropía es una propiedad de estado solamente, y su valor para un sistema aislado nunca debe disminuir. Es importante notar que la forma de manejar la variable entropía por Gibbs está restringida a sistemas cerrados y en la naturaleza no siempre encontraremos estas aplicaciones, pero introdujo una idea fundamental, aseverando que la entropía siempre aumentaba [25].

Maxwell planteó ecuaciones donde la entropía se encuentra en función de propiedades intensivas, tales como presión, temperatura y volumen específico. Además ofrece mediante una relación matemática una conexión entre la entropía y el desorden, dándole una connotación de origen probabilístico y molecular, advirtió que el calor se transfería de un cuerpo frío a otro más caliente por movimientos aleatorios de las moléculas, pero estas fluctuaciones no constituían una violación de la segunda ley de la termodinámica. Esta ley, es esencialmente estadística [26].

Boltzman propuso el concepto de desorden asociado con la calidad energética, enunciando que la entropía es la cantidad termodinámica que se usa como medición del caos o lo revuelto de un sistema, estableció la relación entre entropía y el análisis estadístico de los movimientos moleculares [27].

Perrin estableció que la entropía de un sistema que sufre una transformación adiabática de un primer estado de equilibrio a un segundo estado de equilibrio es mayor en el segundo estado.

Schrödinger, trató de trabajar con un concepto estadístico de entropía, especialmente con la ecuación de Boltzmann  $S = (k)(\ln)(W)$ , pero atacó también el problema con otros puntos de vista, y una de las frases de sus publicaciones decía "Cada ser vivo sobrevive gracias a que continuamente se alimenta de entropía negativa de los alrededores" [28].

Onsager opinó que la razón de aumento de entropía de un sistema más la razón de flujo de entropía era igual a la razón de generación interna de entropía, y ésta razón de generación entrópica se expresa como la suma de términos de procesos irreversibles (cada término por separado es un proceso irreversible) [29].

Para el caso tratado en este trabajo, la entropía se calcula de acuerdo con el modelo de Rudolf Clausius para temperatura constante [22], las temperaturas superficiales se calculan de acuerdo con el modelo del sólido semi – infinito, propuesto por Carslaw y Jaeger [18]. Aquí se considera un flujo de calor que se genera por fricción y el coeficiente de fricción según Rabinowicz. La cantidad de calor que se transfiere hacia el material, se evalúa con base en las condiciones de operación y en las propiedades térmicas de los materiales en contacto. Esto se representa por una función de partición de calor que se desarrolla con base en el número de Péclet como criterio de velocidad. El modelo que se presenta en este trabajo, trata la entropía por transferencia de calor de manera general.

# ***CAPÍTULO II***

## ***TEORÍA BÁSICA***

### **2.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se darán a conocer los sustentos teóricos para la realización de los cálculos de la entropía en función del coeficiente de fricción así como las consideraciones que se realizaron así como los modelos matemáticos del proceso de fricción y de generación de calor y la temperatura que se genera en el proceso de fricción.

### **2.2. ENTROPÍA**

En termodinámica, la entropía es una magnitud física que, mediante cálculo, permite determinar la parte de la energía que no puede utilizarse para producir trabajo. Es una función de estado de carácter extensivo y su valor, en un sistema aislado, crece en el transcurso de un proceso que se dé de forma natural. La entropía describe lo irreversible de los sistemas termodinámicos.

El concepto de entropía fue desarrollado en respuesta a la observación de que una cierta cantidad de energía liberada de funcionales reacciones de combustión siempre se pierde debido a la disipación o la fricción y por lo tanto no se transforma en trabajo útil.

A continuación se describen algunas características asociadas a la entropía [1].

- La entropía se define solamente para estados de equilibrio.
- Solamente pueden calcularse variaciones de entropía. En muchos problemas prácticos como el diseño de una máquina de vapor, consideramos únicamente diferencias de entropía. Por conveniencia se considera nula la entropía de una sustancia en argumentado de referencia conveniente. Así se calculan las

tablas de vapor, en donde se supone cero la entropía del agua cuando se encuentra en fase líquida a 0 °C y presión de 1 atm.

- La entropía de un sistema en estado de equilibrio es únicamente función del estado del sistema, y es independiente de su historia pasada. La entropía puede calcularse como una función de las variables termodinámicas del sistema, tales como la presión y la temperatura o la presión y el volumen.
- La entropía en un sistema aislado aumenta cuando el sistema experimenta un cambio irreversible.
- Considérese un sistema aislado que contenga 2 secciones separadas con gases a diferentes presiones. Al quitar la separación ocurre un cambio altamente irreversible en el sistema al equilibrarse las dos presiones. Pero el medio ha sufrido cambio durante este proceso, así que su energía y su estado permanecen constantes, y como el cambio es irreversible la entropía del sistema ha aumentado.

En Termodinámica se reconoce 3 leyes principales

Ley cero de la termodinámica nos dice que si tenemos dos cuerpos llamados A y B, con diferente temperatura uno de otro, y los ponemos en contacto, en un tiempo determinado  $t$ , estos alcanzarán la misma temperatura, es decir, tendrán ambos la misma temperatura. Si luego un tercer cuerpo, que llamaremos C se pone en contacto con A y B, también alcanzará la misma temperatura y, por lo tanto, A, B y C tendrán la misma temperatura mientras estén en contacto, es decir un "equilibrio térmico".

1ª Ley de la Termodinámica, conocida como "Ley de conservación de la energía" y que establece que hay cierta magnitud llamada "energía", la cual no varía con los múltiples cambios que ocurren en la naturaleza.

2ª Ley de la Termodinámica, la cual establece, por su parte, que existe otra magnitud llamada "entropía", que permanece constante en algunas transformaciones y que aumenta en otras, sin disminuir jamás. Aquellas transformaciones en las cuales la entropía aumenta, se denominan "procesos irreversibles".

La 2ª Ley de la Termodinámica se aplica solamente a sistemas aislados, es decir, a sistemas en los cuales las transformaciones implicadas quedan todas incluidas en ellos. En sistemas abiertos, en cambio, así como la energía puede pasar de un sistema a otro y entonces mientras uno la pierde, el otro la gana, pero el balance total es igual a cero, lo mismo acontece con la entropía: si un sistema gana en entropía, su alrededor la pierde, pero el balance total es nulo. Es válido decir, al sistema más su alrededor se le considera como un sistema aislado así se ha considerado al universo. Éste es el caso, sin embargo, de los procesos reversibles, los cuales son procesos ideales [2].

En los sistemas reales, y como tales escenarios de procesos irreversibles, el balance final de entropía es siempre positivo. Además, es muy importante señalar que la entropía aumenta en un sistema aislado hasta alcanzar un máximo, que es su estado de equilibrio [3].

Por otra parte, se habla de "estado de equilibrio" porque una vez que la distribución más probable ha sido alcanzada, permanece estacionaria. Pese a las colisiones posteriores que pueden hacer variar las velocidades individuales de las moléculas, la distribución de conjunto permanece invariable [4].

Esta idea de desorden termodinámico fue plasmada mediante una función ideada por Rudolf Clausius a partir de un proceso cíclico reversible. En todo proceso reversible la integral curvilínea que sólo depende de los estados inicial y final, con independencia del camino seguido ( $\delta Q$  es la cantidad de calor absorbida en el proceso en cuestión y  $T$  es la temperatura absoluta). Por tanto, se expresa:

$$ds = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int rev} \quad 2.2.1$$

La entropía es una propiedad extensiva de un sistema y a veces es llamada entropía total, mientras que la entropía por unidad de masa "s" es una propiedad intensiva y tiene por unidades KJ/Kg; el cambio de entropía de un sistema durante un proceso puede determinarse integrando la ecuación entre los estados inicia y final.

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int rev} \quad 2.2.2$$

Los proceso de transferencia de calor son internamente reversible, por lo tanto el cambio de entropía de un sistema durante uno de estos proceso puede determinarse al resolver la integral de la ecuación

$$\Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{int rev} = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T_0} \right)_{int rev} = \frac{1}{T_0} \int_1^2 (\delta Q)_{int rev}$$

La cual se reduce a

$$\Delta S = \frac{Q}{T_0} \quad 2.2.3$$

Alguna entropía es generada o creada durante un proceso irreversible, y esta generación se debe completamente a la presencia de irreversibilidad. La entropía generada durante el proceso se llama generación de entropía y se denota por  $S_{gen}$ . Como la diferencia ente el cambio de entropía de un sistema cerrado y la transferencia de entropía es igual a la generación de entropía

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right) + S_{gen} \quad 2.2.4$$

O

$$S_{gen} = S_2 - S_1 - \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \geq 0$$

La generación de entropía  $S_{gen}$ . Siempre es una cantidad positiva o cero. Su valor depende del proceso, así que no es una propiedad del sistema. También, en la ausencia de cualquier transferencia de entropía, el cambio de entropía de un sistema es igual a la generación de entropía.

$$\Delta S_{aislado} \geq 0$$

Esta ecuación expresa que la entropía de un sistema aislado durante un proceso siempre se incrementa o, en el caso límite de un proceso reversible, permanece constante, es decir la entropía nunca disminuye, esto es conocido como principio de incremento de entropía.

El principio de incremento de entropía no implica que la de un sistema no pueda disminuir. El cambio de entropía de un sistema puede ser negativo durante un proceso pero la generación de entropía no. El principio de incremento de entropía puede resumirse como:

$$S_{gen} \left\{ \begin{array}{l} > 0 \text{ proceso irreversible} \\ = 0 \text{ proceso reversible} \\ < 0 \text{ proceso imposible} \end{array} \right\}$$

La determinación de cambio de entropía de un sistema durante un proceso implica evaluar la entropía del sistema tanto al principio como al final del proceso es decir calcular su diferencia, Cambio de entropía = entropía en el estado final – entropía en el estado inicial.

$$\Delta S_{sistema} = S_{final} - S_{inicial} = S_2 - S_1 \quad 2.2.5$$

Esta ecuación solo es válida cuando la entropía no cambie es decir en un sistema con flujo estacionario; cuando las propiedades del sistema no son uniformes, la entropía del sistema puede determinarse por la integración de

$$S_{sistema} = \int S \delta m = \int_v S \rho dV \quad 2.2.6$$

Donde  $\mathcal{V}$  es el volumen del sistema y  $\rho$  es la densidad.

El balance de entropía para cualquier sistema que experimenta cualquier proceso puede expresarse más explícitamente como:

$$S_{entrada} - S_{salida} + S_{generado} = \Delta S_{sistema}$$

O

$$\dot{S}_{entrada} - \dot{S}_{salida} + \dot{S}_{generado} = \frac{dS_{sistema}}{dt} \quad 2.2.7$$

Para un sistema cerrado en el cual no involucra flujo másico a través de sus fronteras, por lo que su cambio de entropía simplemente es la diferencia entre la entropía inicial y final del sistema. El cambio de entropía de un sistema cerrado se debe a la transferencia de entropía que acompaña a la transferencia de calor hacia el sistema y se puede expresar como:

$$\frac{Q_k}{T_k} + S_{gen} = \Delta S_{sistema} = S_2 - S_1 \quad 2.2.8$$

Donde  $Q_k$  es la transferencia de calor a través de la frontera a la temperatura  $T_k$  en el sitio k.

El cambio de entropía de un sistema cerrado durante un proceso es igual a la suma de entropía neta transferida a través de la frontera del sistema mediante la transferencia de calor y la entropía generada dentro de frontera del sistema.

La transferencia de calor hacia un sistema aumenta su entropía y en consecuencia el nivel de desorden molecular o aleatoriedad, mientras que la transferencia de calor desde un sistema lo disminuya. De hecho, el rechazo de calor es la única manera en que se puede disminuir la entropía de una masa fija. La razón de la transferencia de calor  $Q$  en un sistema a una temperatura  $T$  se le llama transferencia de entropía y se expresa como:

$$S_{calor} = \frac{Q}{T} \quad (T = cte) \quad 2.2.9$$

$$S_{gen} = \frac{Q}{T_{ex}} - \frac{Q}{T_{int}} \geq 0 \quad (\Delta s = 0 \text{ ó } Q = cte) \quad 2.2.10$$

Cuando la temperatura  $T$  no es constante, se tiene que la transferencia de entropía en un proceso de 1 a 2 puede determinarse por medio de:

$$S_{calor} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \cong \sum \frac{Q_k}{T_k} \quad 2.2.11$$

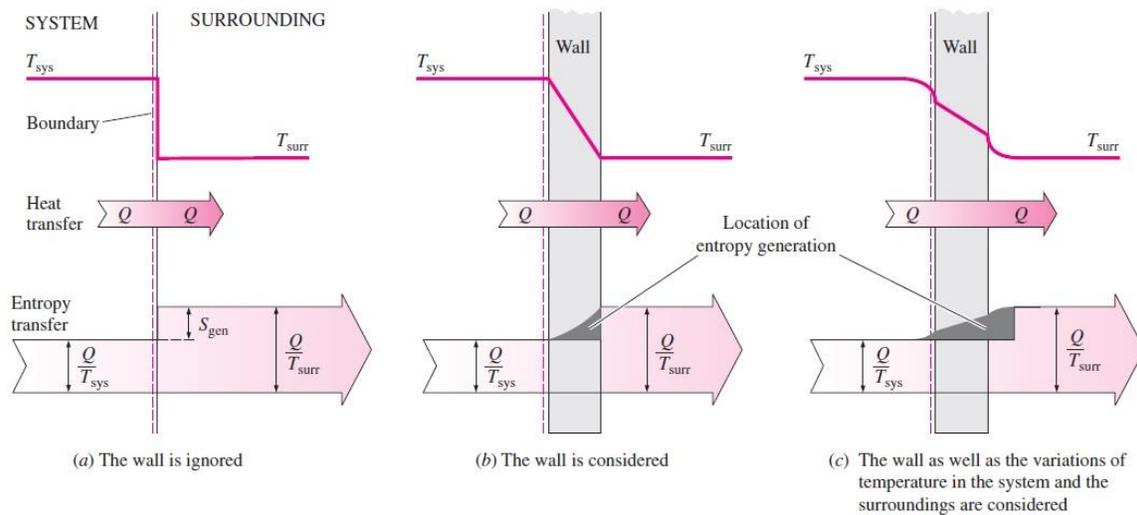


Fig. 2. 1 Representación gráfica de la generación de entropía durante un proceso de transferencia de calor a través de una diferencia finita de temperatura

### 2.3. EXERGIA

En la termodinámica, la exergía de un sistema es el máximo trabajo útil posible durante un proceso que trae el sistema en equilibrio con un depósito de calor. Cuando el entorno es el depósito, exergía es el potencial de un sistema para causar un cambio ya que logra equilibrio con su medio ambiente. Exergía es la energía que está disponible para ser utilizado. Después de que el sistema y sus alrededores alcanzan el equilibrio, la exergía es cero y es denominado “estado muerto”. Determinación de exergía también fue el primer rol de la termodinámica. El término

"exergía" fue acuñado en 1956 por Zoran Rant utilizando el griego Ex y Ergón que significa "desde el trabajo" [5].

La energía nunca se destruye durante el proceso, sino que cambia de una forma a otra. En contraste, las cuentas de exergía para la irreversibilidad de un proceso debido al aumento en la entropía. Exergía siempre se destruye cuando un proceso implica un cambio de temperatura. Esta destrucción es proporcional al incremento de la entropía del sistema junto con su entorno. La exergía destruida ha sido llamado anergia. Para un proceso isotérmico, exergía y la energía son términos intercambiables, y no hay anergia [6].

El término exergía fue acuñado por Rant Zoran en 1956, pero el concepto fue desarrollado por J. Willard Gibbs en 1873 [7].

Exergía también es sinónimo de: la disponibilidad, la energía disponible, la energía exergetica, energía utilizable, el trabajo útil disponible, el trabajo máximo, el contenido máximo de trabajo, el trabajo reversible, y el trabajo ideal [8].

La destrucción de exergía de un ciclo es la suma de la destrucción de exergía de los procesos que componen ese ciclo [9].

La energía cinética y potencia son formas de energía mecánica por lo tanto puede convertirse completamente en trabajo. El trabajo potencia o la exergía de la energía cinética y potencial de un sistema es igual a la propia energía sin tomar en cuenta la temperatura y la presión.

$$\text{exergía de la energía cinética:} \quad x_{ec} = ec = \frac{V^2}{2} \quad 2.3.1$$

$$\text{exergía de la energía potencial:} \quad x_{cp} = ep = gz \quad 2.3.2$$

Donde  $V$  es la velocidad  $g$  es la aceleración gravitacional y  $z$  es la elevación.

Los trabajos realizados por dispositivos que producen trabajo no siempre se haya completamente en forma utilizable. El trabajo que no puede recuperarse para ser utilizado en cualquier propósito útil es igual a la presión atmosférica  $P_0$  por el cambio de volumen del sistema.

$$W_{alrededores} = P_0(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1) \quad \mathcal{V} = \text{volumen} \quad 2.3.3$$

La diferencia entre trabajo real  $W$  y el trabajo de los alrededores  $W_{alrededores}$  es el trabajo útil.

$$W_a = W - W_{alrededores} = W - P_0(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1) \quad 2.3.4$$

La propiedad exergía es el potencial de trabajo de un sistema en un ambiente especificado y representa la cantidad máxima de trabajo útil que puede obtenerse cuando el sistema llega al equilibrio con el ambiente. Cuando el sistema experimenta un cambio diferencial de estado durante el cual su volumen cambia por una cantidad diferencial  $d\mathcal{V}$  y el calor se transfiere en una cantidad infinitesimal  $dQ$ . Al tomar la dirección de las transferencias de calor y trabajo como proveniente desde el sistema, el balance de energía se expresa como:

$$\delta E_{ent} - \delta E_{sal} = dE_{sistema}$$

O

$$-\delta Q - \delta W = dU$$

El trabajo útil total entregado cuando el sistema experimenta un proceso reversible desde el estado especificado al estado muerto se expresa como:

$$W_{total} = (U - U_0) + P_0(\mathcal{V} - \mathcal{V}_0) - T_0(S - S_0) \quad 2.3.5$$

En un sistema cerrado puede poseer energía cinética y potencial por lo que la energía total de un sistema en términos de energía cinética y potencia se expresa como:

$$X = (U - U_0) + P_0(\mathcal{V} - \mathcal{V}_0) - T_0(S - S_0) + m\frac{V^2}{2} + mgz \quad 2.3.6$$

Por unidad de masa  $\phi$  expresa como:

$$\begin{aligned}\phi &= (u - u_0) + P_0(v - v_0) - T_0(S - S_0) + \frac{V^2}{2} + gz \\ &= (e - e_0) + P_0(v - v_0) - T_0(S - S_0) \quad 2.3.7\end{aligned}$$

El cambio de exergía de un sistema durante un proceso es simplemente la diferencia de las exergía entre el estado final e inicial del sistema.

$$\Delta X = X_2 - X_1 = m(\phi_2 - \phi_1) \quad 2.3.8$$

Cuando las propiedades del sistema no son uniforme la exergía del sistema puede ser determinada mediante la integración de

$$X_{sistema} = \int \phi \delta m = \int_v \phi \rho dV \quad 2.3.9$$

El calor es una forma de energía desorganizada y solo una porción de esta puede convertirse en trabajo, que es una forma de energía organizada. La transferencia de calor  $Q$  en una ubicación que se encuentra a temperatura termodinámica  $T$  siempre está acompañada por la transferencia de exergía  $X_{calor}$  en la cantidad de

$$\text{transferencia de exergía por calor} \quad X_{calor} = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) Q \quad T = cte \quad 2.3.10$$

$T > T_0$  La transferencia de calor hacia un sistema aumenta la exergía de este y la transferencia de calor desde un sistema lo disminuye.

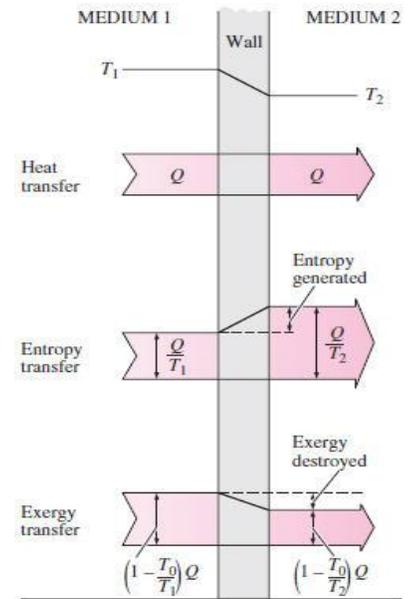
$T < T_0$  La transferencia de calor  $Q$  es el calor desechado hacia el medio frío

$T = T_0$  La exergía transferida debido al calor es cero

Para una temperatura variable se tiene que

$$X_{calor} = \int \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \delta Q \quad 2.3.11$$

Fig. 2. 2 La transferencia y destrucción de exergía durante un proceso de transferencia de calor debido a una diferencia finita de temperatura



El principio de conservación de la energía indica que esta no se puede crear ni destruir pero como ya se ha visto existe un principio de incremento de entropía la cual puede considerarse como uno de los enunciado de la segunda ley y se concluyó que la entropía no se puede destruir pero si puede ser creado o incluso ser cero, en este caso se dará una nueva alternativa de la segunda ley de la termodinámica llamado principio de disminución de exergía o eliminación de exergía; considérese un sistema aislado

*balance de energia:*  $E_{ent} - E_{sal} = \Delta E_{sistema} \rightarrow 0 = E_2 - E_1 \quad 2.3.12$

*balance de entropia:*  $S_{ent} - S_{sal} + S_{gen} = \Delta S_{sistema} \rightarrow S_{gen} = S_2 - S_1 \quad 2.3.13$

Multiplicando la ecuación (2.3.13) por  $T_0$  y restándole la primera se tiene

$$-T_0 S_{gen} = E_2 - E_1 - T_0(S_2 - S_1)$$

$$X_2 - X_1 = (E_2 - E_1) - T_0(S_2 - S_1)$$

Sustituimos  $X_2 - X_1$  por  $-T_0 S_{gen}$

$$-T_0 S_{gen} = X_2 - X_1 \leq 0 \quad 2.3.14$$

Dado que  $T_0$  es la temperatura termodinámica del ambiente y por lo tanto una cantidad positiva y  $S_{gen} \geq 0$ , en consecuencia  $T_0 S_{gen} \geq 0$  entonces se concluye que

$$\Delta X_{aislado} = (X_2 - X_1)_{aislado} \leq 0$$

Esto se conoce como el principio de disminución de exergía. Para un sistema aislado, la disminución de exergía es igual a la exergía destruida.

La exergía destruida es proporcional a la entropía generada, como puede observarse a partir de la ecuación (2.3.14) y se expresa como:

$$X_{destruida} = T_0 S_{gen} \geq 0 \quad 2.3.15$$

El principio de destrucción de exergía puede resumirse como:

$$X_{destruida} \begin{cases} > 0 \text{ proceso irreversible} \\ = 0 \text{ proceso reversible} \\ < 0 \text{ proceso imposible} \end{cases}$$

El cambio de exergía de un sistema durante un proceso es igual a la diferencia entre transferencia neta de exergía a través de la frontera del sistema y la exergía destruida dentro de las fronteras del sistema como resultado de las irreversibilidades esto es como si fuese como balance de exergía y se expresa como:

$$X_{ent} - X_{sal} - X_{destruida} = \Delta X_{sistema} \quad 2.3.16$$

Un sistema cerrado no involucra flujo másico, por lo tanto tampoco cualquier transferencia de exergía asociada con el flujo másico. Si se toma la dirección positiva de la transferencia de calor hacia el sistema y la dirección positiva de transferencia de trabajo desde el sistema, el balance de exergía para un sistema cerrado quedaría como:

$$X_{calor} - X_{trabajo} - X_{destruida} = \Delta X_{sistema} \quad 2.3.17$$

O

$$\sum \left(1 - \frac{T_0}{T_k}\right) Q_k - [W - P_0(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_1)] - T_0 S_{gen} = X_2 - X_1 \quad 2.3.18$$

Donde  $Q_k$  es la transferencia de calor a través de la frontera a la temperatura  $T_k$  en lugar  $k$ .

## 2.4. FRICCIÓN

Si dos sólidos experimentan un movimiento relativo y esto se encuentra en contacto se genera una reacción que se conoce como fricción. La fricción es la resistencia al movimiento durante el deslizamiento o rodado y se expresa como una fuerza de resistencia tangencial la cual actúa en dirección opuesta a la dirección del movimiento. Debe destacarse que la fricción no es una propiedad del material sino una respuesta del sistema [10].

Las primeras observaciones sobre el mecanismo de fricción fueron hechas por Leonardo da Vinci y posteriormente Guillaume Amontons y Charles A. Coulomb. Se estableció las leyes de fricción [11].

Primera ley: la fricción es independiente del área de contacto entre los sólidos.

Segunda ley: la fuerza de fricción es directamente proporcional a la carga normal aplicada.

Tercera ley: la fricción cinética es independiente de la velocidad de desplazamiento.

La fuerza de fricción en términos matemáticos se expresa como la relación de la carga normal aplicada, por un coeficiente de fricción que depende de las superficies de los materiales en contacto.

$$F_{fr} = \mu * N \quad 2.4.1$$

Donde  $\mu$  es la constante conocida como coeficiente de fricción estática  $\mu_s$  o cinemática  $\mu_k$ . La fuerza de fricción estática “ $F_{estatico}$ ” es la fuerza de fricción

requerida para iniciar el movimiento y la fuerza de fricción cinética “ $F_{Cinematica}$ ” es la fuerza requerida para mantener el movimiento. Estas tres leyes son suficientes para describir el mecanismo de fricción en forma macroscópica, de esto se puede decir que la fricción, es la resistencia al movimiento de cuerpos deslizándose en dirección de una interface común.

Esta ecuación solo es suficiente para describir el mecanismo de fricción en forma macroscópica; donde lo que sucede en la interface de contacto no tiene mayor importancia; pero investigaciones recientes demuestra que en la interface de contacto de dos cuerpo; lo que lleva a tomar en cuenta factores como [12].

1. El área de contacto entre las superficie deslizante.
2. El tipo de enlace que se forma en la interface, donde ocurre el contacto “adhesión”.
3. La forma de ruptura y separación de las capas interiores del material.

Tomando en cuenta estas nuevas consideraciones se tiene un nuevo coeficiente de fricción expresado como:

$$\mu = \frac{s}{N - F_{ad}} \quad 2.4.2$$

Donde  $N$  es la carga normal  $F_{ad}$  es la fuerza de adhesión y  $s$  es la carga tangencial.

Para expresar el coeficiente de fricción en función de las fuerzas de adhesión, y de acuerdo a Rabinowicz [13], si la fuerza de fricción depende de la resistencia al cortante de las superficies en contacto, y la carga aplicada tiene relación con la energía de superficie y de radio en unión sobre la fricción, el coeficiente de fricción queda:

$$\mu = \frac{\tau}{H_m - \frac{2W_{ab} \cot \theta}{r_{ab}}} \quad 2.4.3$$

Dónde:

$\tau$ = esfuerzo cortante.

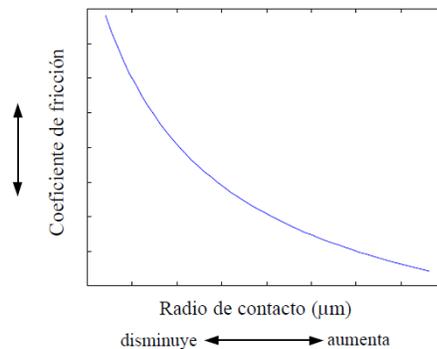
$H_m$ = dureza del material.

$W_{ab}$ = trabajo de adhesión.

$\theta$ = ángulo de contacto.

$r_{ab}$ = radio de adhesión.

En la figura 2.1, se observa el comportamiento del coeficiente de fricción en la ec. (2.4.3) como función del radio de contacto  $r_{ab}$ .



Gráfica 2. 1 Coeficiente de fricción como función del radio de contacto

### 2.4.1. ÁREA DE CONTACTO

Si se considera dos materiales en contacto, algunas regiones en su superficie estarán muy cercana una de otras y algunas muy separadas como se muestra en la figura 2.3. Es posible asumir que la suma de todas la interacciones que toman lugar en esta región de contacto entre la superficie y en las cuales existen contacto átomo

- átomo, corresponde al área real de contacto y se puede expresar matemáticamente como [13].

$$A_r = \frac{N}{\sigma_f} \quad 2.4.4$$

Donde  $A_r$  es el área real de contacto a determinada carga normal,  $N$  es la carga normal aplicada y  $\sigma_f$  es el esfuerzo ultimo del material.

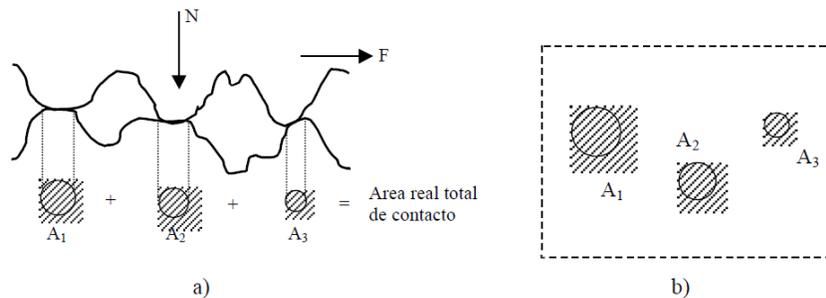


Fig. 2. 3 a) Superficie rugosa en contacto directo b) Plano normal a la interfaz que muestra el área real total entre las dos superficies.

## 2.5 SONIDO

Los sonidos son variaciones de presión que se propagan en un medio elástico como líquidos, materiales gaseosos y sólidos. La generación de sonido se atribuye usualmente a la vibración de objeto sólido en líquidos por lo que el sonido se puede considerar como vibración que ocurre en el medio elástico [14].

La variación de presión se sonido se propagan en forma de ondas sonora. El tipo más simple de onda, es una onda sinodal, que es una onda periódica. El tiempo que toma en completar un ciclo es el periodo de la onda, y es igual a la inversa de la frecuencia. La longitud de onda es la distancia que el sonido que el sonido viajan en el intervalo de un periodo, esto se puede expresar como,  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}$ , donde  $c$  es la velocidad del sonido,  $f$  es la frecuencia y  $\omega$  es la velocidad del sonido que se divide entre la frecuencia.

$$Y = A \sin(\omega t - kx) \quad 2.5.1$$

Donde A es la propagación de una perturbación a través de un medio sin desplazamiento real de propio medio y  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , es el número de onda.

### 2.5.1. ONDAS LONGITUDINALES

Las ondas sonoras son ondas longitudinales. Cuando este tipo de ondas se propagan a través de un medio finito, solo se generan esfuerzos normales. Estas ondas son las que transmiten cuando las partículas del medio se desplazan en sólidos, ya que la energía viaja a través de la estructura atómica y produce compresiones del medio. También se conocen como ondas de densidad, porque la densidad de partículas fluctúa conforme ellas se mueven. La onda es la que se propaga a través del material, no las partículas. Para este tipo de ondas se tiene la siguiente ecuación de onda.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad 2.5.2$$

Donde E es el módulo de elasticidad y  $\rho$  es la densidad. Esta ecuación nos dice que la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en un sólido, dependerá de las dimensiones del medio en el cual las ondas viajaran.

### 2.5.2 DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA EN ONDAS SONORAS.

La energía cinética en las ondas de sonido se encuentra al considerar el movimiento de los elementos del sonido espesor  $\Delta x$ . Cada elemento tendrá una energía cinética por unidad de área:

$$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2} \rho_0 \Delta x \dot{y}^2 \quad 2.53$$

Donde  $\dot{y}$  depende de la posición x del elemento. El calor promedio de la densidad de energía cinética se encuentra al tomar el calor promedio de  $\dot{y}^2$  sobre una región de n longitudes de ondas.

$$\dot{y} = \dot{A} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (ct - x) \quad 2.5.4$$

Entonces.

$$\overline{y^2} = \frac{\dot{A}^2 \int_0^{n\lambda} \sin^2 2\pi(ct - x)/\lambda \Delta x}{n\lambda} = \frac{1}{2} \dot{A}^2 \quad 2.5.5$$

Por lo tanto la densidad de energía cinética promedio en el medio es:

$$\overline{\Delta E_{kin}} = \frac{1}{2} \rho_0 \dot{A}^2 = \frac{1}{4} \rho_0 \omega^2 A^2 \quad 2.5.6$$

Un oscilador armónico simple de amplitud máxima A tiene una energía cinética promedio sobre un ciclo de  $\frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ .

### 2.5.3 NIVEL DE INTENSIDAD DE LA ONDA SONORA DEL SONIDO.

La máxima sensibilidad del oído es alrededor de 3kHz. Las fluctuaciones de presión que pueden ser percibidas por el oído, están en un rango ligeramente por debajo del umbral nominal de audición que es  $2 \times 10^{-5} Pa$ , hasta 200Pa que es el umbral del dolor. En este ancho rango de presión, la respuesta humana es no lineal, esta no linealidad y el ancho rango de presión llevan al uso de una escala logarítmica para hacer posibles medidas más objetivas. Para ello se usan comúnmente la escala decibeles (dB), para medir los niveles de presión de sonido con las unidades que están en decibeles. El nivel de presión de sonido se expresa como el nivel de intensidad de sonido (SIL):

$$SIL = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{ref}} (dB) \quad 2.5.7$$

Donde el nivel de intensidad de referencia  $I_{ref} = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ . En tanto la intensidad puede obtenerse de:

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c \dot{A}^2 = \frac{1}{2} \rho_0 c (2\pi f)^2 = \rho_0 c^3 \left( \frac{\pi A}{\lambda} \right)^2 \quad 2.5.8$$

Donde  $\rho_0$  es la densidad del material,  $c$  es la velocidad del sonido en el material,  $\dot{A}$  es la velocidad de la partícula, y  $f$  es la frecuencia en Hertz. Esta cantidad se llama intensidad del sonido y su valor puede expresarse como el producto de la presión de sonido ( $\rho_0 \dot{A}^2$ ) con la velocidad de propagación del sonido en el material ( $c$ ). La intensidad del sonido se define como la energía de flujo (energía por área superficial) correspondiente a la propagación del sonido.

#### 2.5.4. DESARROLLO PARA OBTENER EL MODELO MATEMÁTICO.

Tomando en cuenta un modelo simple que consta de dos cuerpos planos uno fijo y el otro móvil, donde este último es el que se desliza bajo el régimen de fricción seca, para tener así movimiento relativo entre los cuerpos como el mostrado.

Una vez hecho el análisis dinámico de las fuerzas que actúan en el proceso del movimiento relativo, se encontró que la fuerza que se aplica en términos de la aceleración es:

$$F_A = ma + \mu W_T \quad 2.5.9$$

Donde  $m$  es la masa  $a$  la aceleración,  $\mu$  es el coeficiente de fricción y  $W_T$  es la carga que se aplicó, que involucre también el peso del cuerpo en movimiento. Al considerar que el cuerpo parte del reposo, se sustituye el término de la aceleración por la definición de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado [15], y se obtiene una expresión en términos de la velocidad con la que se mueve la placa:

$$F_A = \frac{mV}{t} + \mu W_T \quad 2.5.10$$

Donde  $V$  es la velocidad del cuerpo deslizante y  $t$  es el tiempo que le llevo desplazarse a la placa de un punto a otro. En base a las consideraciones hechas, se desea para los cálculos conocer la energía que se aplica a la placa para después

establecer la ley fundamental con la que se obtendrá la ecuación final; esta ley es la conservación de la energía, por lo tanto, la energía utilizada como trabajo a causa de la fuerza ( $F_A$ ) que se aplica es:

$$E = \left[ \frac{\rho V \mathcal{V}}{t} + \mu(\rho V g + P_{ext}) \right] di \quad 2.5.11$$

Donde  $\rho$  es la densidad del cuerpo en movimiento,  $\mathcal{V}$  es el volumen de dicho cuerpo,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $P_{ext}$  es la carga externa que se aplica al cuerpo, normal a la superficie y  $di$  es la distancia que recorre en un ciclo de movimiento.

Por lo anterior se conoce que la disipación de energía después de que se aplica la fuerza, es igual a la energía por deformación elástica, a la energía térmica que produce por la fuerza de fricción y a la energía acústica.

$$E_f = E_{def.elastica} + E_{termica} + E_{acustica} \quad 2.5.12$$

Por lo tanto de la ecuación (2.5.12) para la escala de contacto entre asperezas superficiales, y con la suposición de un contacto como por el del diagrama de coulomb [16], se tiene que la energía que se produce por cada aspereza a partir de la ecuación (2.5.11) es:

$$E_N = \left[ \frac{\rho V \mathcal{V}}{t * N_{aspereza}} + \mu \frac{(\rho V \mathcal{V} + P_{ext})}{N_{aspereza}} \right] d_N \quad 2.5.13$$

Donde  $N$  es el número de aspereza y  $d_N$  es la distancia que recorre una aspereza a la otra. Ahora bien, prácticamente se tiene el comportamiento a nivel microscópico de la fricción, con solo incluir en la ecuación (2.5.11) el termino  $N$ , pero también se reporta que a escala microscópica, el coeficiente de fricción se afecta por factores como la rugosidad superficial según la ecuación (2.4.3) del coeficiente de fricción

De esta forma se obtiene la ecuación final que relaciona, la energía que produce la fuerza de fricción ( $F_f$ ) y la energía que produce la fuerza inercial ( $F_i$ ), en términos del radio de aspereza:

$$E_{fn} = \left[ \frac{\rho V \mathcal{V}}{t N_{aspereza}} + \left( \frac{\tau}{H_m - \frac{2W_{ab} \cot \theta}{r_{ab}}} \right) \frac{W_T}{N_{aspereza}} \right] d_N \quad 2.5.14$$

Donde  $W_T = (\rho V v + P_{ext})$  es la carga compuesta por el peso del cuerpo en movimiento y la fuerza normal externa.

## 2.6. ENERGÍA ACÚSTICA.

A partir de la ecuaciones (2.5.1) y (2.5.4) se obtuvo una relación de la energía de la onda longitudinal promedio la cual es proporcional al cuadrado de la amplitud y al cuadrado de la velocidad del sonido del material:

$$E_a = \rho \mathcal{V} \left( \frac{A\pi}{\lambda} \right)^2 C_l^2 \quad 2.5.15$$

Donde  $C_l$  es la velocidad del sonido para una onda longitudinal que es igual a [14]:

$$C_l^2 = \frac{E}{\rho} \quad 2.5.16$$

Por lo tanto al sustituir la ecuación (2.5.17) en la ecuación (2.5.16) y después de simplificar, se obtiene la relación para la cantidad de energía acústica que se propaga a través del material:

$$E_a = \mathcal{V} E \left( \frac{A\pi}{\lambda} \right)^2 \quad 2.5.17$$

## 2.7. ENERGÍA POR DEFORMACIÓN ELÁSTICA.

Para la deformación elástica se consideró la fuerza normal del contacto elástico de Hertz en la que se produce una deformación que es proporcional a la carga que se aplica entre una aspereza de radio R y un semiplano, así la fuerza normal por aspereza es [17]:

$$F_N = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} \delta^{3/2} \quad 2.5.18$$

Donde  $E^* = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$  es el módulo de elasticidad compuesto de los cuerpos en contacto y  $\delta$  es la penetración o indentación elástica de la aspereza sobre el plano. El trabajo de una fuerza se encuentra con multiplicar esta por el desplazamiento que genera, y con ello se tiene que la energía de deformación es [17]:

$$E_{de} = \frac{8}{15} E^* R^{1/2} \delta_e^{5/2} \quad 2.5.19$$

De donde se obtiene que la penetración  $\delta_e$  por aspereza, al aplicar  $W_T$  sea:

$$\delta_e = \left( \frac{W_T}{\frac{4}{3} E^* R^{1/2} N_{aspereza}} \right)^{2/3} \quad 2.5.20$$

Sustituyendo la ecuación (2.5.20) en (2.5.19) y al simplificar se tiene la forma final para la energía de deformación elástica.

$$E_{de} = \frac{8}{15} \frac{1}{E^{*2/3} R^{1/3}} \left( \frac{3W_T}{4N_{aspereza}} \right)^{5/3} \quad 2.5.21$$

## 2.8. ENERGÍA TÉRMICA.

Para la disipación de energía mediante calor se consideró que la energía térmica que se libera es proporcional a la velocidad con que se desliza un cuerpo sobre otro y según Chen y Li [18] solo una porción de la energía por fricción se convierte en calor

y para ello Foucxy utilizó una ecuación a la que llamó coeficiente de energía por fricción:

$$\mu = \frac{E_d}{4p\delta_0} \quad 2.5.22$$

Donde  $E_d$  es la energía Térmica,  $P$  es la carga que se aplica y  $\delta_0$  es el desplazamiento, después de una sustitución de términos, se encontró que este coeficiente es igual a un cuarto del coeficiente de fricción por lo tanto se sustituye en la ecuación para la energía térmica por fricción, donde se encuentra que:

$$E_T = \frac{\mu_a W_T}{4N_{aspereza}} \quad 2.5.23$$

## 2.9. GENERACIÓN DE CALOR

Para la Influencia del área de contacto sobre el flujo de calor en la interfaz. Considérense dos cuerpos en contacto estático y un flujo de calor  $q$  entre ellos, a causa de un gradiente térmico en dirección normal a la interfaz. En un material homogéneo, la transferencia del flujo de calor por conducción se puede aproximar por la ley de Fourier. De acuerdo con esto, la caída de temperatura dentro de cada cuerpo es:

$$\Delta T \propto \frac{\Delta x}{k} \quad 2.8.1$$

Sin embargo, como se observa en la figura 2.4, en la región de contacto y muy cerca de ésta, el flujo de calor está restringido a conducirse en áreas muy pequeñas comparadas con la superficie nominal del cuerpo.

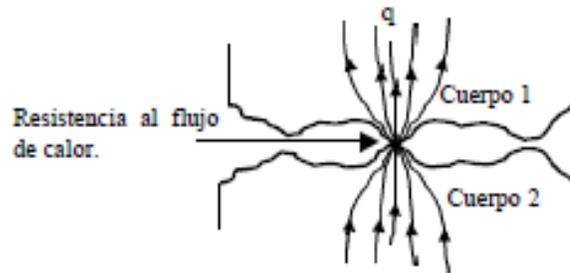


Fig. 2. 4 Flujo de superficies en contacto

### 2.9.1 CALENTAMIENTO POR FRICCIÓN.

En un contacto con movimiento relativo, el calor se genera por fricción [19] y según Tian y Kennedy, la consideración de resistencia al flujo de calor se puede aplicar al calentamiento por fricción. Considérense dos cuerpos en contacto, donde el calor que se genera por fricción en la interfaz, se conduce hacia el interior de cada cuerpo a través de puntos discretos. En la figura se observa la partición de calor que se genera por fricción en el contacto. A causa de la resistencia al flujo de calor que se presenta en el área real de contacto, se produce una caída no lineal de temperatura en las capas superficiales [30].

Las temperaturas superficiales para cada cuerpo son iguales únicamente en el área de contacto sin embargo las temperaturas y los flujos de calor hacia el interior de ambos cuerpos son diferentes esto es a causa de las diferentes propiedades térmicas de cada cuerpo. La resistencia al flujo de calor en el contacto provoca que el comportamiento de la temperatura es no lineal; esto se puede atribuir también a efectos de radiación y convección, el primero depende de las elevadas temperaturas y el segundo de una elevada velocidad de deslizamiento.

### 2.9.1.1. CALOR GENERADO POR FRICCIÓN Y LA PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA.

Considérese el conjunto de dos cuerpos en contacto como un sistema termodinámico, esto implica que existen interacciones de energía entre ellos. Durante el deslizamiento de ambos, se lleva a cabo una transformación de energía en forma de trabajo a otras, principalmente en forma de calor. Por lo que, este fenómeno se puede tratar desde el punto de vista de la primera ley de la termodinámica, la cual establece que hay cierta magnitud llamada "energía", la cual no varía con los múltiples cambios que ocurren en la naturaleza o también conocido como "la conservación de la energía", es decir, que la cantidad de energía que entra a un sistema es la misma que sale de éste. Sin embargo, cuando un sistema termodinámico se lleva de un estado a otro, a través de una transformación de energía, sus moléculas experimentan una excitación energética. A partir de esto, se observa que la energía que se suministra a un sistema termodinámico es igual a la energía que éste cede, más un cambio energético de sus moléculas, y se expresa como [20]:

$$E_{Entrada} = E_{salida} + \Delta E_{Almacenada} \quad 2.8.2$$

Donde

$E_{Entrada}$  Es la energía que se suministra al sistema termodinámico, puede ser en forma de calor o de trabajo (J).

$E_{salida}$  Es la energía que sale del sistema termodinámico, puede ser en forma de calor o de trabajo (J).

$\Delta E_{Almacenada}$  Es el cambio de energía almacenada en el sistema termodinámico (J).

Se puede expresar como :

$$(Q_{Entrada} + W_{Entrada}) = (Q_{Salida} + W_{Salida}) + \Delta E_{almacenada}$$

O bien como:

$$(Q_{Entrada} - Q_{Salida}) = (W_{Salida} - W_{Entrada}) + \Delta E_{Entrada}$$

Pero

$$\Delta Q = \Delta W + \Delta E_{Almacenada}$$

$$\Delta Q - \Delta W = \Delta E_{Almacenada}$$

Por tanto:

$$Q - W = E_2 - E_1 \quad 2.8.3$$

Dónde:

$Q$  = energía que el sistema termodinámico absorbe o cede en forma de calor (J).

$W$  = energía que el sistema termodinámico absorbe o cede en forma de trabajo (J).

$E_1$  = Energía almacenada en el sistema termodinámico antes del proceso de transformación de energía (J).

$E_2$  = Energía almacenada en el sistema termodinámico después del proceso de transformación de energía (J).

Considerando el sistema con variación en el tiempo se tiene:

$$\dot{Q} - \dot{W} = E_f - E_i \quad 2.8.4$$

Donde

$\dot{Q}$  = Energía en forma de calor que el sistema absorbe o cede por unidad de tiempo (W).

$\dot{W}$  = Energía en forma de trabajo que el sistema absorbe o cede por unidad de tiempo (W).

$E_i$  = Energía almacenada en el sistema en el estado inicial (W).

$E_f$  = Energía almacenada en el sistema en el estado final (W).

$\dot{Q}$  = calor que se genera por fricción en la interfaz entre las superficies en contacto por unidad de tiempo (W).

$\dot{W}$  = Trabajo que se realiza contra las fuerzas de fricción en la interfaz entre las superficie por unidad de tiempo (W).

En cada forma de energía se considera de acuerdo con las condiciones del sistema que se estudie. Para el sistema de la fresa y el substrato, de acuerdo con Bowden y Tabor [21] y Rabinowicz [22] se puede considerar, que todo el trabajo que se realiza contra las fuerzas de fricción por unidad de tiempo en el deslizamiento, se convierte en calor. Esto implica que las energías almacenadas en el sistema se desprecien y que la razón de generación de calor por fricción, a partir de la primera ley de la termodinámica se exprese

Como:

$$\dot{Q} - \dot{W} = 0$$

Por lo tanto

$$\dot{Q} = \dot{W} \quad 2.8.5$$

Si el trabajo realizado contra la fricción es

$$W = Fd \quad 2.8.6$$

Donde

$W$  = trabajo que se realiza contra las fuerza de fricción (J).

$F$  = Fuerza que se aplica en la interface para vencer la resistencia al movimiento (N).

$d$  = distancia que recorre la fuerza para vencer la residencia al movimiento (m).

Por lo que el trabajo que se suministra por unidad de tiempo se puede expresar como:

$$\dot{W} = F \frac{d}{t} = FV$$

$t$  = tiempo en el cual la fuerza  $F$  recorre una distancia  $d$  (s).

$V$  = velocidad de deslizamiento en la interfaz (m/s).

Para calcular la fuerza de fricción se tiene que

$$F = \mu N$$

Por lo que el calor que se genera por fricción por unidad de tiempo es:

$$\dot{Q} = \mu NV \quad 2.8.7$$

$\mu$  = coeficiente de fricción

$N$  = carga normal

$V$  = velocidad relativa para velocidad baja

### 2.9.1.2 RESTRICCIONES DE LA SEGUNDA LEY DE LA TERMODINÁMICA.

De acuerdo con lo anterior se observa que la primera ley de la termodinámica admite la conversión de energía de una forma a otra, sin restricción alguna. Esto se aprecia en el análisis que se realizó para obtener la razón de generación de calor por fricción, al considerar que todo el trabajo suministrado los materiales se transforma en calor. Lo anterior es una idealización simplificada, ya que en realidad no todo el trabajo que se realiza por la fricción se convierte en calor, solo una parte del trabajo realizado contra la fricción se convierte en calor; el resto se emplea poder realizar algún trabajo específico. De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, la conversión de trabajo en calor se puede realizar en un 100%, pero lo inverso no es posible en el mismo modo [20] y esto es estudiado por la segunda ley de la termodinámica, que indica la dirección en que se llevan a cabo las transformaciones de energía en un sistema termodinámico y el alcance que éstas tienen. La segunda ley complementa a la primera porque restringe la cantidad de calor que se puede convertir en trabajo y determina el trabajo máximo disponible que un sistema puede realizar. De acuerdo con esto, ningún sistema real o ideal puede convertir en trabajo todo el calor que se le suministra, sino que tiene que ceder una cierta cantidad de calor al medio que lo rodea. Esto destaca la degradación de la energía y la explica por una propiedad llamada entropía. La entropía se define, a partir de la segunda ley de la termodinámica.

Como:

$$\Delta S \geq \int \frac{\delta Q}{T}$$

Si todos los procesos que ocurren en el sistema son reversibles, su entropía no cambia, de otra manera su entropía aumenta. Para un sistema aislado, donde  $\delta Q = 0$ , se tiene que  $\Delta S = 0$  y cuando el sistema se comporta en forma irreversible, resulta  $dS > 0$  y existe producción de entropía. Ya que la fricción es un proceso irreversible, existe producción de entropía del sistema cuando parte del trabajo que

se realiza contra las fuerzas de fricción, se convierte en calor, es decir, el trabajo del sistema para vencer la fricción y para generar vacíos, está limitado por la generación calor y el aumento de la entropía del mismo.

La máxima cantidad de trabajo que se obtiene de un sistema durante un cambio, sea de composición o de estado, ocurre cuando el cambio es reversible. Para que el sistema pueda conseguir el equilibrio con el medio circundante mediante dicho cambio, la energía interna del sistema debe cambiar y el sistema debe intercambiar calor y desarrollar trabajo, estos cambios cumplen con la primera ley de la termodinámica.

## 2.10. TEMPERATURA MEDIA SUPERFICIAL

Si se hace la consideración de un sólido semi-infinito donde se suministra un flujo de calor constante por unidad de área  $q_A = \frac{Qt}{A_{com}}$  en la superficie [23]. La fuente que suministra calor está a una velocidad  $V_i$ , tal y como se muestra en la figura.

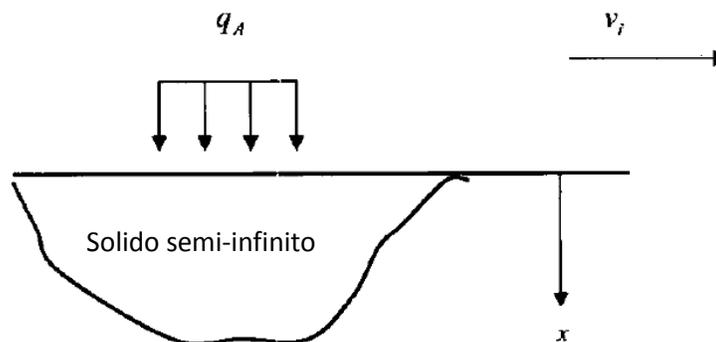


Fig. 2. 5 Modelo del solido semi-infinito, con flujo de calor suministrado en la superficie

La distribución del flujo de calor de manera unidimensional puede expresarse como:

$$\alpha = \frac{\partial^2 q_A}{\partial x^2} = \frac{\partial q_A}{\partial t} \quad \text{para } x > 0, t > 0 \quad 2.9.1$$

Donde  $\alpha = \frac{k_T}{\rho C_p}$ ,

$\alpha$  = difusividad térmica [m<sup>2</sup>/s].

$k_T$  =conductividad térmica [W/m °C].

$\rho$  =densidad [Kg/m<sup>3</sup>].

$C_p$  = capacidad calorífica [J/Kg °C],

$x$  = variable espacial [m].

$t$  = variable temporal [s].

De la solución de (2.9.1) y las condiciones de frontera  $q_A(x, t) = q_0, x = 0, \text{para } t > 0$ , se obtiene la distribución del flujo de calor

$$q_A(x, t) = q_0 \operatorname{erfc} \left[ \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \right] \quad 2.9.2$$

De la ley de Fourier y de (2.9.2), se obtiene la distribución de la temperatura en la superficie del material:

$$T(x, t) = \frac{2q_0 t^{1/2}}{(\pi k_T \rho C_p)^{1/2}} \quad \text{para } x = 0 \quad 2.9.3$$

Dónde:

$q_0$  = flujo de calor constante aplicado en la superficie [W/m<sup>2</sup>].

$t$  = tiempo promedio efectivo del suministro de calor [s].

El flujo de calor en la superficie, se expresa como:

$$q_0 = \frac{Q_t}{A_{com}} \quad 2.9.4$$

$A_{com}$  Es el área de penetración de calor

De (2.9.4) en (2.9.3) resulta

$$T(x, t) = \frac{2Q_0 t^{1/2}}{\pi r_{com}^3 (\pi k_T \rho C_p)^{1/2}} \quad 2.9.5$$

El tiempo promedio efectivo  $t$ , durante el cual se suministra calor en la superficie a través del área circular en deslizamiento es [24]:

$$t = \frac{2x}{V_i} = \frac{2}{V_i} (r_{com}^2 - y^2)^{1/2}$$

Dónde:

$V_i$  = velocidad de la fuente de calor.

$y$  = variable espacial.

El tiempo efectivo medio es

$$t = \frac{1}{2r_{com}} \int_0^{r_{com}} \frac{2}{V_i} (r_{com}^2 - y_2)^{1/2} dy = \frac{r_{com}\pi}{4V_i} \quad 2.9.6$$

De (2.9.6) en (2.9.5) se tiene la temperatura superficial promedio como:

$$T_m = \frac{2Q_t}{\pi r_{com}^3 (k_t \rho C_p \pi)^{1/2}} \left( \frac{\pi r_{com}}{4V} \right)^{1/2}$$

$$T_m = \frac{Q_t}{\pi(r_{com}^3 k_t \rho C_p V_i)^{1/2}} \quad 2.9.7$$

### 2.10.1 COEFICIENTE DE PARTICION DE CALOR.

Cuando dos cuerpos estan en contacto deslizante existe una generacion de calor por fricción en la interfaz, si se estudia el deslizamiento entre dos cuerpos de material identico con velocidades deslizante baja, se puede considerar que el calor que se genera por fricción se transfiere por igual a ambos cuerpos, en esta condiciones, el unico mecanismo de transferencia de calor es la conduccion [25] sin embargo, cuando los cuerpos que se deslizan son de distintos materiales, de distintas propiedades termicas y se emplean velocidades de deslizamiento elevadas, el calor que se genera por fricción ya no se transfiere por igual hacia ambos cuerpos [25], ademas de la transferencia de calor por conveccion existe la transferencia de calor por conveccion y lo que modifica la particion de calor y por lo tanto la temperatura superficial.

La particion de calor que se genera durante la fricción depende de las propiedades termicas de los materiales y de la condiciones, seguen Bowden y Tabor [26], Bos [25], Halling y archard [27], la fraccion de calor que se transfiere hacia un cuerpo de determinada mediante el criterio que la temperaatura superficial promedio es la misma en el area real de contacto como se aprecia en la figura, el calor que se genera por fricción durante el deslizamiento se divide en diferentes proporciones hacia cada uno de los cuerpos en contato.

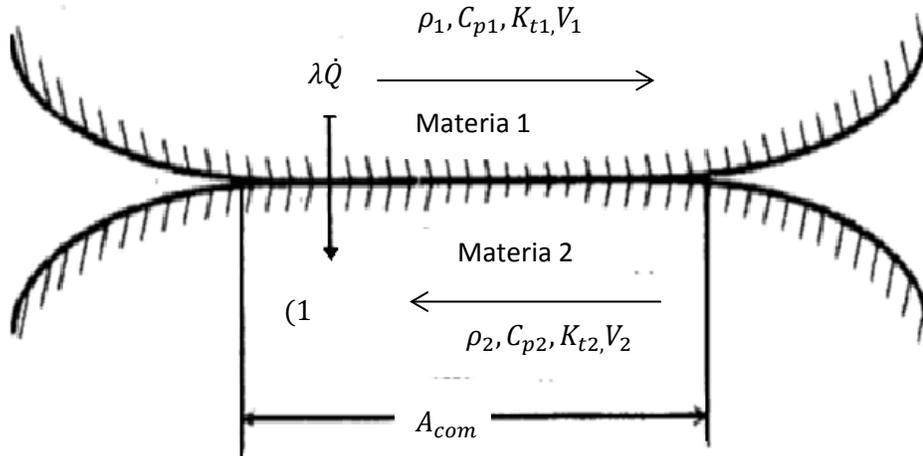


Fig. 2. 6 Contacto entre el materia 1 y el materia 2

Según Halling [4] la función de partición de calor que consideró únicamente la conducción normal de calor se expresa como:

$$\lambda = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad 2.9.8$$

$\lambda$ = Función de partición de calor que considera únicamente la conducción

$\alpha_1$ = Difusividad térmica del cuerpo 1

$\alpha_2$ = Difusividad térmica del cuerpo 2

Los efectos de la convección se consideran a través del número de Peclet [25]:

$$L = \frac{Vr}{2\alpha} \quad 2.9.9$$

La función de partición de calor que considera estos efectos se expresan como:

$$\lambda = \frac{1}{\frac{(\rho C_p V)_2}{(\rho C_p V)_1} \left[ \frac{L_1}{L_2} \right]^{\frac{1}{2}} + 1} \quad 2.9.10$$

Por lo que la ecuación 2.9.7 queda de la siguiente manera

$$T_m = \frac{\lambda Q_t}{\pi (r_{com}^3 k_t \rho C_p V)^{1/2}} \quad 2.9.11$$

Donde  $T_m$  es la temperatura superficial del medio donde se desarrolla el proceso de fricción considerando la partición de calor en base al modelo de sólido semi-infinito considerando conducción y convección simple, tomando en cuenta las propiedades térmicas del material.

# CAPÍTULO III

## ARREGLO MATEMÁTICO

### 3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se describe el arreglo matemático y las condiciones que se utilizan para llegar al modelo matemático de la entropía considerando energías acústicas, de deformación elástica y térmica.

### 3.2 MODELACIÓN MATEMÁTICA

Haciendo un balance de energía en un proceso de fricción.

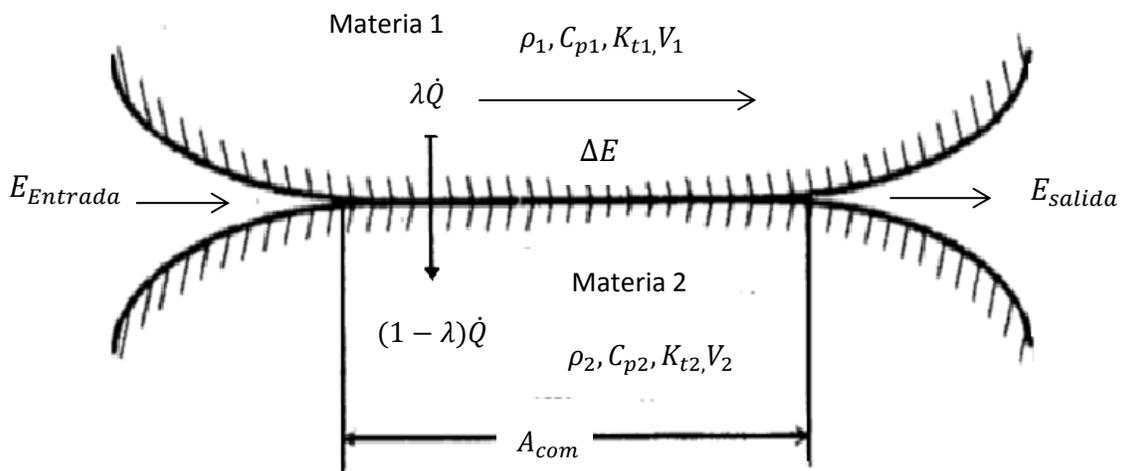


Fig. 3. 1 balance de energía

$$E_{Entrada} = E_{salida} + \Delta E \quad 3.2.1$$

Donde

$E_{Entrada}$  Es la energía que se suministra al sistema termodinámico,

$E_{salida}$  Es la energía que sale del sistema termodinámico,

$\Delta E$  Es el cambio de energía almacenada en el sistema termodinámico.

Se puede expresar como

$$(Q_{Entrada} + W_{Entrada}) = (Q_{Salida} + W_{Salida}) + \Delta E$$

$$(Q_{Entrada} - Q_{Salida}) = (W_{Salida} - W_{Entrada}) + \Delta E$$

Pero

$$\Delta Q - \Delta W = \Delta E$$

Por tanto

$$Q - W = E_2 - E_1 \quad 3.2.2$$

Donde

$Q$  = energía que el sistema termodinámico absorbe o cede en forma de calor.

$W$  = energía que el sistema termodinámico absorbe o cede en forma de trabajo.

$E_1$  = Energía en el sistema termodinámico antes del proceso de transformación de energía.

$E_2$  = Energía en el sistema termodinámico después del proceso de transformación de energía.

Considerando las energías de deformación elástica, térmica y de sonido queda:

$$Q - W = \frac{8}{15} \frac{1}{E^{*2/3} R^{1/3}} \left( \frac{3W_T}{4 N_{aspereza}} \right)^{\frac{5}{3}} + \frac{\mu_a W_T}{4 N_{aspereza}} + \mathcal{V} E \left( \frac{A\pi}{\lambda} \right)^2 \quad 3.2.3$$

Pero  $W = F \frac{d}{t} = F * V$

$t$  = tiempo en el cual la fuerza  $F$  recorre una distancia  $d$  (s).

$V$  = velocidad de deslizamiento en la interfaz (m/s).

Para calcular la fuerza de fricción se tiene que

$$F = \mu N$$

Por lo tanto:

$$W = \mu N V$$

$$Q = \frac{8}{15} \frac{1}{E^{*2/3} R^{1/3}} \left( \frac{3W_T}{4 N_{aspereza}} \right)^{\frac{5}{3}} + \frac{\mu_a W_T d_N}{4 N_{aspereza}} + \mathcal{V} E \left( \frac{A\pi}{\lambda} \right)^2 + \mu N V \quad 3.2.4$$

De la ecuación de la temperatura superficial (2.9.11)

$$T_s = \frac{\lambda Q_t}{\pi (r_{com}^3 k_t \rho C_p v_i)^{1/2}}$$

Siendo  $x = \frac{1}{\pi (r_{com}^3 k_t \rho C_p v_i)^{1/2}}$

Despejando a  $Q$  de la ecuación 2.9.11.

$$Q = \frac{T_s * x}{\lambda} \quad 3.2.5$$

Partiendo de la entropía por transferencia de calor a flujo de calor constante de la ecuación 2.2.9 y despejando  $Q$ .

$$Q = S * T \quad 3.2.5$$

Igualando las ecuaciones 3.2.4 y 3.2.5 se tiene que:

$$\frac{T_s * x}{\lambda} = S * T \quad 3.2.6$$

Despejando la entropía queda:

$$S = \frac{T_s * x}{\lambda * T}$$

Sustituyendo el valor de  $x$  se obtienen la siguiente ecuación

$$S = \frac{\frac{\lambda * Q}{\pi(r_{com}^3 k_t \rho C_p V)^{1/2}} \frac{1}{\pi(r_{com}^3 k_t \rho C_p V)^{1/2}}}{\lambda * T}$$

$$S = \frac{\frac{\lambda * Q}{\pi(r_{com}^3 k_t \rho C_p V)^{1/2}} \frac{1}{\pi(r_{com}^3 k_t \rho C_p V)^{1/2}}}{\lambda * T}$$

$$S = \frac{\frac{\lambda * Q}{\left(\pi(r_{com}^3 k_t \rho C_p V)^{1/2}\right)^2}}{\frac{\lambda * T}{1}}$$

$$S = \frac{\lambda * Q}{\pi^2 r_{com}^3 k_t \rho C_p V T \lambda}$$

$$S = \frac{Q}{\pi^2 r_{com}^3 k_t \rho C_p V T}$$

Sustituyendo el valor de  $Q$  de la ecuación 3.2.4 queda de la siguiente manera.

$$S = \frac{\frac{8}{15} \frac{1}{E^{*2} R^3} \left(\frac{3W_T}{4 N_{aspereza}}\right)^{\frac{5}{3}} + \frac{\mu_a W_T d_N}{4 N_{aspereza}} + \nu E \left(\frac{A\pi}{\lambda}\right)^2 + \mu NV}{\pi^2 r_{com}^3 k_t \rho C_p V T} \quad 3.2.7$$

Donde  $S$  es la entropía generada durante un proceso de fricción en función del coeficiente de fricción y de las energías por deformación elástica, energía por sonido y energía térmica, la ecuación considera las propiedades de los materiales en contacto y el coeficiente de fricción según Rabinowicz, en la ecuación existen parámetros que son constante o no se pueden controlar y los parámetros que se pueden variar y controlar para poder manipular los resultados; en este caso lo que se puede controlar son los radios de contacto, la velocidad y la carga compuesta.

# *CAPÍTULO IV*

## *ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIÓN*

### **4.1 INTRODUCCIÓN.**

En este capítulo se presentan las pruebas y comparaciones que se realizaron entre la entropía que se genera en una rodilla y la generada en una prótesis de rodilla, también se consideró la entropía generada en los bujes y la generada al momento de caminar entre la suela y el asfalto. Así como las propiedades que se consideraron para realizar dichas pruebas. También se muestran los resultados obtenidos de manera gráfica de las comparaciones.

### **4.2 MATERIALES.**

Los materiales con los cuales se aran la analogía de la generación de entropía en proceso de fricción son cuatro.

- a) rodilla natural [1].
- b) Prótesis de rodilla hecha de polietileno de ultra alto peso molécula [2].
- c) Buje de bronce [3].
- d) Suela de caucho con el asfalto [4].

Considerándolo como un proceso de fricción simple y a una generación de calor constante y tomando en cuenta tres energías principales para la generación de entropía como son la energía por deformación elástica, térmica y la energía por sonido según la ecuación 3.2.7 a la cual se llegó en el capítulo anterior.

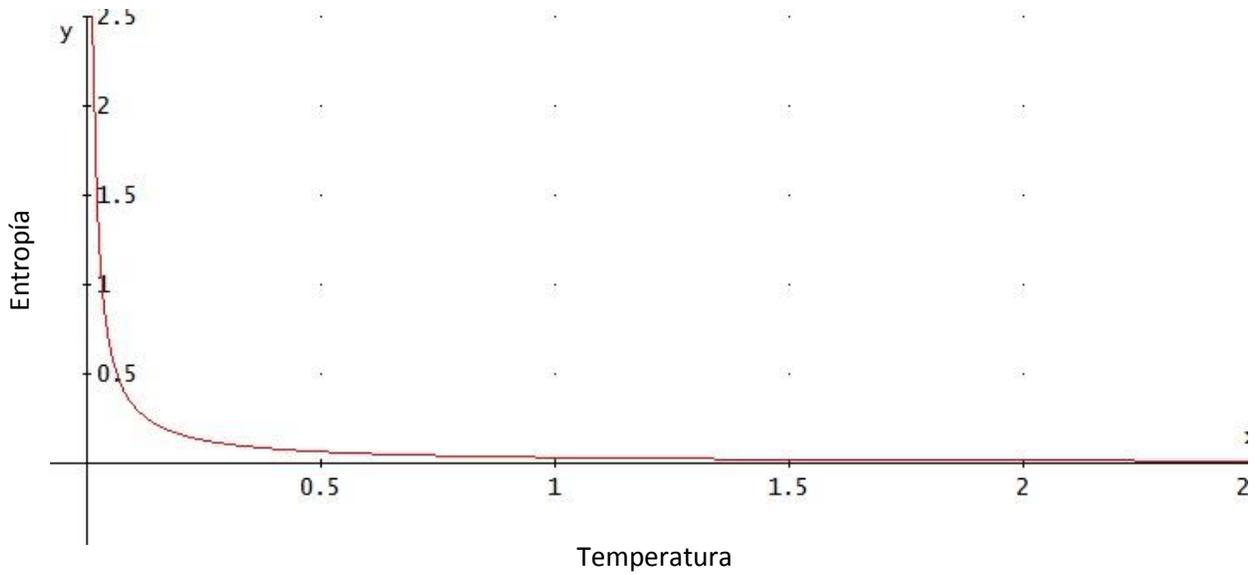
### 4.3 PROPIEDADES Y RESULTADO.

Tabla 4. 1 Propiedades mecánicas y térmicas de la rodilla.

<b>Propiedades de la rodilla natural.</b>	
Densidad [ $Kg/m^3$ ]	800
Módulo de elasticidad 1 [ $N/m$ ]	20000000
Coefficiente de poisson 1	0.3
Módulo de elasticidad 2 [ $N/m$ ]	5000000
Coefficiente de poisson 2	0.45
Volumen [ $m^3$ ]	0.000004689
Coefficiente de fricción	0.012
Numero de asperezas	14422500
Carga compuesta [ $N$ ]	1
Radio de aspereza [ $m$ ]	0.2
Radio de contacto [ $m$ ]	0.02
Amplitud	0.001
Longitud de onda [ $\mu m$ ]	0.05
Velocidad [ $m/s$ ]	0.15
Conductividad térmica [ $w/m\ ^\circ c$ ]	0.736
Calor especifico [ $j/Kg\ ^\circ c$ ]	0.632
Temperatura [ $^\circ c$ ]	25

Sustituyendo los valores en la ecuación (3.2.7) se obtiene la entropía.

$$S = 0.001290219428 \frac{j}{Kg\ ^\circ C}$$



Grafica 4. 1 Entropía de la rodilla variando la temperatura

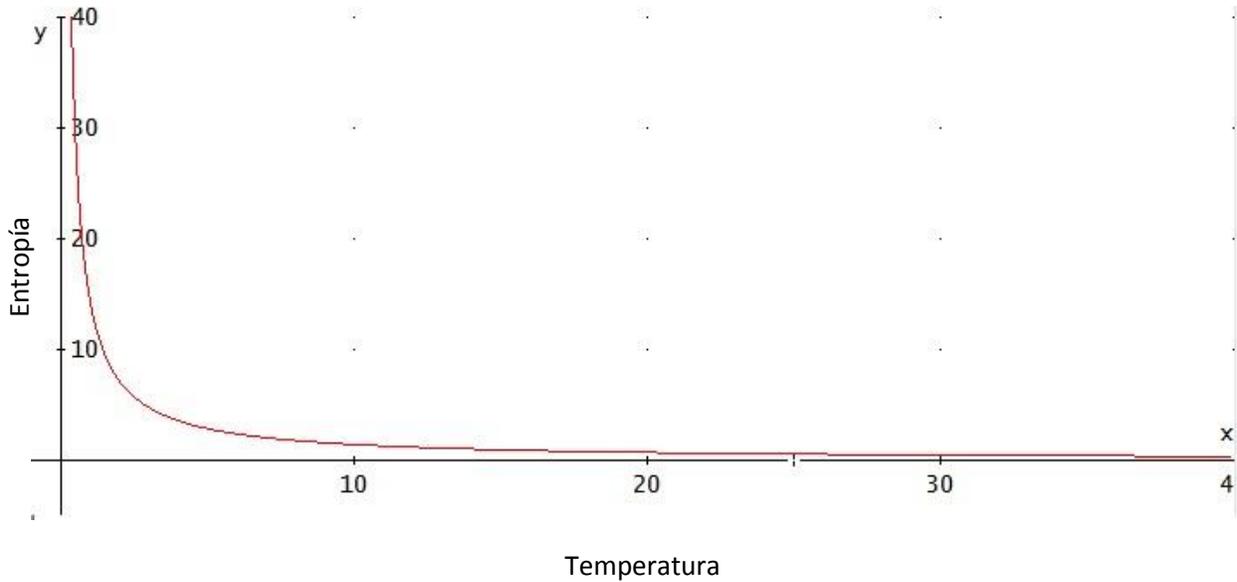
En la gráfica se puede observar los valores de entropía en función de la temperatura y se observa que para una rodilla natural los valores de generación de entropía son muy bajos empieza de valores altos y conforme aumenta la temperatura esta va disminuyendo, para un rodilla natural la generación de entropía en fusión de la las energías, de sonido deformación elástica y térmica es muy pequeña.

Tabla 4. 2 Propiedades mecánicas y térmicas de la prótesis de rodilla

<b>Propiedades de la prótesis de rodilla.</b>	
Densidad [ $Kg/m^3$ ]	944
Módulo de elasticidad 1 [ $N/m$ ]	1000000000
Coefficiente de poisson 1	0.22
Módulo de elasticidad 2 [ $N/m$ ]	5000000
Coefficiente de poisson 2	0.45
Volumen [ $m^3$ ]	$1.054 \times 10^{-3}$
Coefficiente de fricción	0.29
Radio de aspereza	0.09
Numero de asperezas	14422500
Carga compuesta [ $N$ ]	1
Radio de contacto	0.02
Amplitud	0.001
Longitud de onda [ $\mu m$ ]	0.05
Velocidad [ $m/s$ ]	0.15
Conductividad térmica [ $w/m \text{ } ^\circ c$ ]	0.45
Calor especifico [ $j/Kg \text{ } ^\circ c$ ]	580
Temperatura [ $^\circ c$ ]	25

Sustituyendo los valores en la ecuación (3.2.7) se obtiene la entropía

$$S = 0.5721722212 \frac{j}{Kg \text{ } ^\circ C}$$



Grafica 4. 2 Entropía de la prótesis rodilla variando la temperatura

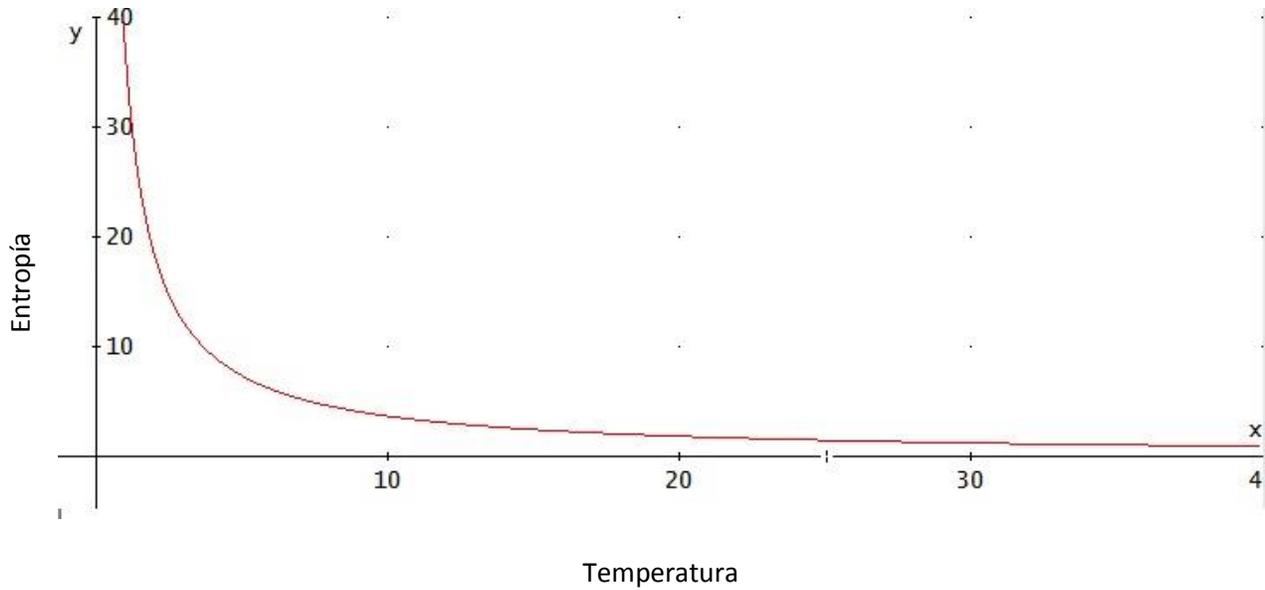
La gráfica representa la entropía que se produce con relación de a la temperatura, esta grafica corresponde a la prótesis de rodilla de ultra alto peso molecular, y se puede observar que entre más alto es la temperatura la entropía va disminuyendo, los valores de la entropía para la prótesis de rodilla es relativamente pequeña al valor de temperatura ambiente entre 20 y 25 °c da valores de entre 0.5 y 0.6 la entropía generada.

Tabla 4. 3 Propiedades mecánicas y térmicas del buje de bronce

<b>Propiedades del buje de bronce.</b>	
Densidad[ $Kg/m^3$ ]	8860
Módulo de elasticidad 1 [ $N/m$ ]	90000000000
Coeficiente de poisson 1	0.36
Módulo de elasticidad 2 [ $N/m$ ]	90000000000
Coeficiente de poisson 2	0.36
Volumen [ $m^3$ ]	$1.7769 \times 10^{-4}$
Coeficiente de fricción	0.2
Numero de asperezas	14422500
Radio de Aspereza	0.7
Carga compuesta [ $N$ ]	1
Radio de contacto	0.02
Amplitud	0.001
Longitud de onda [ $\mu m$ ]	0.05
Velocidad [ $m/s$ ]	0.15
Conductividad térmica [ $w/m \text{ } ^\circ c$ ]	0.4249
Calor especifico [ $j/Kg \text{ } ^\circ c$ ]	386
Temperatura [ $^\circ c$ ]	25

Sustituyendo los valores en la ecuación (3.2.7) se obtiene la entropía

$$S = 1.467155618 \frac{j}{Kg \text{ } ^\circ C}$$



Grafica 4. 3 Entropía del buje de bronce variando la temperatura

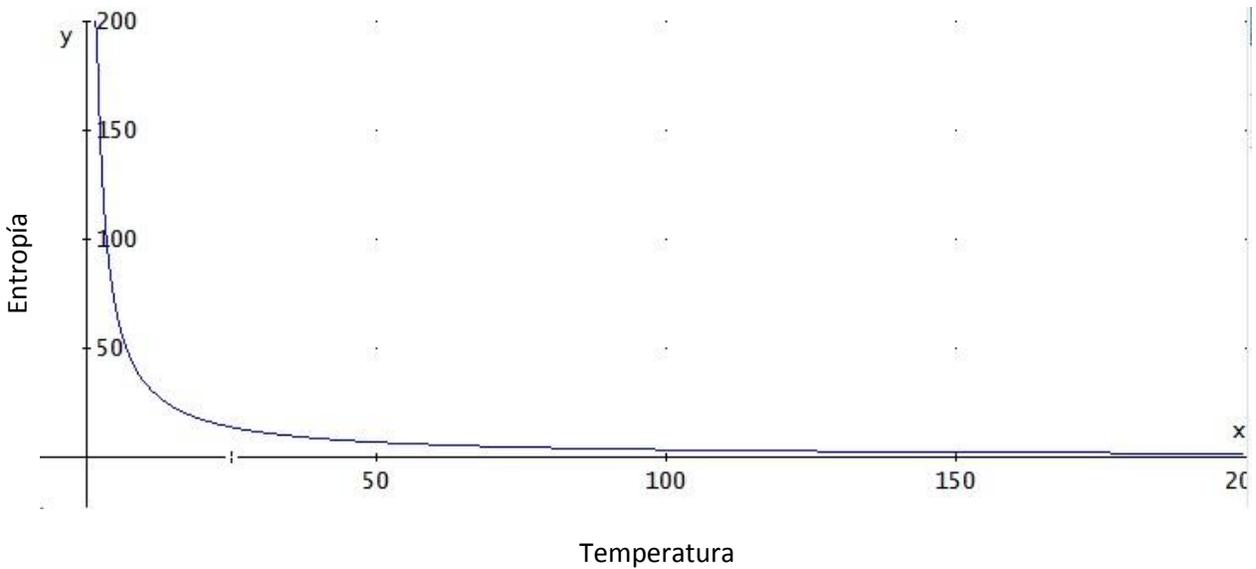
La grafica representa la producción de entropía para un sistema en el cual están en contacto los bujes de bronce, la entropía que se genera es mayor a las de prótesis de rodilla y la rodilla natural y se puede observar como a temperatura baja hay una gran producción de entropía y conforme aumenta la temperatura esta va disminuyendo pero nunca deja de producirse esta tiende hasta el infinito, para un temperatura media de 25 grados la entropía producida es de 1.46 es un número más grande en comparación con las dos anteriores.

Tabla 4. 4 Propiedades mecánicas y térmicas de la suela y el concreto

<b>Propiedades suela de caucho y asfalto.</b>	
Densidad[ $Kg/m^3$ ]	934
Módulo de elasticidad 1 [ $N/m$ ]	8100000000
Coefficiente de poisson 1	0.3
Módulo de elasticidad 2 [ $N/m$ ]	3800000000
Coefficiente de poisson 2	0.15
Volumen [ $m^3$ ]	$1.0706 \times 10^{-3}$
Coefficiente de fricción	0.8
Numero de asperezas	14422500
Radio de Aspereza	0.7
Carga compuesta [ $N$ ]	1
Radio de contacto	0.03
Amplitud	0.001
Longitud de onda [ $\mu m$ ]	0.05
Velocidad [ $m/s$ ]	0.15
Conductividad térmica [ $w/m \text{ } ^\circ c$ ]	6
Calor especifico [ $j/Kg \text{ } ^\circ c$ ]	4.3956

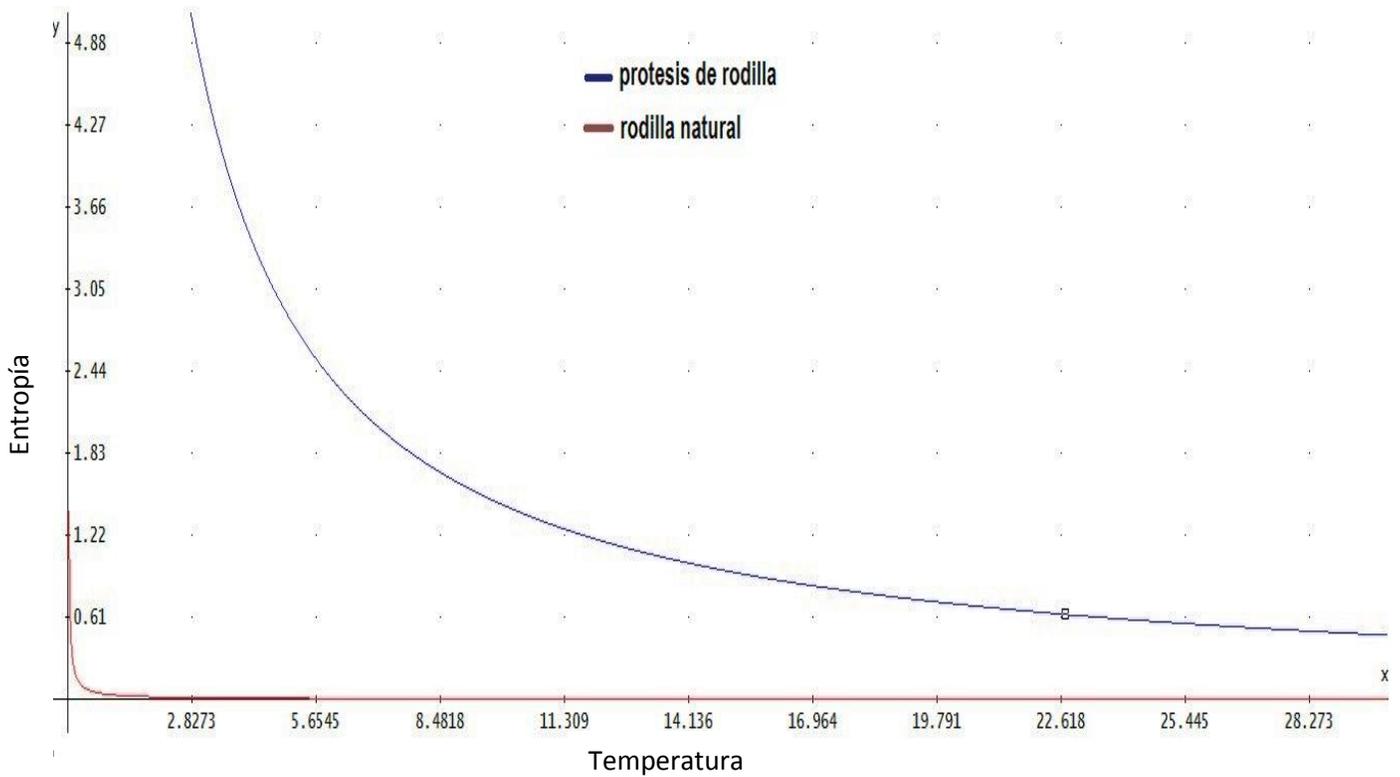
Sustituyendo los valores en la ecuación (3.2.7) se obtiene la entropía

$$S = 13.92250460 \frac{j}{Kg \text{ } ^\circ C}$$



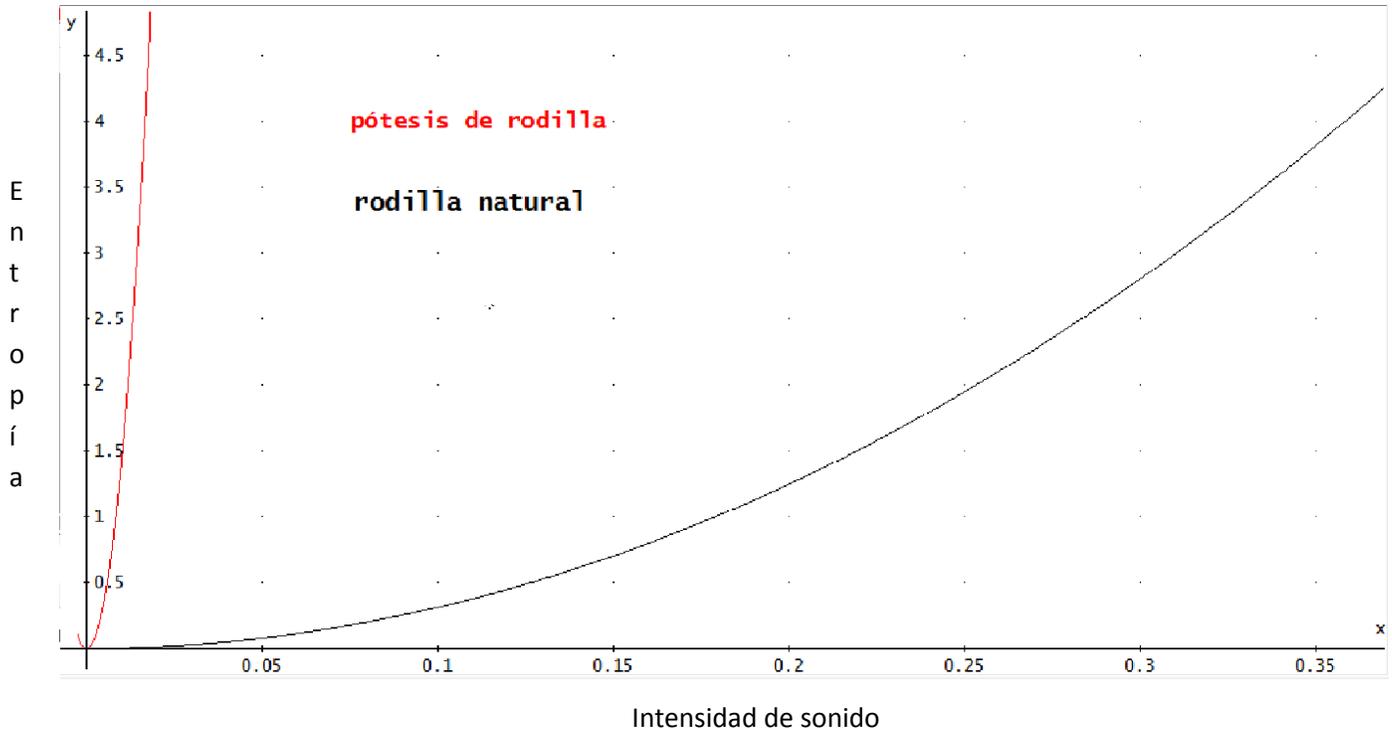
Grafica 4. 4 Entropía de la suela variando la temperatura

La gráfica representa la producción de entropía en un proceso de fricción entre la suela del zapato y el asfalto, variando la temperatura, se puede observar que los valores de producción de entropía son muy elevados a una temperatura de 25 °c la entropía es de 13.9 siendo este el valor más grande de los 4 casos de estudios esto se debe a las propiedades de los materiales y las condiciones de trabajo.



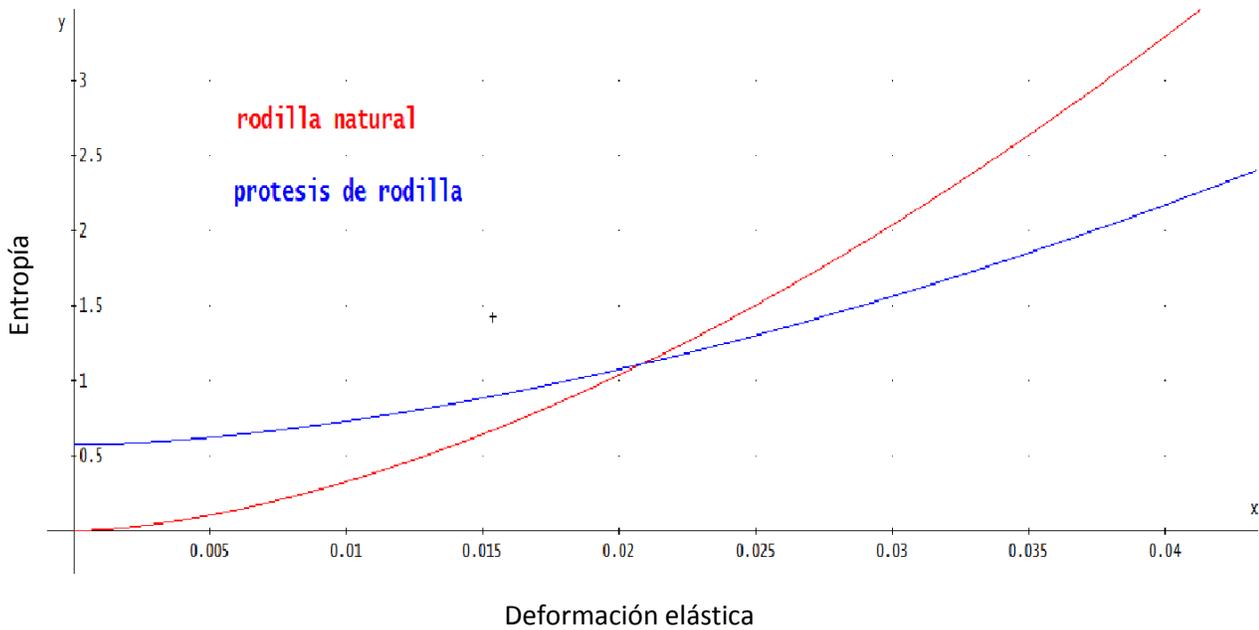
Grafica 4. 5 Comparación de generación de entropía en rodilla natural y prótesis variando la temperatura

En la gráfica se presenta una comparación de la producción de entropías entre la rodilla natural y la prótesis de rodilla de ultra alto peso molecular haciendo variar las temperaturas con las mismas propiedades del medio, y se puede observar que la producción de entropía es mucho mayor en la prótesis de rodilla que en una rodilla natural.



Gráfica 4. 6 Comparación de la rodilla natural y la prótesis de rodilla variando la intensidad del sonido

En la gráfica se observa la producción de entropía y se compara la prótesis de rodilla y la rodilla natural, en este caso se está variando la frecuencia del sonido se puede observar que con la prótesis a bajas frecuencias la entropía incrementa de manera brusca, en cambio en la rodilla natural el rango de frecuencias es mayor y la producción de entropía es menor y conforme aumenta la frecuencia del sonido esta se va aumentando.



Grafica 4. 7 Comparación de la rodilla natural y la prótesis de rodilla variando la intensidad del sonido

La grafica se observa la entropía generada en el proceso de fricción variando la carga compuesta y variando la energía de deformación elástica y se compara la prótesis de rodilla con la rodilla natural, en este caso se observa que es menos la producción de entropía en la prótesis de rodilla y en función de la deformación elástica esto se debe al material con que están hechas las prótesis ya que esta no sufren mucha deformación; en cambio la rodilla natural empieza con una producción de entropía baja pero esta va aumentado de manera gradual conforme aumenta la deformación elástica.

#### 4.4 DIAGRAMA DE SANKEY

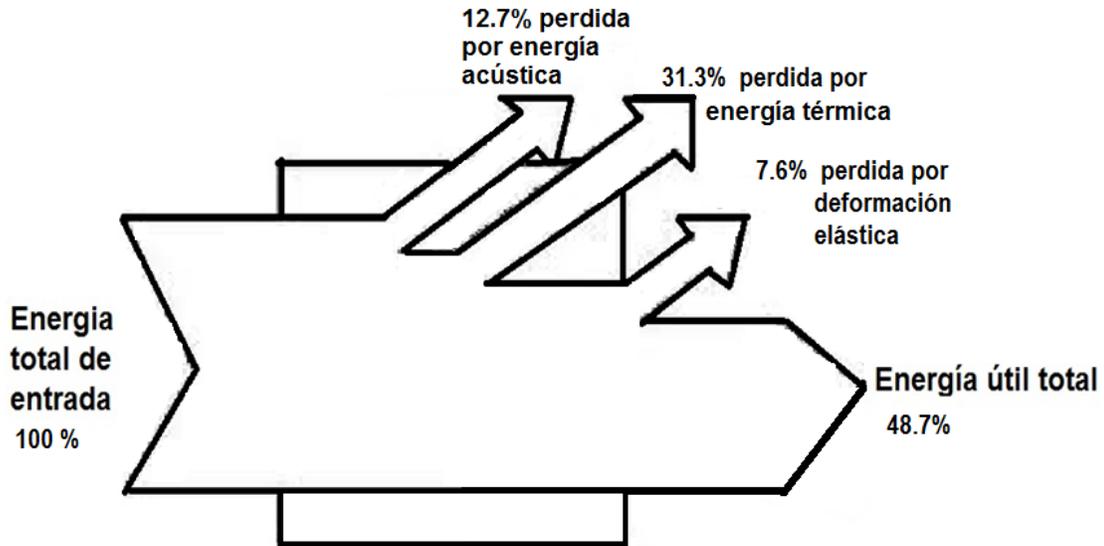


Fig. 4. 1 Diagrama de Sankey para un proceso general de fricción.

La figura 4.1 representa el diagrama de sankey en el cual se puede observar de manera gráfica las energías que intervienen en el sistema, en este caso se consideraron tres energías principales: la deformación elástica, la energía térmica y la energía por sonido del lado izquierdo representa la energía total que entra en el sistema, la flechas representan la perdida de energía por los diferentes factores y al final se observa la energía total útil del sistema, se puede observar que un 31.3% de la energía se pierde por calor o energía térmica, un 12.7% de la energía total se pierde por energía acústica y un 7.6% por deformación elástica y solo el 48.7% de la energía es aprovechado para la realización de algún trabajo.

#### 4.5 CONCLUSIÓN.

Se evaluó la generación de entropía en un proceso de fricción ente las rodillas naturales, una prótesis de rodilla, los bujes y la suela de los calzados. Mediante la ecuación propuesta.

Con la entropía que se encontró mediante la ecuación se muestra que cuando se tienen dos cuerpos en contacto y se ponen en movimientos opuestos se genera una fuerza de fricción la cual provoca pérdidas de energía y la mayor parte de la energía se pierde por calor ya que una gran parte de la energía total se convierte en calor.

También se puede observar que al variar el radio de contacto de la superficie incrementa grandemente la generación de entropía ya que se debe a que el coeficiente de fricción incrementa de acuerdo a la ecuación de fricción de Rabinowicz.

Los valores de producción de entropía encontrada fueron:

- |                                    |   |
|------------------------------------|---|
| a) rodilla natural.                | $S = 0.001290219428 \frac{j}{Kg \text{ } ^\circ C}$ |
| b) Prótesis de rodilla.            | $S = 0.5721722212 \frac{j}{Kg \text{ } ^\circ C}$   |
| c) Buje de bronce.                 | $S = 1.467155618 \frac{j}{Kg \text{ } ^\circ C}$    |
| d) Suela de caucho con el asfalto. | $S = 13.92250460 \frac{j}{Kg \text{ } ^\circ C}$    |

Entre los parámetros que se pueden controlar en un proceso de fricción son la velocidad y los radios de contacto de las superficie ya que los demás términos dependen del material y del medio en el que se desarrolla el proceso por lo cual si se disminuye la velocidad la entropía también disminuye y si aumenta los radios de contacto la generación de la entropía aumentan considerablemente.

Al evaluar la ecuación y comparar la rodilla natural y la prótesis de rodilla se pudo observar que la prótesis genera una mayor cantidad de entropía, pero es en cantidades muy pequeñas en comparación con otros materiales y esta aceptable dentro de los rangos para una prótesis.

Al evaluar la ecuación con los datos del buje y de la suela la entropía es demasiada alta en comparación de la prótesis de rodilla y la rodilla natural y se puede concluir que la energía que no se aprovecha en los bujes y al caminar son demasiado altas pero pueden mejorarse al cambiar las propiedades de los materiales.

En la figura 4.1 se mostró el diagrama de Sankey en el cual se pudo observar los porcentajes de energías perdidas y la energía total aprovechable durante un proceso de fricción. Se puede observar que la mayor pérdida de energía se debe a la energía térmica con un 31.3% del total de la energía de entrada, seguido por la energía acústica la cual representa 12.7% de la energía total y por último la energía por deformación elástica que representa el 7.6% de la energía total, y solo el 48.7% de la energía total es aprovechable para realizar trabajo.

Por lo tanto se puede modificar algunas propiedades como son las velocidades y las temperatura de trabajo para poder tener un mejor control sobre la generación de la entropía en los procesos de fricción.

## V REFERENCIAS

### 5.2 INTRODUCCIÓN.

[1] Bowden, F.P., and Tabor, D., 1954, "The friction and lubrication of solids - Part I", Clarendon Press, Oxford.

[2] Woods L. C., 1986. "The Thermodynamics of Fluid Systems. Engineering Sciences Series 2". Oxford.

[3] Leven R., Koch B. und Pompe B., 1994. "Chaos in dissipative Systemen. Akademie Verlag". Berlin. (in German).

[4] Bos, J., 1995, "Frictional heating of tribological contacts", University of Twente, Ph.D. Thesis.

[5] Silva de Lima, Suell Duetra, Lopes e Silva, Lengerke, 2009. "revisión de los fenómenos tribológicos observado en manipuladores robóticos" IV congreso internacional de ingeniería mecánica.

[6] Aguilar Vasquez B. J "estimación de la rugosidad en la señal dinámica de cuerpos en movimiento relativo" tesis de maestría, México, Cenidet, 2011.

### 5.3 ESTADO DEL ARTE.

[1] Bowden, F.P., and Tabor, D., 1954, "*The friction and lubrication of solids - Part I*", Clarendon Press, Oxford.

[2] Rabinowicz, E., 1995, "*Friction and Wear of materials*", 2 ed., John Wiley & Sons.

[3] Aguilar Vasquez B. J "estimación de la rugosidad en la señal dinámica de cuerpos en movimiento relativo" tesis de maestría, México, Cenidet, 2011.

- [4] Morelaes E., Skrzypinska A, Russek p y Haduch Z; 1997 “Desarrollo de la Tribología en el Mundo”; reporte técnico; pp. 1-6.
- [5] Dowson D., “men of tribology (Leonardo Da Vinci, Biography)”, (en: Journal of lubrication technology, Vol. 100, No. 4, October 1977) pp.382-386.
- [6] Linare O. “Generalidades de la Tribología Fundamentales de la Lubricación, Fricción y el Desgaste”; reporte técnico.
- [7] Dowson D., “Guillaume Amontons, Biography”, Journal of Lubrication Technology, Vol. 100, 1977.
- [8] Bulln S.J; interface and adhesion; Mechanical and Material Science; Vol. 1; Kluwer Academic Publishers; Netherlands, 1992.
- [9] Chandler K.A. and Bayliss D. “Corrosion Protection of Steel Structures”; Elsevier applied science publishers; USA. 1985.
- [10] Robles S., J. M. “Diseño y Construcción de un Dispositivo para el Recubrimiento de Superficie Curva por Fricción Seca”. Tesis de Maestría en Ing. Mecánica. CENIDET. Cuernavaca, México. 2000.
- [11] Bhushan B. “OPINION. Wear Prediction and Prevention”, (ed.; Marcel Dekker, Inc.; New York: © 1994).
- [12] Priest, M. and Taylor, C. M. “Automobile Engine Tribology” – approaching the surface. Wear, 241 (2000)2.
- [13] Dowson D., “John Theophilus Desaguiliers. Biography”, Journal of lubrication technology, Vol. 100, No. 1, C, January 1978.
- [14] Bowden, F.P., and Tabor, D., 1967, “Friction and lubrication”, University of Cambridge, Methuen & Co. Ltd. Capítulo I Estado del arte en generación de calor por fricción.

- [15] Bos, J., 1995, "Frictional heating of tribological contacts", University of Twente, Ph.D. Thesis.
- [16] López Martínez Mario I., "Determinación de los Parámetros para la Deposición Uniforme de MoS y Fe-75Si. Por el Proceso de Triboadhesion, en Acero SAE 4140 y AISI 304". Tesis de Maestría en Ing. Mecánica. CENIDET. Cuernavaca, México. 2001.
- [17] Ssymmons G.R y McNulty G.J., 1986 "Acoustic output from stick-slip friction", Wear, Vol 113, Issue 1, pp. 79-82.
- [18] Carslaw, H.S., and Jaeger, J.C., 1959, "Conduction of heat in solids", 2nd edition, Clarendon Press, Oxford.
- [19] G. Soriano "Distribución De Temperaturas En Láminas De Acero, Sujetas Al Proceso De Triboadhesion" CENIDET, Julio 2001.
- [20] Morales E. G. E. "Desarrollo de la Tribología en el Mundo" Reporte técnico, 1997.
- [21] Saabedra Alexander, "Difusión en Sólidos" Colombia. <http://angelfire.com/md2/mambusca/art4.htm>, 2006.
- [22] Van Ness, Hendrick, et. al., Termodinámica, Ed. Mc Graw Hill, México, D.F. 1972.
- [23] Yunus A. Cengel Michael A. Boles "Thermodynamics an Engineering Approach" sexta edición ed. Mc Graw Hill 2009.
- [24] Severns W. H., Energía, Ed. Reverté.
- [25] William Raymond and Ralph Gibbs "The collected works of J. Willard Gibbs" Vol. 1 thermodynamics; 1928.
- [26] Milagrovas, "Historia De La Entropía." 01 2010.

[27] [http://www.cec.uchile.cl/~roroman/pag\\_2/ENTROPIA.HTM](http://www.cec.uchile.cl/~roroman/pag_2/ENTROPIA.HTM).

[28] [http://centrodeartigos.com/articulos-noticias-consejos/article\\_135775.html](http://centrodeartigos.com/articulos-noticias-consejos/article_135775.html).

[29] I. Martínez “TERMODINAMICA BASICA Y APLICADA”.

### 5.3 TEORÍA BÁSICA

[1] [http://www.cec.uchile.cl/~roroman/pag\\_2/ENTROPIA.HTM](http://www.cec.uchile.cl/~roroman/pag_2/ENTROPIA.HTM).

[2] Dr. Gabriel Hernán Gebauer. “Una Nueva Teoría Acerca De Las Diluciones Homeopáticas” 2002.

[3] Ilya Prigogine, 1996, p.27.

[4] Hans Reichenbach, 1959, pp.106-108.

[5] [http://centrodeartigos.com/articulos-noticias-consejos/article\\_135775.html](http://centrodeartigos.com/articulos-noticias-consejos/article_135775.html).

[6] I. Martínez “TERMODINAMICA BASICA Y APLICADA”.

[7] William Raymond and Ralph Gibbs “The collected works of J. Willard Gibbs” Vol. 1 thermodynamics; 1928.

[8] Introduction to Thermodynamics with Applications.

[9] Yunus A. Cengel Michael A. Boles “Thermodynamics an Engineering Approach” sexta edición ed. Mc Graw Hill 2009.

[10] Richard Y. Chiou, “prediction of the transfer behavior of carbide inserts with embedded heat pipes for dry machining”, international machining engineering, trans., ASME, 2002.

[11] Bulln S.J; interface and adhesion; Mechanical and Material Science; Vol. 1; Kluwer Academic Publishers; Netherlands, 1992.

- [12] Rabinowicz E, august, "interface of surface energy on friction and wear phenomena, journal of applied physics", Vol. 32, No. 8, pp. 1440-1444, 1961.
- [13] Tabor D., "Friction. The present state for ours understandong", ASME Journal of Lubrication, Vol. 103, pp. 169-179, 1981.
- [14] Pain H. J., 2005 "The Physics of Vibrations and Waves", Jhn Wiley & Sons Ltd Sixth Edition.
- [15] Serway R. A. y Jewett J. W., 2004 "Physic for Scientists and Engineers" 6<sup>th</sup> edition.
- [16] Popov, Valentin L., "Contact Mechanics and Friction, Physical Principles and Application", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [17] Gang Sheng, 2008 "Friction – Induced Vibrations and Sound: Principles and Applications" Taylor and Francis Group, LLC.
- [18] Amiri M. y Khonsari M. M., 2010 "On the Thermodynamics of Friction and Wear- A Review".
- [19] Bos, J., 1995 "Frictional heating of tribological contacts", university of Twente, ph.D. Thesis.
- [20] Faires, M.V., y Simmang, M.C. 1988, "Termodinámica" 1era edición, Uteha.
- [21] Bowden, F.P., and Tabor, D., 1954, "The Friction and lubrication of solids – part 1" Claredon Press, Oxford.
- [22] Rabinowicz, E., 1995 "Friction and Wear of Materials" 2<sup>nd</sup> edition, John Wiley & Sons.
- [23] Carslaw H. S., and Jaeger, J. C., 1959, "Conduction of Heat in Solid" 2<sup>nd</sup> edition, Claredon Press, Oxford.

[24] G. Soriano “Distribución De Temperaturas En Láminas De Acero, Sujetas Al Proceso De Triboadhesion” CENIDET, Julio 2001.

[25] Bos, J.,1995, “ Frictional heating of tribological contacts”, University of Twente, Ph.D.

[26] Halling, J, 1978, “*Principles of tribology*”, Macmillan, London.

[27] Archard, J.F., 1958-59, ”The temperature of rubbing surfaces”, Wear, no. 2, pp. 438-455.

## 5.5 ANALISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIÓN

[1] Bernado de Jesus A. V. "Estimacion de la Rugosidad en la Señal Dinamica de Cuerpos en Movimiento Relativo” CENIDET 2011.

[2] Arturo A. P. “Desarrollo de un Sistema Compuesto Amortiguado y de Bajo Par Friccional para Aplicación en Prótesis de Rodilla” CENIDET 2010.

[3] Carlos R. Meléndez Feliciano “Determinación de las Propiedades mecánicas y térmicas del Bronce” Bayamón, 2010.

[4] Joon Park., “biomaterial san introduction” third edition, editorial springer, 1979.

## APENDICE A

### FORMULACIÓN DEL FLUJO DE CALOR.

Considerando la ecuación de conducción de calor en forma adimensional en estado transitorio y la ley de Fourier.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (A.1)$$

Ley de Fourier.

$$q_A = -k_t \frac{\partial T}{\partial x} \quad (A.2)$$

Al derivar (A.1) parcialmente respecto a la variable x se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (A.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (A.4)$$

Multiplicando (A.4) por  $-k_t$ , (conductividad térmica constante) entonces se tiene:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( -k_t \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial t} \left( -k_t \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (A.5)$$

Sustituyendo (A.2) en (A.5) la ecuación en función del calor queda:

$$\frac{\partial^2 q_A}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial q_A}{\partial t} \quad (A.6)$$

## APÉNDICE B

### FLUJOS DE CALOR APLICADO AL MODELO DE SOLIDO SEMI-INFINITO.

Considerando la conducción de calor en un sólido semi-infinito, con un flujo de calor igual a cero. Para un tiempo  $t > 0$ , un flujo de calor constante  $q_0$ , se aplica en la superficie, es decir en  $x = 0$  de manera matemáticas se expresa como:

$$\frac{\partial^2 q_A}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial q_A}{\partial t} \text{ en } 0 < x < \infty, \quad t > 0 \quad (B.1)$$

Para  $x = 0, t > 0$ , se tiene que  $q_A(x, t) = q_0$ .

Para  $t = 0, q_A = 0$

Si se define un si se define una variable independiente  $Q(x, t)$  de manera:

$$Q(x, t) = q_A(x, t) - q_0 \quad (B.2)$$

De acuerdo con (B.2) el problema puede expresarse de manera que:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial Q}{\partial t} \text{ en } 0 < x < \infty, \quad t > 0 \quad (B.3)$$

$$Q(x, t) = 0 \text{ para } x = 0, \quad t > 0 \quad (B.4)$$

$$Q(x, t) = -q_0 \text{ para } t = 0 \quad (B.5)$$

La solución de (B.3) se obtiene de la analogía de temperaturas [1]:

$$Q(x, t) = q_0 \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4 \alpha t}} \right) \quad (B.6)$$

De (B.2) y (B.6) se obtiene:

$$q_A(x, t) = q_0 + Q(x, t)$$

$$q_A(x, t) = q_0 \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4 \alpha t}} \right) \right]$$

Donde  $\operatorname{erf}$  es la función erro y  $\alpha$  es la difusividad térmica

## APÉNDICE C

### TEMPERATURA SUPERFICIAL EN UN SÓLIDO SEMI-INFINITO.

Ya conocido  $q(x,t)$  la distribución de temperatura  $T(x,t)$  se expresa a partir de la ley de Fourier [1,2] como:

$$T(x, t) = \frac{q_0}{k_T} \int_x^{\infty} \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4 \alpha t}} \right) dx \quad (C.1)$$

Dónde:

$$x = \frac{x}{\sqrt{4 \alpha t}}$$

$$dx = \frac{1}{\sqrt{4 \alpha t}} dx$$

$$\sqrt{4 \alpha t} dx' = dx \quad (C.2)$$

Al sustituir (C.2) en (C.1) se encuentra que:

$$T(x, t) = \frac{q_0(\sqrt{4 \alpha t})}{k_t} \int_x^{\infty} \operatorname{erf} x' dx' \quad (C.3)$$

De acuerdo con la definición de la integral de  $\operatorname{erf} x$ , se tiene:

$$\operatorname{ierf} x = \int_x^{\infty} \operatorname{erf} \xi d\xi$$

$$\operatorname{ierf} x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - x \operatorname{erfc} x$$

Entonces (C.3) se puede reescribir como:

$$T(x, t) = \frac{2q_0(\sqrt{\alpha t})}{k_T} \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - x \operatorname{erfc} x' \right] \quad (C.4)$$

Al sustituir  $x'$  en (C.4):

$$T(x, t) = \frac{2q_0(\sqrt{\alpha t})}{k_t} \left[ \frac{1}{\pi} e^{-\left(\frac{x^2}{4\alpha t}\right)} - \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \operatorname{erfc} \left( \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \right) \right] \quad (C.5)$$

De (C.5) la temperatura en la superficie del sólido es:

$$T(x, t) = \frac{2q_0(\sqrt{\alpha t})}{k_t \sqrt{\pi}} \quad (C.6)$$

Si la difusividad térmica se define como  $\alpha = \frac{k_t}{\rho c_p}$  puede expresarse como:

$$T(x, t) = \frac{2q_0 t^{1/2}}{(k_T \rho c_p \pi)^{1/2}} \quad \text{para } x = 0 \quad (C.7)$$

La ecuación (C.7) da la temperatura en la superficie del sólido, cuando se suministra un flujo de calor constante. Esto ocurre, cuando se genera calor por fricción

[1] Ozisik, M. Necati, 1993, "Heat Conduction", 2<sup>nd</sup> edition, John Wiley & sons.

[2] Carslaw H.S., and Jaeger, J.C., 1995, "Conduction of heat in solids", 2<sup>nd</sup> edition, Clarendon Press, oxford3.

## APÉNDICE D

### COEFICIENTE DE PARTICIÓN DE CALOR.

Con base al en el número de pecler [1]:

$$L = \frac{Vr}{2\alpha} \quad D.1$$

Se expresará la ec. De temperatura superficial como función de L.

Está dada como:

$$T_m = \frac{2\dot{Q}_s}{\pi r^2 (k \rho C_p \pi)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\pi r}{4V}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Con base en el calor por fricción se tiene que:

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{2 \mu N V}{\pi r^2 (k \rho C_p \pi)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\pi r}{4V}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2 \mu N}{\pi r^2} \left(\frac{V^2 \pi r}{\pi k \rho C_p 4V}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Al simplificar y multiplicar por  $(\rho C_p)^{\frac{1}{2}}$  el numerador y el denominador, resulta:

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{\mu N}{\pi r^2} \left(\frac{Vr}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\mu N}{\pi r^2 \rho C_p} \left(\frac{Vr}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

A partir de (D.1) se tiene que:

$$2L = \frac{Vr}{\alpha}$$

Por tanto  $T_m$  se expresa como:

$$T_m = \frac{\mu N}{\pi r^2 \rho C_p} (2L)^{\frac{1}{2}}$$

Si multiplicamos por “ $V$ ” el numerador y el denominador se tiene que:

$$T_m = \frac{\dot{Q}}{\pi r^2 \rho C_p V} (2L)^{\frac{1}{2}} \quad (D.2)$$

Donde se expresa la temperatura superficial promedio como una función de  $L$ .

Ahora la partición de calor se determina bajo la consideración que el calor generado en la interfaz, se transfiere hacia los cuerpos 1 y 2 en contacto; los efectos de convección se consideran con case en la velocidad de deslizamiento. El calor que se genera en la interfaz es:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (D.3)$$

Donde  $\dot{Q}_1 = \lambda \dot{Q}$  es el calor que se transfiere al cuerpo 1 y  $\dot{Q}_2 = (1 - \lambda) \dot{Q}$  es el calor que se transfiere al cuerpo 2

De acuerdo con la teoría [2, 3, 4] se tiene que:

$$\theta_1 - \theta_2 = 0$$

Por lo tanto

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (D.4)$$

Esta condición se satisface únicamente en el contacto real de los cuerpos.

Con base en (D.2) y (D.4) se tiene que:

$$\frac{\dot{Q}_1}{\pi r^2 (\rho C_p V)_1} (2L_1)^{\frac{1}{2}} = \frac{\dot{Q}}{\pi r^2 (\rho C_p V)_2} (2L_2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\lambda \dot{Q}}{\pi r^2 (\rho C_p V)_1} (2L_1)^{\frac{1}{2}} = \frac{(1-\lambda) \dot{Q}}{\pi r^2 (\rho C_p V)_1} (2L_2)^{\frac{1}{2}}$$

Al simplificar y agrupar términos semejantes, resulta:

$$\lambda \left( \frac{L_1^{\frac{1}{2}}}{(\rho C_p V)_1} + \frac{L_2^{\frac{1}{2}}}{(\rho C_p V)_2} \right) = \frac{L_2^{\frac{1}{2}}}{(\rho C_p V)_2}$$

Dónde  $\lambda$  es:

$$\lambda = \frac{\frac{L_2^{\frac{1}{2}}}{(\rho C_p V)_2}}{\frac{L_1^{\frac{1}{2}}}{(\rho C_p V)_1} + \frac{L_2^{\frac{1}{2}}}{(\rho C_p V)_2}} \quad (D.5)$$

Al arreglar la ec. (D.5) se obtiene:

$$\lambda = \frac{(\rho C_p V)_1 L_2^{\frac{1}{2}}}{(\rho C_p V)_2 L_1^{\frac{1}{2}} + (\rho C_p V)_1 L_2^{\frac{1}{2}}}$$

Si se divide el numerador y el denominador por  $(\rho C_p V)_1 L_2^{\frac{1}{2}}$ , se expresa finalmente la función  $\lambda$  como:

$$\lambda = \frac{1}{\frac{(\rho C_p V)_2}{(\rho C_p V)_1} \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{\frac{1}{2}} + 1}$$

Donde los subíndices 1 y 2 se refieren a los cuerpos 1 y al cuerpo 2 respectivamente.

Como se observa, la función de partición de calor depende de las condiciones de operación y de las propiedades térmicas de los materiales, de acuerdo con la teoría.

[1] Bos, J., 1995, "Frictional heating of tribological contacts", University of Twente, Ph.D.Thesis.

[2] Bowden, F.P., and Tabor, D., 1954, "The friction and lubrication of solids - Part I", Clarendon Press, Oxford

[3] Bos, J., 1995, "Frictional heating of tribological contacts", University of Twente, Ph.D.Thesis.

[4] Archard, J.F., 1958-59, "The temperature of rubbing surfaces", *Wear*, no. 2, pp. 438-455.