





Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Departamento de Ingeniería Mecánica

RESIDENCIA PROFESIONAL

"Diseño de Máquinas Con Enfoque en Cargas Dinámicas"

Presenta:

Edi Antonio López García

Roberto Antonio Morales Méndez

Adrián Arturo Ruiz Vázquez

Asesor Interno

Ing. Rutilo Morales Álvarez

Asesor Externo

Dr. Arturo Abúndez Pliego

Cuernavaca, Morelos, México

05 de Junio de 2014

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN 4
JUSTIFICACIÓN
OBJETIVO 6
CAPITULO 1. FUNDAMENTO TEÓRICO7
1.1. TEORÍAS DE FALLA BAJO CARGAS ESTÁTICAS
1.1.1. TEORÍAS DE FALLA PARA MATERIALES DÚCTILES
1.1.2. TEORÍAS DE FALLA PARA MATERIALES FRÁGILES9
1.2. FALLAS POR FATIGA DEBIDAS A CARGAS DINÁMICAS
1.2.1. FATIGA
1.2.2. MÉTODO DE ESFUERZO VIDA11
1.2.3. MÉTODO DEFORMACIÓN VIDA12
1.2.4. LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA14
1.2.5. RESISTENCIA A LA FATIGA15
1.2.6. FACTORES QUE MODIFICAN EL LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA . 17
1.2.7. CONCENTRACIÓN DEL ESFUERZO Y SENSIBILIDAD A LA MUESCA 19
1.2.8. CRITERIOS DE FALLA POR FATIGA 20
1.2.9. COMBINACIONES DE MODO DE CARGA22
1.3 MÁQUINAS PARA PRUEBAS DE FATIGA24
CAPÍTULO 2: MATERIAL DE PRUEBA 28
2.1. INTRODUCCIÓN
2.2. PROBETA
2.3. NORMA ASTM E466-07 28
2.4. DIMENSIONAMIENTO DE LA PROBETA 29
2.4.1. DIMENSIONES DE LA PROBETA 29
2.5 ANÁLISIS DE LA PROBETA BAJO CARGA DINÁMICA
2.6 DEFORMACIÓN DE LA PROBETA
2.7 ELEMENTOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN
CAPÍTULO 3: DISEÑO DEL DISPOSITIVO DE FATIGA
3.1 CONFIGURACIÓN DEL EJE
3.2 DISEÑO DE LA LEVA
3.2.1 DESPLAZAMIENTO
3.2.2 VELOCIDAD

ANEXO 1: GRÁFICAS PARA LOS FACTORES DE CONCENTRACIÓN DE ESFUERZO 82 ANEXO 2: PLANOS DE LAS PIEZAS Y COMPONENTES DE LA MÁQUINA
ANEXO 1: GRÁFICAS PARA LOS FACTORES DE CONCENTRACIÓN DE ESFUERZO
ANEXO 1. GRÁFICAS PARA LOS FACTORES DE CONCENTRACIÓN DE ESFLIERZO
CAPITULO 3. CONCLUSIONES T RECOVIENDACIONES
4.10 ENSAMBLE DE LAS PIEZAS
4.9 POLEAS
4.8 EJE DEL REDUCTOR DE VELOCIDAD
4.7 BASE PARA EL REDUCTOR DE VELOCIDAD
4.6 ESTRUCTURA
4.5 PIEZA DE UNIÓN ENTRE LA ESTRUCTURA Y EL SOPORTE DE LA PROBETA 70
4.4 SOPORTE DE LA PROBETA69
4.3 PLACA PARA POSICIONAR LA PROBETA Y EL SEGUIDOR
4.2 SEGUIDOR DE LA LEVA
4.1 MOTO REDUCTOR
CAPITULO 4. DISEÑO DE LA MÁQUINA65
3.5 REDISEÑO DEL EJE
3.4 CÁLCULO DE LAS FUERZAS EN LA LEVA 51
3.3 PERFIL GRAFICO DE LA LEVA 47

INTRODUCCIÓN

En el diseño de piezas de máquinas o de elementos que están sujetos a diferentes condiciones de carga, las cuales pueden ser estáticas o dinámicas; las cargas estáticas son las que no varían en el tiempo; las cargas dinámicas pueden tomar diferentes formas, siendo estas de impacto u oscilantes y generan efectos vibratorios o dinámicos en la estructura de la máquina o algún elemento de la máquina.

Es necesario determinar el comportamiento de estos elementos o piezas mecánicas ante situaciones de carga estática o dinámica. Para comprender este comportamiento existen diversos métodos de análisis de materiales, como puede ser un análisis estático para conocer las reacciones que se generan en las uniones de estos elementos o algún punto de interés específico, un análisis con la mecánica de materiales donde se aspiran conocer los esfuerzos máximos en un punto de interés y abordar el siguiente paso que es el diseño mecánico.

El concepto de esfuerzo es de principal interés cuando se trata de diseñar una máquina o un mecanismo predestinado a trabajar bajo condiciones de carga estática o dinámica, es por eso que en la actualidad se emplean diversos equipos o bancos de prueba, donde un elemento de prueba se somete a condiciones de carga controlada. Para conocer el comportamiento de algún material específico de prueba ante cargas externas, generalmente existen las máquinas de ensayos universales donde el elemento de prueba o probeta se somete a cargas de tensión y compresión para analizar el comportamiento elástico del material, además existen equipos para analizar la flexión y torsión respectivamente.

En general, las pruebas se realizarán en uno de los siguientes tipos de máquinas de ensayo de fatiga:

- Mecánica
- Electromecánico o de accionamiento magnético
- Hidráulico o electrohidráulico.

Los equipos de prueba para analizar fatiga de tipo hidráulicos o electrohidráulicos son el tipo de maquinaria más destacado, debido a lo efectivo que son estos sistemas para generar grandes cargas, aunque el costo de estos equipos puede ser una desventaja respecto a otros equipos.

Los ensayos a la fatiga predominantes son los de una viga rotatoria a flexión, por lo que en el mercado existe gran número de marcas y configuraciones de este tipo de máquinas, de donde la gran cantidad de datos obtenidos de ensayos a la fatiga provienen de esta máquina, es decir el diagrama S-N (diagrama que se genera después de realizar ensayos según sea el material, se grafica el esfuerzo a la fatiga en la ordenada y el número de ciclos de falla en la abscisa).

En los ensayos a la fatiga axial la diferencia principal contra la prueba de la viga giratoria es que la sección transversal completa está uniformemente esforzada en tensión/compresión axial, en vez de tener una distribución lineal de esfuerzos a lo largo de la sección transversal, que es máximo en la fibra externa y cero en el centro.

Con la prueba de fatiga axial también se generan los diagramas S-N para cualquier material, generalmente acero, donde se aprecia que el límite de resistencia a la fatiga está por debajo de los valores que se estiman en el diagrama de flexión rotativa.

El fin principal de este proyecto de residencia profesional es diseñar un mecanismo que someta a fatiga axial determinada probeta con medidas estandarizadas, según la norma ASTM E466-07, que rige el dimensionamiento de las probetas a utilizar.

El mecanismo que se consideró para desarrollar el prototipo, es el mecanismo levaseguidor, donde el seguidor estará en contacto directo con la probeta, y este aplicará una fuerza axial de compresión, generando un esfuerzo repetido en la probeta.

JUSTIFICACIÓN

En los diseños de ingeniería mecánica usados en la actualidad en los cuales la relación hombre-máquina se hace necesaria, como son los aviones, barcos, vehículos, etc., y que en algunos casos son considerados como diseños indispensables en la labor rutinaria, se llega a observar el fenómeno de fatiga, en los cuales se debe llegar al planteamiento de soluciones para minimizar la presencia de este fenómeno.

Un diseño está compuesto de diferentes materiales, de acuerdo a sus propiedades físicas y mecánicas, interpretar el comportamiento de los materiales nos ayuda a especificar el material adecuado y tomar buenas decisiones en el diseño, también los tipos y magnitudes de la carga que soportarán y el ambiente en el que funcionarán y adaptarlos a las expectativas necesarias, donde el gran reto es reducir la fatiga y evitar grandes costos en mantenimiento y reparación.

La importancia de la fatiga a la hora de diseñar es el principal punto de interés de este proyecto, y la inquietud de conocer algo que si bien tiene años presente en el diseño, pero que aún es un fenómeno con pocos datos obtenidos a través de los años.

Desarrollar el diseño de este mecanismo (equipo de pruebas a fatiga axial), tiene como fin ser un dispositivo sencillo pero efectivo en el uso deseado y emplear elementos que no son comunes en este tipo máquinas como el caso de una leva, además de servir como banco de pruebas en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.

OBJETIVO

Diseño de una máquina para pruebas de fatiga axial después de analizar las diferencias entre las teorías de diseño basadas en cargas estáticas de aquellas basadas en cargas dinámicas.

CAPITULO 1. FUNDAMENTO TEÓRICO

1.1. TEORÍAS DE FALLA BAJO CARGAS ESTÁTICAS

El comportamiento del metal estructural se clasifica de manera típica como dúctil o frágil. Normalmente, los materiales se clasifican como dúctiles cuando $\mathcal{E}_f \ge 0.005$ y cuando tiene una resistencia a la fluencia identificable. Los materiales frágiles $\mathcal{E}_f < 0.005$ no presentan una resistencia a la fluencia Las teorías de falla generalmente aceptadas son: [1]

Materiales dúctiles (criterios de fluencia)	Materiales frágiles (criterios de fractura)
Esfuerzo cortante máximo (ECM)	Esfuerzo normal máximo (ENM)
Energía de distorsión (ED)	Mohr Coulomb frágil (CMF)
Mohr Coulomb dúctil (CMD)	Mohr modificado (MM)

1.1.1. TEORÍAS DE FALLA PARA MATERIALES DÚCTILES

1.1.1.1. TEORÍA DEL ESFUERZO CORTANTE MÁXIMO (TRESCA O GUEST)

La teoría del esfuerzo cortante máximo estipula que la fluencia comienza cuando el esfuerzo cortante máximo de cualquier elemento iguala al esfuerzo cortante máximo en una pieza de ensayo a tensión del mismo material cuando esa pieza comienza a fluir.

Para un estado de esfuerzos general $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$. El esfuerzo cortante máximo es $\tau_{máx} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$. Por lo tanto, la hipótesis del esfuerzo cortante máximo produce la fluencia cuando.

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \ge \frac{S_y}{2} \quad \text{o} \quad \sigma_1 - \sigma_3 \ge S_y \tag{1.1}$$

Esto implica que la resistencia a la fluencia en cortante está dada por

$$S_{sy} = 0.5 S_y$$
 (1.2)

Para el diseño, la ecuación anterior puede modificarse para incorporar un factor de seguridad *n*, obteniendo la relación de esfuerzo seguro.

Capítulo 2

$$\tau_{max} = \frac{S_y}{2n} \qquad \text{o} \qquad \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{S_y}{n} \tag{1.3}$$

Para la ecuación (1.1) existen tres casos para el esfuerzo plano.

CASO 1: donde $\sigma_A \ge \sigma_B \ge 0$. En este caso, $\sigma_1 = \sigma_A$ y $\sigma_3 = 0$. La ecuación (1.1) se reduce a una condición de fluencia de.

$$\sigma_A \geq S_y$$

CASO 2: donde $\sigma_{\!_A} \ge 0 \ge \sigma_{\!_B}$. Aquí, $\sigma_{\!_1} = \sigma_{\!_A}$ y $\sigma_{\!_3} = \sigma_{\!_B}$, la ecuación (1.1) queda en.

$$\sigma_A - \sigma_B \geq S_y$$

CASO 3: $0 \ge \sigma_A \ge \sigma_B$ En este caso, $\sigma_1 = 0$ y $\sigma_3 = \sigma_B$ la ecuación (1.1) queda.

 $\sigma_B \leq -S_y$

1.1.1.2. TEORÍA DE LA ENERGÍA DE DISTORSIÓN (VON MISES-HENCKY)

Esta teoría predice que la falla por fluencia ocurre cuando la energía de deformación total por unidad de volumen alcanza o excede la energía de deformación por unidad de volumen correspondiente a la resistencia a la fluencia en tensión o en compresión del mismo material.

La ecuación de la fluencia puede escribirse como

$$\sigma' \ge S_{\nu}$$
 (1.4)

Donde el esfuerzo de von Mises es

$$\sigma' = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}\right]^{1/2}$$
(1.5)

Usando las componentes *xyz* del esfuerzo tridimensional, el esfuerzo von Mises puede quedar como

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\sigma_x - \sigma_y \right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z \right)^2 + \left(\sigma_z - \sigma_x \right)^2 + 6 \left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \right) \right]^{1/2}$$
(1.6)

y para el esfuerzo biaxial

$$\sigma' = \left(\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2\right)^{1/2}$$
(1.7)

La ecuación (1.4) puede escribirse para casos de diseño como [1].

$$\sigma' = \frac{S_y}{n} \tag{1.8}$$

1.1.2. TEORÍAS DE FALLA PARA MATERIALES FRÁGILES.

1.1.2.1. TEORÍA DEL ESFUERZO NORMAL MÁXIMO PARA MATERIALES FRÁGILES

La teoría del esfuerzo normal máximo (ENM) estipula que la falla ocurre cuando uno de los tres esfuerzos principales es igual o excede la resistencia.

De nuevo se colocan los esfuerzos principales de estado general de esfuerzo en la forma ordenada $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$. Entonces la teoría predice que la falla ocurre cuando

$$\sigma_1 \ge S_{ut} \qquad 0 \qquad \sigma \le -S_{uc} \tag{1.9}$$

En el caso de esfuerzo plano, con los esfuerzos principales

$$\sigma_{A} \geq \sigma_{B}$$

La ecuación anterior puede escribirse como:

$$\sigma_A \ge S_{ut} \qquad \text{o} \qquad \sigma_B \le -S_{uc} \tag{1.10}$$

Las ecuaciones de criterio de falla pueden convertirse en ecuaciones de diseño

$$\sigma_A = \frac{S_{ut}}{n}$$
 obien $\sigma_B = \frac{S_{uc}}{n}$ (1.11)

1.1.2.2. MODIFICACIONES DE LA TEORÍA DE MOHR PARA MATERIALES FRÁGILES

Se explicarán dos modificaciones de la teoría de Mohr para materiales frágiles: la teoría de Mohr-Coulomb frágil (MCF) y la teoría de Mohr modificada (MM). Se restringirán al esfuerzo plano y serán del tipo de diseño, incorporando el factor de seguridad.

Mohr-Coulomb frágil

Para el esfuerzo plano, cuando los esfuerzos principales diferentes de cero son $\sigma_A \ge \sigma_B$

$$\sigma_A = \frac{S_{ut}}{n} \qquad \qquad \sigma_A \ge \sigma_B \ge 0 \qquad (1.12)$$

$$\frac{\sigma_A}{n} - \frac{\sigma_B}{n} = \frac{1}{n} \qquad \sigma_A \ge 0 \ge \sigma_B \qquad (1.13)$$

$$\sigma_{A} = -\frac{S_{ut}}{n} \qquad \qquad 0 \ge \sigma_{A} \ge \sigma_{B} \qquad (1.14)$$

Mohr-modificada

$$\sigma_{A} = \frac{S_{ut}}{n} \qquad \qquad \sigma_{A} \ge \sigma_{B} \ge 0 \qquad (1.15)$$
$$\sigma_{A} \ge \sigma_{B} \ge 0 \qquad \text{y} \quad \left| \frac{\sigma_{A}}{\sigma_{B}} \right| \le 1$$

$$\frac{(S_{ut} - S_{uc})\sigma_A}{S_{uc}S_{ut}} - \frac{\sigma_B}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \qquad \sigma_A \ge 0 \ge \sigma_B \qquad y \quad \left|\frac{\sigma_B}{\sigma_A}\right| > 1 \qquad (1.16)$$

$$\sigma_B = -\frac{S_{uc}}{n} \qquad 0 \ge \sigma_A \ge \sigma_B \qquad (1.17)$$

1.2. FALLAS POR FATIGA DEBIDAS A CARGAS DINÁMICAS.

1.2.1. FATIGA

El fenómeno de fatiga fue descubierto por el ingeniero alemán Agust Wöhler en 1840, su trabajo sobre la fatiga fué la primera investigación sistemática de las curvas S-N, mostró que la fatiga se produce por el crecimiento de la grieta de defectos superficiales hasta que el producto ya no puede soportar la carga aplicada.

Para explicar el fenómeno se propusieron teorías que justificaban la pérdida de la resistencia mecánica en la alteración de la estructura interna de los materiales

comprobando que existe un umbral por debajo del cual las probetas no se rompen (límite de fatiga).

El umbral de fatiga se debe a un fenómeno conocido como cierre de la grieta. Elber (1970) observó en varias probetas de fatiga que la flexibilidad de una probeta agrietada tiene un comportamiento anómalo cuando la carga es próxima a cero. Con grandes cargas la flexibilidad concuerda con las fórmulas que se obtienen para una probeta agrietada, pero a cargas bajas, la flexibilidad se aproxima a la de una probeta sin grieta. Elber lo atribuyó al contacto entre las superficies de la grieta a cargas bajas pero mayores que cero.

En el siglo XX Humfrey y Ewing observaron que, bajo cargas dinámicas, parecían deformaciones por deslizamiento similares a las obtenidas en el caso estático, de modo que el progreso de dichas líneas era el que conducía a la rotura. Posteriormente, Hanson y Gough introdujeron la hipótesis del endurecimiento por deformación, para explicar la existencia de límite de fatiga de modo que con cargas pequeñas el endurecimiento llegaba a compensar y detener el avance del deslizamiento.

La historia de una grieta que se desarrolla en un componente sometido a fatiga tiene típicamente tres etapas: una etapa de iniciación, una de propagación estable y finalmente una propagación acelerada que conduce el fallo del componente.

Actualmente, aunque se acepta la teoría del endurecimiento/deslizamiento, no existe una formulación cuantitativa que permita realizar un cálculo fiable. No obstante los datos disponibles han permitido desarrollar métodos de cálculo para el diseño de piezas confiables. Este no es el caso de materiales de aparición reciente, para los que es necesaria la fabricación y el ensayo de prototipos.

La falla por fatiga se debe a la formación y propagación de grietas. Entre las diferentes condiciones que pueden acelerar el inicio de la grieta se destacan las temperaturas elevadas, ciclos de temperatura, un entorno corrosivo y ciclos de alta frecuencia. La velocidad y dirección de la propagación de la grieta por fatiga está controlada en forma principal por esfuerzos localizados y por la estructura del material donde se produjo la grieta

1.2.2. MÉTODO DE ESFUERZO VIDA

Éste es el más antiguo de los modelos y es el que se utiliza con más frecuencia en aplicaciones de fatiga de ciclo alto. Se trata de un modelo con base en el esfuerzo, el cual busca determinar una resistencia de fatiga y un límite de resistencia a la fatiga para el

material. Luego se diseña la pieza con base en la resistencia a la fatiga del material y un factor de seguridad.

Para establecer la resistencia a la fatiga de un material, se necesita un número muy grande de ensayos debido a la naturaleza estadística de la fatiga. Los resultados se grafican en un diagrama S-N figura 1.1.

La ordenada del diagrama S-N se llama resistencia a la fatiga S_f , cuyo enunciado siempre se debe acompañar por su número de ciclos correspondiente N. En el caso de los aceros, se presenta un cambio brusco de dirección en la gráfica, y más allá de este cambio no ocurrirá la falla. La resistencia correspondiente al cambio en la gráfica se llama límite de resistencia S_e o límite de fatiga

El conjunto de conocimientos disponible sobre la falla a la fatiga, desde N=1 hasta N=1 000 ciclos, por lo general se clasifica como fatiga de bajos ciclos, como se indica en la figura 1.1. En consecuencia, la fatiga de altos ciclos se relaciona con la falla correspondiente a ciclos de esfuerzos mayores que 10³ ciclos [1].



Figura.1.1. Diagrama S-N a partir de ensayos a la fatiga axial completamente invertidos. Material: Acero UNS G41300, normalizado; Sut = 116 Kpsi; máxima Sut = 125 Kpsi.

1.2.3. MÉTODO DEFORMACIÓN VIDA

Es el mejor y más avanzado enfoque para explicar la naturaleza de la falla por fatiga. Una falla por fatiga comienza en muesca, grieta u otra área de concentración de esfuerzo.

Cuando el esfuerzo en la discontinuidad excede el límite elástico, ocurre la deformación plástica. Para que se presente una falla por fatiga es necesario que existan deformaciones plásticas cíclicas, por lo que se requiere investigar el comportamiento de los materiales sujetos a una deformación cíclica.

El SAE Fatigue Design and Evaluation Steering Committee emitió un informe en 1975, en donde la vida en inversiones a la falla se relaciona con la amplitud de la deformación $\Delta \varepsilon/2$

El informe contiene una gráfica de esta relación del acero SAE 1020 laminado en caliente figura 1.2. De la gráfica se tiene que

Coeficiente de ductilidad a la fatiga \mathcal{E}_F es la deformación real correspondiente a la fractura en una inversión. La línea de la deformación plástica comienza en este punto en la figura 1.2.

Coeficiente de resistencia a la fatiga σ_F es el esfuerzo real correspondiente a la fractura en una inversión. En la figura 1.2 la línea de la deformación elástica comienza en σ_F/E

Exponente de ductilidad a la fatiga *c* es la pendiente de la línea de la deformación plástica de la figura 1.2 y la potencia a la cual se debe elevar la vida 2N para que sea proporcional a la amplitud real de la deformación plástica.



Figura.1.2. Gráfica log-log donde se muestra como se relacionan la vida a la fatiga con la amplitud de la deformación real en el caso del acero SAE 1020, laminando en caliente.

Exponente de la resistencia a la fatiga *b* es la pendiente de la recta de la deformación elástica y es la potencia a la cual se debe elevar la vida 2N para que sea proporcional a la amplitud del esfuerzo real.

De la figura se observa que la deformación total es la suma de las componentes elásticas y plásticas. Por lo tanto, la amplitud de la deformación total corresponde a

$$\frac{\Delta_{\varepsilon}}{2} = \frac{\Delta_{\varepsilon_{e}}}{2} = \frac{\Delta_{\varepsilon_{p}}}{2}$$
(1.18)

La ecuación de la línea de la deformación plástica es

$$\frac{\Delta_{\varepsilon_p}}{2} = \varepsilon'(2N)^c \tag{1.19}$$

La ecuación de la recta de la deformación elástica es

$$\frac{\Delta_{\varepsilon_e}}{2} = \frac{\sigma_F}{E} (2N)^b \tag{1.20}$$

Por lo tanto para la amplitud de la deformación total es

$$\frac{\Delta_{\varepsilon}}{2} = \frac{\sigma_F'}{E} (2N)^b + \varepsilon'(2N)^c$$
(1.21)

que es la relación Manson-Coffin entre la duración a la fatiga y la deformación total

Es el modelo más complicado y requiere una solución asistida por computadora. Todavía se están desarrollando datos de prueba sobre el comportamiento de la deformación cíclica de varios materiales para ingeniería [1].

1.2.4. LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

Existen grandes cantidades de datos en la literatura técnica sobre los resultados de ensayos con viga rotativa y de ensayos a la tensión simple de muestras tomadas de la misma barra o lingote. Cuando estos datos se grafican, parece sugerir que el límite de resistencia varía desde aproximadamente 40 hasta 60% de la resistencia a la tensión para aceros y hasta alrededor de 210 kpsi (1 450 MPa).

Como el área de incertidumbre es más grande, debe realizarse una compensación mediante el empleo de factores de diseño más grandes que podrían usarse para el diseño estático. En el caso de los aceros se estimará el límite de resistencia como

$$s_{e}' = \begin{cases} 0.5S_{ut} & S_{ut} \le 200 \text{ kpsi (1400 MPa)} \\ 100 \text{ kpsi} & S_{ut} > 200 \text{ kpsi} \\ 700 \text{ MPa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases}$$
(1.22)

donde S_{ut} es la resistencia a la tensión mínima. El símbolo de prima $S_e^{'}$ en esta ecuación se refiere a la propia muestra de viga rotativa. Se desea reservar el símbolo sin prima S_e para el límite de resistencia de un elemento de máquina particular sujeto a cualquier tipo de carga [1].

1.2.5. RESISTENCIA A LA FATIGA

Se ha demostrado que los datos de fatiga de altos ciclos se rectifican por medio de una transformación logarítmica del esfuerzo y los ciclos a la falla. Al definir la resistencia a la fatiga de una probeta con un número específico de ciclos como $(S_f)_N = E\Delta\varepsilon_e/2$. Se escribe la ecuación (1.20) de la siguiente manera:

$$(S_{f})_{N} = \sigma_{F}(2N)^{b}$$
 (1.23)

A los 103 ciclos

$$(S_f)_{10^3} = \sigma_F(2 \times 10^3)^b = fS_{ut}$$
 (1.24)

Donde *f* es la fracción de S_{ut} representada por $(S_f)_{10^3}$ ciclos. Despejando *f* se obtiene.

$$f = \frac{\sigma_F}{S_{ut}} (2 \times 10^3)^b$$
 (1.25)

Si no se conoce la ecuación de esfuerzo verdadero-deformación verdadera, se emplea la aproximación SAE para aceros con HB \leq 500:

$$\sigma_{F} = S_{ut} + 50 \,\mathrm{kpsi}$$
 o $\sigma_{F} = S_{ut} + 345 \,\mathrm{MPa}$ (1.26)

Para encontrar b, se sustituye la resistencia a la fatiga y los ciclos correspondientes, S_e y N_e , en la ecuación $(S_f^{'})_N$

$$b = -\frac{\log\left(\sigma_{F}^{'} / S_{e}^{'}\right)}{\log\left(2N_{e}\right)}$$
(1.27)

Este proceso para encontrar *f* puede repetirse para diferentes resistencias últimas. En la figura 1.3 se presenta una gráfica de *f* para $70 \le S_{ut} \le 200 \text{ kpsi}$, con el fin de realizar un análisis conservador, para $S_{ut} < 70 \text{ kpsi}$, sea f = 0.9

En el caso de un componente mecánico real, S_e se reduce a S_e , que es menor que $0.5S_{ut}$ La ecuación del componente mecánico real, puede escribirse en la forma.

$$S_f = a N^b \tag{1.28}$$

Donde N son los ciclos hasta la falla y las componentes de a y b están definidas por los puntos 10^3 , $(S_f)_{10^3}$ y S_e 10^6 , con $(S_f)_{10^3} = fS_{ut}$. Al sustituir estos dos puntos en la ecuación anterior se obtiene

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e}$$
(1.29)



Figura.1.3. Fracción de resistencia a la fatiga f, de S_{ut} a los 10³ ciclos para $S_e = S_e^{'} = 0.5S_{ut}$ a los 10⁶ ciclos.

(1.30)

Si se produce un esfuerzo completamente invertido σ_{inv} haciendo $S_f = \sigma_{inv}$ en la ecuación (1.28) S_f , el número de ciclos a la falla se expresa como

$$N = \left(\frac{\sigma_{inv}}{a}\right)^{\frac{1}{b}}$$
(1.31)

La ecuación (1.31) solo es aplicable para cargas completamente inversas [1].

1.2.6. FACTORES QUE MODIFICAN EL LÍMITE DE RESISTENCIA A LA FATIGA

Un elemento mecánico no tiene el mismo límite de resistencia la fatiga que las probetas del mismo material, de ensayos de laboratorio, por esto se debe corregir el límite de resistencia a la fatiga para el elemento mecánico, en base a la ecuación de Marin para el cálculo de S_e

$$S_e = k_a k_b k_c k_d S'_e \tag{1.32}$$

donde

- k_a = factor de modificación por la condición superficial
- k_{b} = factor de modificación por el tamaño
- k_c = factor de modificación por la carga
- k_d = factor de modificación por la temperatura

Factor de superficie k_a

Este factor depende de la calidad del acabado de la superficie del elemento y de la resistencia a la tensión. A fin de determinar expresiones cuantitativas para acabados comunes de partes de máquinas (esmerilada, maquinada o estirada en frio, laminada en caliente y forjada). Se determina mediante la expresión

$$k_a = aS_{ut}^b \tag{1.33}$$

Los valores a y b se encuentran en la tabla 1.1.

Acabado superficial	Factor <i>a</i> Kpsi (MPa)	Exponente b
Esmerilado	1.34 (1.58)	-0.085
Maquinado o laminado en frio	2.7 (4.51)	-0.265
Laminado en caliente	14.4 (57.7)	-0.718
Como sale de la forja	39.9 (272)	-0.095

Tabla1.1. Parámetros en el factor del acabado superficial de Marin, ecuación (1.33)

Factor de tamaño k_b

Este factor toma en cuenta la sección transversal del elemento. Para secciones circulares los resultados para flexión y torsión se expresan como

$$k_{b} = \begin{cases} \left(\frac{d}{0.3}\right)^{-0.107} = 0.879d^{-0.107} & 0.11 \le d \le 2 \text{ pulg} \\ 0.91d^{-0.157} & 2 < d < 10 \text{ pulg} \\ \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.107} = 1.24d^{-0.107} & 2.79 \le d \le 51 \text{ mm} \\ 1.5d^{-0.157} & 51 < d < 254 \text{ mm} \end{cases}$$
(1.34)

Para carga axial no hay efecto de tamaño, por lo cual

$$k_b = 1$$
 (1.35)

Factor de carga k_c

Este factor considera el tipo de carga que se aplica, y los valores medios son

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{flexión} \\ 0.85 & \text{axial} \\ 0.59 & \text{torsión} \end{cases}$$
(1.36)

Factor de temperatura k_d

Este factor depende de la temperatura de operación de los elementos mecánicos. Si no se conoce la temperatura del lugar de trabajo: $k_d = 1$

1.2.7. CONCENTRACIÓN DEL ESFUERZO Y SENSIBILIDAD A LA MUESCA

La existencia de discontinuidades aumenta de manera significativa los esfuerzos teóricos en la ubicación de esta. En la literatura se define un factor de concentración de esfuerzo K_t o K_{ts} que combinado con el esfuerzo nominal se obtiene el esfuerzo máximo resultante por

la presencia de irregularidades o muescas. Algunos materiales no son completamente sensible a la muesca y por tanto para estos se usa un valor reducido de K_t . Dando como resultado un factor K_f que se le llama factor de concentración de esfuerzos por fatiga por lo que el esfuerzo máximo es en realidad

$$\sigma_{max} = K_f \sigma_0$$
 obien $\tau_{max} = K_{fs} \tau_0$ (1.37)

donde K_f es el valor reducido de K_t y σ_0 es el esfuerzo nominal

La sensibilidad a la muesca q se encuentra usualmente entre cero y la unidad $0 \le q \le 1$, y está definida por

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$$
 o bien $q_s = \frac{K_{fs} - 1}{K_{ts} - 1}$ (1.38)



Figura.1.4. Sensibilidad a la muesca en caso de aceros y aleaciones de aluminio forjado UNS A92024-T, sometidos a flexión inversa de cargas axiales inversas.

En el diseño, primero se determina K_t , a partir de la geometría de la parte. Después, especificar el material, encontrar q, y despejar para K_f de la ecuación (1.38). Se obtiene

$$K_{f} = 1 + q(K_{t} - 1)$$
 o bien $K_{fs} = 1 + q_{s}(K_{ts} - 1)$ (1.39)

En el caso de aceros se utiliza la siguiente figura 1.4, para cargas a la flexión y axial.



Figura 1.5. Sensibilidad a la muesca de materiales sometidos a torsión inversa

Para carga cortante se usa la figura 1.5. Si se tiene dudas del verdadero valor de q es seguro usar $K_f = K_t$.

En la tabla A-1, pueden encontrarse los factores de concentraciones de esfuerzo teórico K_t

1.2.8. CRITERIOS DE FALLA POR FATIGA

En la figura 1.6 se representan cinco criterios de falla: de Soderberg, de Goodman modificado, de Gerber, de ASME-elíptica y de fluencia. En el diagrama se prueba que sólo el criterio de Soderberg ofrece protección contra la fluencia, pero tiene un sesgo bajo. Si se considera la recta de Goodman modificada como un criterio, el punto A representa un punto límite con una resistencia alternante S_a y una resistencia media S_m . La pendiente de la línea

de carga que se muestra se define como $r = S_a/S_m$

La ecuación de criterio de la recta de Soderberg y los esfuerzos $n\sigma_a$ pueden reemplazar a S_a y S_m donde *n* es el factor de seguridad. Entonces, la recta de Soderberg, se transforma en:

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n}$$
(1.40)

Al igual la relación de Goodman modificada se transforma en:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad \rightarrow \quad n_f = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}}$$
(1.41)

El criterio de falla de Gerber se escribe como:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1 \quad \rightarrow \quad \frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

$$\rightarrow n_f = \frac{1}{2} \left(\frac{S_{ut}}{\sigma_m}\right)^2 \frac{\sigma_a}{S_e} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2\sigma_m S_e}{S_{ut} \sigma_a}\right)^2} \right]$$
(1.42)

Y la ASME-elíptica se expresa como

$$\left(\frac{S_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{S_m}{S_y}\right)^2 = 1 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{n\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1$$

$$\rightarrow n_f = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2}} \tag{1.43}$$

La ecuación de diseño de la fluencia de primer ciclo de Langer es

$$S_a + S_m = S_y \rightarrow S_a + S_m = \frac{S_y}{n}$$
 (1.44)

Se trabaja generalmente con Gerber y ASME-elíptica para criterios de falla y Langer para fluencia al primer ciclo. Sin embargo, los diseñadores conservadores comúnmente usan el criterio de Goodman modificado [1].



Figura 1.6. Diagrama de fatiga donde se proporcionan varios criterios de falla.

1.2.9. COMBINACIONES DE MODO DE CARGA

Cuando existe una combinación de modos de carga, implica casos donde existen diferentes tipos, como cargas flectoras, torsionales y axiales. Cuando la carga es una combinación se originan algunas complicaciones en las que pueden existir esfuerzos normales y axiales combinados, cada uno con valores medios y alternantes, y varios de los factores usados para determinar el límite de resistencia a la fatiga dependen del tipo de carga. También pueden existir múltiples concentradores de esfuerzos.

El inconveniente de cómo tratar con esfuerzos combinados se encontró mientras se desarrollaban las teorías de falla estática. La teoría de falla por energía de distorsión probó ser un método satisfactorio para combinar los esfuerzos múltiples sobre un elemento de esfuerzo en un esfuerzo equivalente de Von Mises.

El primer paso consiste en generar dos elementos de esfuerzo: uno para los esfuerzos alternantes y otro para los esfuerzos medios. Aplicar los factores apropiados de concentración del esfuerzo por fatiga para cada uno de los esfuerzos: es decir, aplicar para los esfuerzos por flexión, los torsionales y para los axiales.

El siguiente paso es calcular un esfuerzo de Von Mises equivalente para cada uno de estos elementos de esfuerzo σ_m y σ_a . Finalmente, se selecciona un criterio de falla, para completar el análisis de fatiga.

Para el límite de resistencia a la fatiga, se usan los modificadores de límite de resistencia a la fatiga. El factor de carga torsional $k_c = 0.59$ no debe aplicarse pues ya se tomó en cuenta para calcular el esfuerzo de Von Mises.

Considerando que los esfuerzos flectores, torsionales y axiales tienen componentes alternantes y medios, el esfuerzo de Von Mises de los dos elementos de esfuerzo pueden escribirse como [1].

$$\sigma_{a}^{'} \left\{ \left[\left(K_{f} \right)_{flexión} \left(\sigma_{a} \right)_{flexión} + \left(K_{f} \right)_{axial} \frac{\left(\sigma_{a} \right)_{axial}}{0.85} \right]^{2} + 3 \left[\left(K_{fs} \right)_{torsión} \left(\tau_{a} \right)_{tosión} \right]^{2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(1.45)

$$\sigma_{m}^{'} = \left\{ \left[\left(K_{f}\right)_{flexión} \left(\sigma_{m}\right)_{flexión} + \left(K_{f}\right)_{axial} \frac{\left(\sigma_{m}\right)_{axial}}{0.85} \right]^{2} + 3 \left[\left(K_{fs}\right)_{torsión} \left(\tau_{m}\right)_{tosión} \right]^{2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(1.46)

1.3 MÁQUINAS PARA PRUEBAS DE FATIGA

Los primeros ensayos de fatiga los realizó Albert Wöhler, en Alemania y desde 1852 a 1869 efectuó experimentos sobre esta propiedad construyendo las primeras máquinas de ensayo y estableció lo que hoy se conoce como "zona de fatiga". A continuación se presentan los tipos de máquinas para pruebas a la fatiga más comunes basados en el principio de las primeras máquinas de ensayo.



Figura 1.7. Máquina de fatiga de flexión rotativa.

El ensayo de fatiga más universal, por la sencillez de la máquina de ensayo, es el de flexión rotativa. Consiste en un motor que arrastra un eje giratorio, sobre el que se monta una probeta que queda en voladizo. Sobre este extremo volado gravita una carga, la que se mantiene sin giro por el rodamiento que las liga.

Características

- Permite obtener la curva S-N (vida a la fatiga) de aleaciones ferrosas con probetas normalizadas según ASTM E466-82 – 1986 de 5mm a 8mm de diámetro,
- Alcanza tensiones máximas superiores a los (800 MPa)
- Las cargas se aplican mediante pesas y un mecanismo de palanca
- Equipada con un motor asincrónico AC 380V 50Hz, de 2900 rpm y 0.75 HP controlado por un variador de frecuencia comercial que permite realizar ensayos con distintas velocidades.
- Dispone de un contador de ciclos y un interruptor de parada por rotura de la probeta.
- Momento máximo de 56[Kg.cm]

- Para la sujeción de la probeta, se utiliza un mecanismo similar el de un mandril portaherramientas de máquinas herramientas.
- Consiste de dos semiejes con uno de sus extremos debidamente mecanizados para alojar la boquilla y lograr la correcta sujeción y centrado con asiento cónico y rosca externa.
- Se utilizó una boquilla de 16 mm con la cual se pueden sujetar las probetas de todo el rango
- Para posicionar la probeta se requiere desplazar axialmente uno de los semiejes.
- Tablero de mando

Es utilizada para realizar pruebas de tracción, compresión, flexión y cizallamiento de materiales metálicos y no metálicos. Los valores de tracción son obtenidos a través de una celda de carga con sensor de tipo radial, el cual se caracteriza por ofrecer alta estabilidad y precisión. Después de amplificar la señal del proceso, a través de la pantalla LCD, se pueden visualizar los valores máximos de tracción y la tasa de carga para la prueba.



Figura 1.8. Máquina universal de ensayos hidráulica

Características:

- Un sistema hidráulico, cuyo cilindro está ubicado en la parte inferior de su estructura.
- El sistema hidráulico de esta máquina universal de ensayos con pantalla digital es controlado por una válvula manual y una caja de control de operación.

- La sujeción de las muestras se realiza a través de mordazas con accionamiento hidráulico, evitando el deslizamiento y reduciendo la intensidad de trabajo.
- Fabricado con función de apagado automático en caso de presentarse sobrecargas eléctricas.
- Mientras que la placa de protección de las mordazas previene el desgaste y rayado de la misma.

Modelo		WES-100	WES-300	WES-600	WES-1000		
Fuerza má	xima (KN)	100	300	600	1000		
Estructura		Dos columnas	Dos columnas	Cuatro columnas	Cuatro columnas		
Precisión		±1%					
Rango efectivo del ensayo(KN)		2% ~ 100%					
Zona de prueba	Zona para tracción (mm)	600	600	600	650		
	Zona para compresión (mm)	550	550	550	580		
	Ancho (mm)	460	460	500	520		
	Carrera del cilindro (mm)	200	200	250	250		
Dimensiones generales(mm)		720x580x1770 (máx. 1970)		800x620x2050 (máx 2300)	860x660x2170 (máx 2420)		
Distancia del eje para ensayos de rigidez (mm)		30 ~ 450	30 ~ 450	30 ~ 480	40 ~ 480		
Tamaño de la sección para ensayos de cizallamiento(mm)		Ф10	Φ10	Φ10	Φ10		
Diámetro de sujeción para probetas redondas (mm)		Φ5 ~ Φ20	Ф10 ~ Ф32	Ф13 ~ Ф40	Φ20 ~ Φ60		
Tamaño de planas(esp ancho)(mm	e probetas esor x I)	15x75	15x75	30x80	40x110		
Potencia (k	(w.)	2.1	2.1	2.3	2.3		
Voltaje		220V y 380V, de acuerdo con los estándares nacionales de configuración de voltaje					
Peso (Kg.)		1500	1500	2500	3100		

La máquina de ensayos servohidráulica 8801 cumple una variada gama de requisitos de ensayos tanto dinámicos como estáticos. Es ideal para el ensayo de fatiga tanto de alto como de bajo número de ciclos, ensayos de fatiga termomecánicos y de fractura mecánica. El software ofrece un control completo del sistema desde un ordenador: incluye un generador de ondas, calibración, establecer límites, y supervisión del estado.



Figura 1.9. Máquina de Ensayo de Fatiga Axial

Características

- Dynacell célula de carga patentada para la compensación de las cargas inerciales causadas por mordazas pesadas y accesorios.
- Opciones del bastidor estándar (1025 mm) o extra alta (1405 mm)
- Amplia gama de mordazas y accesorios.
- Elección de hidráulica configuración y dinámico rendimiento según la aplicación
- Servo hidráulico compacto sistema de ensayo de fatiga
- Capacidad de carga dinámica (±100 kN)
- Peso del marco 600 kg
- Carrera total del actuador (150 mm)
- Suministro de presión hidráulica (207 bar)
- Suministro eléctrico (Red monofásico 90-132 o 180-264 VAC 45/65 Hz
- Consumo de energía: 800 VA máx.

CAPÍTULO 2: MATERIAL DE PRUEBA

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se describe el proceso para seleccionar un tamaño y la geometría de la probeta de ensayo, de acuerdo a la Norma ASTM E466-07 Práctica estándar para la realización de pruebas a la fatiga axial con amplitud constante de fuerza controlada para materiales metálicos, y de acuerdo al dimensionamiento establecer un tamaño apropiado que será el tamaño estándar para las probetas, en el caso de esta máquina a diseñar.

2.2. PROBETA

Es un trozo de material, generalmente son metálicos, destinado a ser sometido a tracción, torsión y flexión, de manera controlada en un laboratorio, hasta llegar a la rotura, a fin de conocer algunas de sus características mecánicas.

Antes de realizar el diseño y desarrollo del prototipo de la máquina con enfoque en cargas dinámicas, es necesario determinar y definir un aspecto importante en la realización de pruebas a la fatiga. Ese aspecto es la geometría del elemento de prueba conocido también como espécimen o probeta de ensayo.

Una probeta de ensayo debe cumplir con algunas especificaciones que proponen las normas para la realización de ensayos de esta naturaleza, el organismo que define las consideraciones y recomendaciones es ASTM (American Society for Testing and Materials).

2.3. NORMA ASTM E466-07

Se priorizó que la máquina a diseñar deberá ser mecánica y realizar pruebas a la fatiga axial. Por eso se realizó una búsqueda de la norma de la ASTM que indicará las especificaciones y recomendaciones que se necesitan para realizar ensayos a la fatiga axial, dentro de la gran cantidad de normas que este organismo presenta para la realizar pruebas de todo tipo de condiciones, se eligió la norma ASTM E466-07 Práctica estándar para la realización de pruebas a la fatiga axial con amplitud constante de fuerza controlada para materiales metálicos

Esta práctica cubre el procedimiento para la realización de ensayos de fatiga de fuerza controlada axial para obtener la resistencia a la fatiga de los materiales metálicos en el régimen de la fatiga donde las tensiones son predominantemente elásticas, tanto durante

la carga inicial y durante todo el ensayo. Esta práctica es limitada a la prueba de fatiga axial de las muestras sin muescas y con muescas sometidos a una amplitud constante, función de fuerza periódica en el aire a temperatura ambiente.

2.4. DIMENSIONAMIENTO DE LA PROBETA

El diseño de la muestra debe ser tal que el fallo ocurra en la sección de prueba (área reducida como se muestra en las figuras 2.1 y 2.2 las probetas pueden ser de sección circular y sección rectangular o cuadrada. Se da una advertencia con respecto a la sección de banda con bordes afilados (es decir, sección transversal cuadrada o rectangular), ya que estos son puntos débiles. Debido a esto, una sección transversal circular puede ser preferible si la forma del material se presta a esta configuración.



Figura 2.1. Probeta con filetes tangencialmente mezclados entre la sección de prueba y los extremos.



Figura 2.2. Las muestras con un radio constante entre los extremos

Para el caso particular de este diseño se eligió una probeta de sección circular con filetes de unión tangencial (Figura 2.2).

La norma E466-07 de la ASTM propone algunas recomendaciones para dimensionar la probeta, como se detalla en la siguiente sección.

2.4.1. DIMENSIONES DE LA PROBETA

Para el propósito de este proyecto se eligió una probeta de sección transversal circular y estas pueden ser de dos tipos:

 Las muestras con filetes tangencialmente mezclados entre la sección de prueba y los extremos (figura 2.1) • Las muestras con un radio continúo entre los extremos (figura 2.3)

Se seleccionó una probeta de sección redonda con filetes tangencialmente mezclados entre la sección de prueba y los extremos. Las recomendaciones que propone la ASTM para las probetas con filetes tangencialmente mezclados entre la sección de prueba y los extremos (figura 2.1).

El diámetro de la sección de prueba debe ser preferiblemente entre 0,200 pulgadas (5,08 mm) y 1,000 pulgadas (25,4 mm). Para asegurar el fallo de la sección de prueba.

El área de sección transversal del agarre debe ser de al menos 1,5 veces, pero, preferentemente para la mayoría de materiales y muestras, por lo menos cuatro veces el área de la sección de prueba.

El radio de empalme de mezcla debe ser de al menos ocho veces la sección de prueba de diámetro para reducir al mínimo el factor de concentración de tensión teórica, Kt de la muestra.

La longitud de la sección de prueba debe ser de aproximadamente dos a tres veces el diámetro de la sección de prueba. Para ejecutar pruebas en la compresión, la longitud de la sección de prueba debe ser de aproximadamente dos veces la sección de prueba de diámetro para minimizar el pandeo.



Figura 2.3. Las muestras con un radio constante entre los extremos

Una vez que se tomaron en consideración las recomendaciones para dimensionar una probeta o espécimen según la norma ASTM E466-07, se prosiguió a dimensionar la probeta para el caso particular de este proyecto de residencia.



Figura 2.4. Dimensiones de la probeta en función de diámetro de la sección de prueba D.

Como el diámetro D de la figura 2.1 es el parámetro principal ya que los demás parámetros dependen de este como se ve en la figura 2.4 se puede dimensionar a partir de este diámetro.

Definiendo un diámetro para la sección de prueba D de 0.25 in (6.35 mm) y relacionando las demás recomendaciones con los diferentes paramentos de la probeta se tiene el siguiente dibujo donde se representan las dimensiones de la probeta.



Figura 2.5. Esquema en 2D de las dimensiones de la probeta o espécimen en milímetros

De donde la longitud de prueba de la probeta es L= 12.7 mm, la norma recomienda que para pruebas de compresión, L es igual a 2 veces el diámetro de prueba.

Longitud total de la probeta L_p=106.68 mm

El radio del filete de empalme R es de 50.8 mm este valor se obtiene de 8 veces el diámetro de la sección de prueba según la norma ASTM E466-07.

El diámetro (Da) y la longitud del agarre (La) es 12.7 mm y 29.21 respectivamente, donde para el diámetro la recomendación es que el área de la sección de agarre sea 4 veces el área de la sección de prueba, donde después de hacer reacomodos a las formulas del área de una sección redonda se tiene que el diámetro de la sección de agarre es 2 veces el diámetro de prueba (2D).

Para la longitud de la sección de agarre no se tiene una recomendación especifica por parte de la norma, solo advierte que se debe seleccionar una medida que no cause pandeo en la probeta cuando sea sometida a carga axial.

Y en la siguiente figura se pude ver la probeta dimensionada y realizada en un software de diseño (SolidWorks).



Figura 2.6. Vista isométrica del sólido construido en Solidworks de la probeta

2.5 ANÁLISIS DE LA PROBETA BAJO CARGA DINÁMICA

Para establecer la capacidad de carga de la máquina a diseñar, se recibieron especificaciones de trabajar con un acero grado herramienta, así que de una búsqueda en las tablas de materiales se eligió AISI 4140 T y R @205°C, por esto los aceros con menor resistencia última que el AISI 4140 son susceptibles a la falla por fatiga, como los aceros al carbono y otros materiales metálicos comunes en la ingeniería.

Con la región del diagrama S-N de bajo ciclos correspondientes desde N=1 hasta casi 10^3 ciclos, se puede observar que en esta región la resistencia a la fatiga solo es un poco menor que la resistencia a la tensión S_w

De las especificaciones del acero AISI 4140 se tiene que [2]

 $S_{ut} = 1770 \text{ Mpa} (257 \text{ Kpsi})$ $S_v = 1640 \text{ Mpa} (238 \text{ Kpsi})$

Se determina la resistencia a la fatiga de la probeta que se necesita para producir el fallo por fatiga con un número determinado de ciclos.

$$S_f = aN^b$$

- $S_f = \text{Resistencia a la fatiga}$
- *a* y *b* = Constantes para determinar la resistencia a la fatiga
- N = Número de ciclos del esfuerzo

Para los valores correspondientes a las constantes a y b, es necesario determinar el valor del límite de resistencia a la fatiga S_e .

$$S_e = S_e = 700 \text{ Mpa}$$
 debido a que $S_{ut} > 1400 \text{ Mpa}$.

Para el límite de resistencia a la fatiga se hace $S_e = S'_e$, ya que se desea determinar la resistencia a la fatiga a los 1000 ciclos de esfuerzo. Entonces los valores de las contantes se obtienen de la siguiente manera,

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = \frac{\left[(0.77)(1770 \text{Mpa})\right]^2}{700 \text{Mpa}} = 2653.5663 \text{Mpa}$$
$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{fS_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{(0.77)(1770 \text{Mpa})}{700 \text{Mpa}}\right) = -0.09645$$

Con los valores determinados de las constantes y el límite de resistencia a la fatiga, se sustituyen estos en la siguiente expresión.

$$S_f = aN^b = (2653.5663 \text{ Mpa})(1000)^{-0.09645} = 1362.95 \text{ MPa}$$

El resultado en el análisis de la resistencia a la fatiga de la probeta a los 10^3 ciclos, demuestra el valor que se obtiene de S_f es poco menor al esfuerzo último.

Se calcula la fuerza de fatiga de la expresión del esfuerzo axial obtenida anteriormente:

$$S_f = \frac{F}{A_p} \longrightarrow F = (S_f)(A_p)$$

Donde A_p es el área de prueba correspondiente de la probeta

$$A_{p} = \frac{\pi D^{2}}{4} = \frac{\pi (6.35 \times 10^{-3})}{4} = 3.1668 \times 10^{-5} \text{ m}^{2}$$
$$F = (1362.95 \times 10^{6} \text{ Pa})(3.1669 \times 10^{-5} \text{ m}^{2}) = 43163.26 \text{ N}$$

Del resultado anterior se propone una fuerza nominal de diseño F = 40 kN, menor que la calculada para la resistencia a la fatiga a los 1000 ciclos de esfuerzo, con el fin de trabajar con una magnitud redondeada, sin cifras adicionales.

Ahora se calcula el esfuerzo a la fatiga con la fuerza propuesta de 40 kN

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{40000 \,\mathrm{N}}{\left(3.1699 \times 10^{-5} \,\mathrm{m}^2\right)} = 1261.87 \,\mathrm{Mpa}$$

El factor de concentración de esfuerzo por la presencia del filete es:

$$\frac{r}{d} = \frac{R}{D} = \frac{8D}{D} = 8 \quad \text{y} \quad \frac{D}{d} = \frac{D_a}{D} = \frac{2D}{D} = 2 \quad \text{revisar tabla A-1}$$

 $K_t = 1$ Factor de concentración de esfuerzo

q=1 Sensibilidad a la muesca, como se puede observar en la figura 2.12

Si
$$q=1$$
 entonces $K_f = K_t = 1$

 $K_{\rm f}$ =1 Factor de concentración del esfuerzo por fatiga,

Con el resultado calculado del factor de concentración de esfuerzo, se mantiene el esfuerzo a la fatiga de la probeta sin modificar su magnitud.

Debido al cambio en la carga, calculada de la resistencia a la fatiga a los 1000 ciclos, se calculan los ciclos hasta la falla que se requiere para romper a fatiga la probeta con la carga de 40 000 N considerando el efecto de los factores que modifican el límite de resistencia a la fatiga

Acero AISI 4140

 $S_{ut} = 1770 \text{ Mpa} (257 \text{ Kpsi})$ $S_e = 700 \text{ Mpa}$ debido a que $S_{ut} > 1400 \text{ Mpa}.$

Límite de resistencia a la fatiga $S_e = k_a k_b k_c k_d S_e$

Factor de superficie k_a , acero laminado en caliente

$$k_a = aS_{ut}^{\ b} = 57.7 (1770 \text{Mpa})^{-0.718} = 0.2686$$

Factor de tamaño k_b , para carga axial no hay efecto de tamaño $\rightarrow k_b = 1$

Factor de carga k_c para carga axial $\rightarrow k_c = 0.85$

Factor de temperatura $\rightarrow k_d = 1$

Se calcula el límite de resistencia a la fatiga con los diferentes factores obtenidos

$$S_e = (0.2686)(0.85)(700 \text{ Mpa}) = 160 \text{ Mpa}$$

Con el límite de resistencia a la fatiga se calcula los números de ciclos para producir la falla por fatiga

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = \frac{\left[(0.77)(1770 \text{Mpa})\right]^2}{160 \text{Mpa}} = 11609.35 \text{ MPa}$$
$$b = -\frac{1}{3} \log \frac{fS_{ut}}{S_e} = -\frac{1}{3} \log \left(\frac{(0.77)(1770 \text{Mpa})}{160 \text{Mpa}}\right) = -0.3101$$
$$N = \left(\frac{\sigma_{inv}}{a}\right)^{\frac{1}{b}} = \left(\frac{S_f}{a}\right)^{\frac{1}{b}} = \left(\frac{1261.87 \text{Mpa}}{11609.35 \text{Mpa}}\right)^{\frac{1}{-0.3101}} = 1282.35 \text{ Ciclos}$$

2.6 DEFORMACIÓN DE LA PROBETA

El mecanismo que somete la probeta a esfuerzo de fatiga, es de leva seguidor, para determinar el desplazamiento máximo del seguidor, se analizó la probeta a compresión y obtener la deformación de la probeta. Para determinar la deformación en la probeta se utilizó la siguiente expresión.

$$\delta = \frac{(F)(l_p)}{(A_p)(E)}$$

• F = fuerza de diseño

- $l_p =$ longitud de la probeta
- A_p =área de la sección transversal de prueba en la probeta
- $E = m \acute{o} dulo de elasticidad del acero AISI 4140$

Se estima la deformación que se genera en la probeta del material seleccionado (AISI 4140), con la fuerza propuesta de diseño anteriormente.

$$\delta = \frac{(40000 \,\mathrm{N})(0.10668 \,\mathrm{m})}{(3.1669 \times 10^{-5} \,\mathrm{m}^2)(200 \times 10^9 \,\mathrm{Pa})} = 6.7371 \times 10^{-4} \,\mathrm{m} \quad \approx 0.7 \,\mathrm{mm}$$

El resultado anterior es el desplazamiento necesario del seguidor para generar el esfuerzo de fatiga requerido.

2.7 ELEMENTOS SOMETIDOS A COMPRESIÓN

Se analizará el efecto de la fuerza a compresión, para comprobar si las dimensiones de la probeta, son ideales para evitar el pandeo.

Fórmulas de Euler para columnas:

$$Pcr = \frac{C\pi^2 EI}{l^2}$$

- P_{cr} = fuerza axial de compresión citica o pandeo
- *E* =módulo de elasticidad del acero AISI 4140
- *I* =momento de inercia
- l = longitud de la probeta
- C =condiciones de extremo

$$Pcr = \frac{C\pi^{3}D^{4}E}{l^{2}} = \frac{4(\pi^{3})(6.35 \times 10^{-5} \text{ m})^{4}(200 \times 10^{9} \text{ Pa})}{(0.10668 \text{ m})^{2}} = 55371.78 \text{ N}$$

Al observar el resultado de la P_{cr} calculado con la expresión anterior, y compararla con la fuerza de diseño propuesta, la probeta no sufriría pandeo porque la carga necesaria para el pandeo es de mayor magnitud que la fuerza de diseño.
CAPÍTULO 3: DISEÑO DEL DISPOSITIVO DE FATIGA

Para generar en el elemento de prueba el esfuerzo de fatiga se necesita de la transmisión de un torque que genere la fuerza requerida en forma de una resultante normal. Para la trasmisión de este torque requerido se empleará un eje sólido, que además de resistir la acción de torque, también lo hará para un momento flector, en este capítulo se detallaran los criterios que se tomaron en consideración para el diseño del eje. Y el diseño paralelo del mecanismo leva seguidor. Así también como los diferentes componentes que ayudaran a cumplir el objetivo del diseño de una máquina de ensayo de fatiga.

3.1 CONFIGURACIÓN DEL EJE

Cuando se utilizan ejes es necesario establecer una distribución de los componentes requeridos para transmitir las cargas, y establecer una longitud inicial, para los primeros y el análisis respectivo de las fuerzas en el eje, obtener diagramas de momento, cortante y torsión.



Para un primer boceto del eje se consideró la siguiente configuración

Figura 3.1 Configuración inicial del eje para el mecanismo leva seguidor

Donde la carga está en el centro de la sección más ancha (87mm), como la carga P1 es conocida, carga que se tiene por la reacción de la probeta al comprimirla, se calculan las reacciones en el centro de la chumacera (51mm), se considera esta longitud de la chumacera para el cálculo inicial, la longitud libre después de la chumacera derecha estará en cantiléver, en donde será ensamblada una polea para transmitir la potencia de un motor, por lo que en esta sección libre del eje tan solo tendrá efecto el torque y no la flexión.



Figura 3.2 Comparación del eje con una viga apoyada simplemente (MDsolids).

Como primer paso será determinar las reacciones en los cojinetes, para esto se hace suma de momentos en el extremo izquierdo A.

Positivo en sentido anti horario

$$\sum M_A = 0 \rightarrow 40000(0.069) - R_B(0.138) = 0$$

 $2760 - 0.138R_{B} = 0$

despejando a R_B de la expresión anterior se tiene

$$R_B = \frac{2760}{0.138} = 20000 \text{ N} \text{ y} R_A = R_B = 20000 \text{ N}$$

Por lo que los diagramas de cortante para el eje inicial quedan de la siguiente manera (figura 3.3).



Figura 3.3. Diagrama de cortante del eje

Para cuestiones de diseño se necesita saber el momento flexionante y posteriormente el esfuerzo normal que se produce en el eje, el diagrama de momento permite ubicar el máximo momento en el eje, en este caso el diagrama se puede obtener por el método básico de las áreas, este diagrama se basa en el diagrama de cortante por lo que resulta en el siguiente



Figura 3.4 Diagrama de momento del eje

En este diagrama resulta un momento máximo de $M_{max} = -1380$ N-m, que se utilizará posteriormente para estimar un diámetro inicial.

El eje de antemano estará sometido a fatiga, por lo que para estimar un diámetro inicial se supondrán las siguientes consideraciones.

Muchos datos de literatura especializada en diseño sugieren que para ejes con un diámetro menor de 3 pulgadas se utilicen aceros estirados en frio, se espera que el diámetro sea menor de 3 pulgadas por lo que se propone un acero AISI 1050 CD.

Para calcular el esfuerzo en vigas, para este caso un eje solido redondo, se utiliza la expresión $\sigma_{max} = \frac{Mc}{I}$, donde *I* es el momento de inercia, que está relacionado con la sección transversal del eje, lo que permite despejar el diámetro de la expresión anterior

Donde
$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$
 y $c = \frac{d}{2}$

Sustituyendo las expresiones anteriores se tiene la siguiente expresión resultante, lo que permite despejar el diámetro.

$$\sigma = \frac{M\frac{d}{2}}{\frac{\pi d^4}{64}} \rightarrow \sigma = \frac{64M}{2\pi d^3}$$

Y ahora para obtener el diámetro se tiene

$$d^3 = \frac{32M}{\pi\sigma}$$

Por lo que ahora se necesita el esfuerzo nominal, del límite de resistencia a la fatiga se tiene

para aceros $S'e = 0.5S_{ut}$ $S_{ut} < 1400$ Mpa y de AISI 1050 CD, se tiene $S_{ut} = 690$ Mpa

$$S'e = 0.5(690) = 345$$
 Mpa

 $Se = k_a k_b k_c k_d k_e S'e$

Para determinar el factor de superficie k_a , se dice que es maquinado o laminado en frio

$$k_a = aS_{ut}^{\ b} \rightarrow 4.51(690)^{-0.265} = 0.796$$

El factor de tamaño k_b se supone como se recomienda en la literatura de diseño

$$k_{b} = 0.9$$

El factor de carga k_c es 1 porque el eje está a flexión y para los otros factores de temperatura u confiabilidad se tiene

$$k_{d} = k_{e} = 1$$

El límite de resistencia a la fatiga es

$$S_e = (0.796)(0.9)(345) = 247.16$$
 MPa

Por lo que el diámetro del eje se determina de la siguiente manera, haciendo $S_{e} = \sigma$

$$d^{3} = \frac{32M}{\pi S_{e}} \rightarrow d^{3} = \frac{32(1380)}{\pi (247.16 \times 10^{6})} \rightarrow d = 3.8456 \text{ cm}$$

Considerando el efecto de la torsión se puede redondear este resultado a

d = 4 cm

Este resultado se obtiene sin considerar los hombros que se requieren en los cojinetes, y en otras secciones.

Con esto se puede establecer un diámetro base para el diseño de la leva y obtener el torque requerido y después regresar al rediseño del eje.

3.2 DISEÑO DE LA LEVA

Entonces para generar la fuerza requerida en la probeta, y diseñar la leva, se trabaja con una deformación de la probeta $\delta = 0.7$ mm obtenida en el capítulo previo, considerando que esta deformación se localiza en la sección de prueba de la probeta. Esta deformación se considera como el desplazamiento máximo del seguidor de la leva.

Para el diseño de la leva radial se emplea el método de desplazamiento cicloidal, porque no se requiere de detenimientos y estas funciones cumplen con características de una aceleración y *jerk* suave, la probeta es también el elemento que asegura que permanezca el contacto entre la leva y seguidor, es decir, actuará como mecanismo de cierre por fuerza.

El método del desplazamiento cicloidal se rige de la siguiente expresión para sección de la subida:

$$s = h \left[\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right]$$
(3.1)

Al derivar la expresión anterior con respecto a θ que se denomina como la variable independiente, se obtiene la ecuación para la velocidad:

$$v = \frac{h}{\beta} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right]$$
(3.2)

Al derivar por segunda ocasión, la expresión anterior se obtiene la ecuación de la aceleración:

$$a = 2\pi \frac{h}{\beta^2} sen\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right)$$
(3.3)

Y una tercera derivada, conocida como *jerk* o rapidez de la aceleración, se obtiene la ecuación:

$$j = 4\pi^2 \frac{h}{\beta^3} \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right)$$
(3.4)

De las ecuaciones anteriores con θ en radianes como la variable independiente, las dimensiones en la ecuación (3.1) son de longitud, en la ecuación (3.2), longitud/rad; en la ecuación (3.3) longitud/ rad²; en la ecuación (3.4), longitud/rad³.

Para convertir estas funciones a una base de tiempo, se multiplica la velocidad v por la velocidad angular ω del eje de la leva que está expresada en (rad/s); la aceleración a, por ω^2 , y la rapidez de aceleración (*jerk*) *j*, por ω^3 .

Donde h es el desplazamiento total del seguidor a la subida, θ es el ángulo de rotación del eje de la leva y es la variable independiente en las funciones de diseño, el periodo de un segmento se define como el ángulo β , y su valor desde luego, puede ser diferente para cada segmento. El valor de θ/β variará de 0 a 1 sobre cualquier segmento, por lo que ambos ángulos se miden en radianes o en grados, resultando en un cociente adimensional.

Para las funciones de retorno o bajada de un ciclo completo se tiene que el desplazamiento, velocidad, aceleración, y rapidez de aceleración (*jerk*) respectivamente son:

$$s = h \left[1 - \frac{\theta}{\beta} + \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(2\pi \frac{\theta}{\beta} \right) \right]$$
(3.5)

$$v = -\frac{h}{\beta} \left[1 - \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \right]$$
(3.6)

$$a = -2\pi \frac{h}{\beta^2} \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right) \tag{3.7}$$

$$j = -4\pi^2 \frac{h}{\beta^3} \cos\left(2\pi \frac{\theta}{\beta}\right)$$
(3.8)

3.2.1 DESPLAZAMIENTO

Definidas las ecuaciones del movimiento cicloidal se trazan las gráficas respectivas, con un software (MATLAB), resultando la siguiente gráfica (figura.3.5), para la función de desplazamiento.



Figura 3.5. Gráfica de desplazamiento del seguidor de la leva

Esta curva representa la subida y el retorno del seguidor en diferentes ángulos del eje, donde la subida se completa a 180°, y para la bajada de 180 a 360° para un ciclo (valores de β). Y es la representación gráfica de las ecuaciones (3.1) y (3.5), graficada en el intervalo de 0 a 360° para el ángulo del eje θ .

3.2.2 VELOCIDAD

Para la velocidad se tiene la siguiente gráfica, donde se aprecia que tanto en el inicio de la subida la velocidad es cero y también cuando el seguidor completa el máximo desplazamiento a 180° (3.1416 rad) de la subida. También se cumple esto para la bajada o retorno. Esto indica que la esta función es continua en todo el intervalo (360°).



Figura 3.6. Gráfica de velocidad a la subida y bajada del seguidor.

3.2.3 ACELERACIÓN

De la misma manera se grafica la función de aceleración, también es una representación de las ecuaciones (3.3) y (3.7), esta función es de mucha importancia para el diseño de levas, porque la aceleración debe ser una función continua, y evitar fuerzas dinámicas mayores que causarían incremento en la magnitud las vibraciones. En la gráfica se pueden identificar los valores picos máximos de la función,



Figura 3.7. Gráfica de la aceleración del seguidor a la subida y bajada.

De la gráfica se observa que la función de aceleración es continua en todo el periodo. Por tanto la magnitud de esta es cero en las fronteras de la subida y se cumple para el retorno.

De las gráficas de las funciones anteriores, velocidad y aceleración se observa que cumplen con la ley fundamental del diseño de levas, que establece lo siguiente:

La función de leva debe ser continua a través de la primera y la segunda derivada del desplazamiento en todo el intervalo (360°).

3.2.4. RAPIDEZ DE ACELERACIÓN, SOBRE-ACELERACIÓN O JERK

Para la gráfica del *jerk* o rapidez de la aceleración debe obedecer una condición de diseño de levas llamada corolario donde se dice



La función de rapidez de la aceleración debe ser finita en todo el intervalo (360°)

Figura 3.7. Gráfica de la rapidez de la aceleración a la subida y bajada del seguidor.

De la gráfica se observa que la función *jerk* no es continua en sus fronteras, pero es de magnitud finita, y esto es aceptable para el diseño de levas. Aunque la función de más importancia es la aceleración. También se busca reducir esta característica de los métodos para diseño de levas.

Capítulo 3



Figura 3.8. Diagramas de desplazamiento (s), velocidad (v), aceleración (a) y jerk (j), de la leva

En la gráfica anterior (figura 3.8) se representan las cuatro funciones del diseño de levas, para movimiento cicloidal, para la subida y para el retorno del seguidor

Las gráficas de las funciones cicloidales desplazamiento, velocidad, aceleración y rapidez de la aceleración, predicen el comportamiento del mecanismo y permiten hacer una valoración del mecanismo leva-seguidor, para este caso se considera como un diseño aceptable. Porque las funciones de primera y segunda derivada de la función del desplazamiento son continuas en el todo el intervalo (360°).

Se tabulan las magnitudes del desplazamiento, velocidad, aceleración y jerk, para 12 posiciones del seguidor, en base a las ecuaciones que rigen el movimiento cicloidal, fundamentalmente. La siguiente tabla representa los valores de cada función del diseño de la leva cicloidal para un ángulo del eje (θ), y el periodo del segmento β . Después de sustituir estos ángulos en las ecuaciones (3.1)-(3.4) y el desplazamiento *h*, se genera la tabla 3.1.

Las funciones de retorno no necesitan ser tabuladas, porque los datos de la tabla se repiten en magnitud para estas. Mantienen simetría entre los periodos del segmento

Periodo del segmento	ángulo de leva en grados	Desplazamiento en mm	Velocidad en mm/rad	Aceleración en mm/rad ²	Jerk en mm/rad ³
180• (subida)	θ°	S	v	а	j
	0	0	0	0	0.2837
	15	0.0026	0.0299	0.2228	0.2457
	30	0.0202	0.1114	0.3859	0.1418
βı	45	0.0636	0.2228	0.4456	0.0000
	60	0.1369	0.3342	0.3859	-0.1418
	75	0.2360	0.4158	0.2228	-0.2457
	90	0.3500	0.4456	0.0000	-0.2837
	105	0.4640	0.4158	-0.2228	-0.2457
	120	0.5631	0.3342	-0.3859	-0.1418
	135	0.6364	0.2228	-0.4456	0.0000
	150	0.6798	0.1114	-0.3859	0.1418
	165	0.6974	0.0299	-0.2228	0.2457
	180	0.7000	0	0.0000	0.2837

Tabla 3.1. Valores de las funciones de leva para movimiento cicloidal para algunos ángulos del eje o leva, ecuaciones (3.1)-(3.4) para la subida.

3.3 PERFIL GRÁFICO DE LA LEVA

Cuando se definen las funciones *s*, *v*, *a*, *j* lo siguiente es dimensionar la leva. Y hay dos factores que afectan al tamaño de la leva, uno es el ángulo de presión y el radio de curvatura. Ambos implican el radio del circulo base en la leva (Rb) y para seguidores de rodillo el radio del circulo primo (Rp)

Los centros del círculo de base y círculo primario están en el centro de rotación de la leva. El círculo de base se define como el círculo más pequeño que puede trazarse tangente a la superficie física de la leva. Todas las levas radiales tienen un círculo de base, sin importar el tipo de seguidor utilizado.

El círculo primario se define como el círculo más pequeño que puede ser trazado tangente al lugar geométrico de la línea de centro del seguidor. El lugar geométrico de la línea central del seguidor se llama curva de paso. Las curvas con seguidores de rodillo en realidad se definen para su fabricación con respecto a la curva de paso y no respecto a la superficie física de la leva.



Figura 3.9. Descripción de las curvas en una leva con seguidor de rodillo.

Para el trazo del perfil gráfico de la leva, se necesita el diámetro del seguidor, el seguidor será de rodillo para minimizar la fricción, entre las superficies en contacto.

El seguidor es básicamente un rodamiento, para este caso se efectuó una búsqueda en los catálogos de fabricantes, uno destacado es SKF, donde se elige un rodamiento que soporte la carga de diseño 40000 N, y además que tenga un diámetro externo menor, para evitar que el diámetro del seguidor sea más grande que el circulo base.

El rodamiento seleccionado es uno de doble hilera y de rodillos de cilindro, porque tienen mayor capacidad de carga radial que un cojinete de bolas, según la designación del fabricante es rodamiento tipo *Explorer* NNCF 5005 CV.



Rodamientos de rodillos cilíndricos, dos hileras completamente llenos de rodillos

Figura.3.10. Descripción del rodamiento SKF tipo Explorer NNCF 5005 CV

En la figura 3.10 se puede apreciar que el cojinete tiene un diámetro externo y un diámetro interno, para este diseño el diámetro del seguidor será de un diámetro externo D = 47 mm.

Considerando que el diámetro del eje de la leva tendrá un valor de 40 mm aproximadamente obtenido del diseño preliminar del eje, se propone un radio de circulo base Rb = 45 mm, para el diseño de la leva. Y obtener el radio del circulo primario R_p = 68.50 mm. Además para la leva se considera con un espesor, igual al del seguidor, t=30 mm.

Con esta información se traza el perfil gráfico de la leva y se diseña en un software, dando un resultado como la siguiente figura.



Figura 3.11. Diseño gráfico de la leva radial con movimiento cicloidal con cuñero (SolidWorks).

El ángulo de presión ϕ el cual es un ángulo entre la dirección de movimiento (o de la velocidad) del seguidor, y la dirección del eje de transmisión, figura 3.12. En la práctica conviene que el ángulo de presión este entre un valor de 0°-30°.

El ángulo de presión se puede determinar con la siguiente expresión, en términos del desplazamiento *s*, la velocidad *v*, la excentricidad ε y el radio del circulo primario R_p .

$$\phi = \arctan \frac{v - \varepsilon}{s + \sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2}}$$
(3.9)

Donde la velocidad v, esta expresada en la unidad de longitud/rad, y todas las otras cantidades en unidades de longitud compatibles.

Como ya se definieron los valores de las funciones *s*, *v* y la magnitud *Rp*, se obtienen los ángulos de presión para toda la leva, evaluando las magnitudes de la velocidad y el desplazamiento en la ecuación (3.9), para todo el intervalo de subida, porque para el retorno mantiene simetría respecto a la subida. Además se supone una excentricidad $\varepsilon=0$

El cálculo del ángulo de presión se realizó evaluando la ecuación (3.9) en el software *Matlab,* que es un potente programa solucionador de ecuaciones. Arrojando los siguientes datos, tabulados en la tabla 3.2

Angulo de eje de leva	Angulo de presión	Angulo de eje de leva	Angulo de presión
$\theta(grados)$	(rad)	$\theta(grados)$	(<i>rad</i>)
15	0.0004	105	0.0060
30	0.0016	120	0.0048
45	0.0032	135	0.0032
60	0.0049	150	0.0016
75	0.0060	165	0.0004
90	0.0065	180	0

Tabla 3.2. Valores obtenidos, para el ángulo de presión.



Figura 3.12 Ángulo de presión (\$\$) de la leva

Los valores para el ángulo de presión, son considerablemente pequeños, como se puede apreciar en la siguiente figura 3.13. Además con estos ángulos de presión se obtendrán las

fuerzas tangenciales en la leva, para predecir el torque máximo que se necesita para comprimir la probeta de ensayo.



Figura 3.13. Gráfica del ángulo de presión contra el ángulo de la leva θ , estas graficas son similares a las gráficas de velocidad.

El efecto de utilizar un desplazamiento del seguidor relativamente pequeño, y un radio de círculo primario grande, es obtener estos ángulos de presión pequeños.

En base en los cálculos, el radio del círculo primario se considera como aceptable, y con esto el perfil de la leva queda definido como el de la figura 3.11, y se propone para el material de la leva un Acero AISI 1060-T y R @425° C, ya que en la literatura recomiendan utilizar aceros duros y fuertes, como los aceros de medio a alto carbono, con templado superficial o total,

3.4 CÁLCULO DE LAS FUERZAS EN LA LEVA

Para la subida de la leva se tienen 12 posiciones respecto al ángulo del eje de la leva θ , para estas 12 posiciones del seguidor se calculan las reacciones que ocurren por la compresión de la leva, estas reacciones se calculan con las ecuaciones de mecánica de materiales para la deformación de un elemento mecánico, teniendo como la deformación el desplazamiento del seguidor para cada posición del eje de la leva.

Debido a la presencia de un ángulo de presión para cada posición del eje de la leva, es decir a cada 15° de rotación de la leva. La fuerza de presión se descompone en dos

reacciones una normal que comprime la probeta a través del seguidor y una reacción tangencial que es necesaria para calcular el torque nominal.

El procedimiento es básico y repetitivo, por lo que solo se ejemplifica el cálculo para la primera posición como sigue

Para 15° de rotación de la leva se tiene un desplazamiento

 $s = 2.6 \times 10^{-6}$ m

La ecuación de la deformación es $\delta = \frac{PL}{AE}$ de donde se hace la igualación de $\delta = s$, despejando la fuerza P de la ecuación de deformación.

$$P = \frac{\delta AE}{L}$$

Como los términos de la expresión anterior ya son conocidos, la sustitución resulta en

$$P = \frac{2.6 \times 10^{-6} (3.1669 \times 10^{-5}) (200 \times 10^{9})}{0.10668} = 154.3681 \text{ N}$$

Donde P es la fuerza normal o reacción normal. Para determinar la fuerza tangencial se requiere de la siguiente expresión.

$$P_t = P \tan \phi$$

 $P_t = (154.3681) \tan(0.0229^\circ) = 0.06169 \text{ N}$

Para obtener el torque en esta posición del eje de la leva (15°), la reacción tangencial se multiplica por el radio del círculo base más el desplazamiento en esa posición

$$T = \left(P_t\right)\left(R_b + s\right)$$

Donde *s* es el desplazamiento a la posición indicada del eje de la leva, para este caso 15° , y *Rb* es el radio del circulo base, entonces el torque a esta posición es de

$$T = (0.06169)(0.0450026) = 2.7762 \times 10^{-3}$$
 N-m

θ (grados)	s (m)	<pre></pre>	Rb+s (m)	P (N)	Pt (N)	T (N-m)
0	0	0	0.0450000	0	0	0
15	2.660E-6	0.0229	0.0450026	154.36810	0.061690	2.7762E-3
30	2.020E-5	0.0916	0.0250202	1199.3216	1.917383	0.086320
45	6.360E-5	0.1833	0.0450636	3776.0821	12.08040	0.544386
60	1.369E-4	0.2807	0.0451369	8128.0762	39.82080	1.794460
75	2.360E-4	0.3437	0.0452360	14011.877	84.05400	3.802260
90	3.500E-4	0.3724	0.0453500	20780.326	135.0658	6.125230
105	4.640E-4	0.3437	0.0454664	27548.775	165.2587	7.513320
120	5.631E-4	0.2750	0.4556310	33432.576	160.4660	7.311330
135	6.364E-4	0.1833	0.0456364	37784.570	120.8803	5.516500
150	6.798E-4	0.0916	0.0466798	40361.331	64.52650	2.947560
165	6.974E-4	0.0229	0.0456974	41406.284	16.54928	0.756259
180	7E-4	0	0.0457000	41560.653	0	0

Para los ángulos del eje de la leva se tiene la siguiente tabla, ya que el cálculo de estas fuerzas y el torque se realizan de la misma manera para todas las posiciones de la leva.

Tabla 3.3. Cálculo de la fuerza normal, tangencial y el torque en la leva, para la subida.

En la tabla se verifica que el torque máximo es de 7.51 N-m a 105° del eje de la leva, para cuestiones de diseño el valor del torque nominal se ajusta a la magnitud de 10 N-m. Definido el torque máximo se procede al rediseño del eje, ahora considerando el eje y los hombros necesarios para las chumaceras.

3.5 REDISEÑO DEL EJE

El valor del torque máximo es conocido, y se prosigue en hacer un rediseño del eje para incluir el efecto de la torsión y flexión combinadas.

Para poder rediseñar las dimensiones el eje, es necesario proponer el ancho de las chumaceras que soportaran al eje, para esto se realiza la selección adecuada de un fabricante reconocido SKF; donde el factor de selección son las fuerzas de reacción que soportaran, además del diámetro, ajustado en un rango de 30 a 40 mm.

Conociendo un diámetro inicial del eje en la leva de 40 mm., se propone seleccionar chumaceras tomando en cuenta una relación de filetes estándar D/d=1.2, para aproximar un diámetro en la sección de las chumaceras.

Entonces como D/d = 1.2 y el diámetro del eje en la leva es de D=40mm, se tiene que

d = D/1.2 = 40/1.2 = 33.333 mm

Del catálogo de SKF, se seleccionan chumaceras SNL 207 con rodamientos cilíndricos esféricos, con un diámetro d=35 mm que se ajusta al diámetro requerido según la relación de filetes estándar, figura 3.14.



Figura 3.14. Chumacera designación SNL 207, con rodamiento de rodillos esféricos de tipo CARB SKF Explorer C 2207.

La configuración propuesta del eje incluyendo, el ancho de las chumaceras en los extremos de sujeción del eje es 82 mm, el ancho de la leva t = 30 mm, la separación entre chumacera y leva 20 mm, el hombro para localizar la leva en el eje 10 mm.

El eje queda de la siguiente manera con nuevas dimensiones; en la sección de 89.5 mm está incluida la longitud necesaria para una polea.



Figura 3.15. Dimensiones del eje para el rediseño, para la longitud total, demisiones en mm.

Para minimizar los concentradores de esfuerzo se incluyen radios de filete, calculados posteriormente

La leva transmitirá la fuerza de fatiga (40000 N) que provoca flexión en el eje y se toma como una carga puntual a la mitad de su espesor. De la siguiente manera se calculan las reacciones y el momento flexionante.



Figura 3.16. Representación del eje ante la fuerza aplicada, longitudes en mm.

En la figura 3.16 se puede observar que las reacciones están en el centro del ancho del cojinete de la chumacera, la reacción en el punto A está a 32 mm sobre el eje x, la reacción en el punto B a 182 mm sobre el eje x también en el centro de la chumacera izquierda, la fuerza actúa a 107 mm sobre el eje x, de esta manera se calculan las reacciones y el momento flexionante.

De la suma de momentos para el punto A. Positivo en sentido anti-horario

$$\sum M_A = 0$$

$$P_1(0.075) - R_B(0.150) = 0$$

$$R_B = \frac{(40000)(0.075)}{0.150} = 20000 \text{ N}$$

$$R_B = R_A$$
 \therefore $R_A = 20000$ N

Lo siguiente es trazar el diagrama de cortante, con las reacciones que se calcularon. El siguiente diagrama de cortante muestra cómo actúan estas reacciones, figura 3.17.

Capítulo 3



Figura 3.17. Diagrama de cortante obtenido del rediseño del eje, dimensiones en N (Newton).

Como es usual después de trazar el diagrama de cortante se prosigue con el diagrama de momento flexionante, por tanto, gráficamente es el siguiente



Figura 3.18. Diagrama de momento flexionante del eje, unidades en N-m.

Donde se aprecia que el momento máximo es 1500 N-m en el centro de la leva y a 107 mm sobre el eje x.



Figura 3.19. Diagrama de torsión para el eje, magnitud en N-m

Para fines de diseño se analiza el segundo hombro del eje, justo donde termina el ancho de la leva, del diagrama de momento se obtiene el valor de este punto, que es M_1 =1200 N-m a 122 mm.

Con los datos determinados, se procede a la última fase de diseño donde se verifica si el material es adecuado y si el diámetro en el hombro de la chumacera es aceptable. Para

este propósito, se emplea el criterio de ED-Goodman, debido a que es conservador y simple.

Para el eje giratorio la carga no es constante y el esfuerzo medio es diferente de cero. Además de que los esfuerzos son completamente repetidos y alternantes, la torsión es constante.

Entonces para aplicar las ecuaciones de la teoría ED-Goodman

Se tiene que el momento medio es

$$M_m = \frac{M_1}{2} = \frac{1200}{2} = 600$$
 N-m

De igual forma se tiene el momento alternante

$$M_a = M_m = 600 \text{ N-m}$$

Como el torque siempre es constante, se considera como el valor medio haciendo que el torque sea

$$T_m = 10 \text{ N-m}$$

Es ideal suponer valores para los factores de concentración de esfuerzos. Se recomienda suponer radios de filetes generosos y aplicar las siguientes recomendaciones para la relación de radios en los filetes, haciendo

$$r/d = 0.1$$
 y $D/d = 1.2$.

La tabla 3.4 obtenida de diseño en ingeniería mecánica de Shigley, se refiere a factores de concentración de esfuerzos típicos, para el diseño de ejes.

Entonces para estimar el factor de concentración de esfuerzo en el hombro del eje, de la tabla se obtiene un valor conservador para K_t a la flexión y K_{ts} para torsión, en base a filetes de hombro bien redondeados;

Se tiene que $K_t = 1.7$ para la flexión y $K_{tx} = 1.5$ para la torsión

	Flexión	Torsión	Axial
Filete de hombro: agudo (r/d = 0.02)	2.7	2.2	3.0
Filete de hombro: bien redondeado $(r/d = 0.1)$	1.7	1.5	1.9
Cuñero fresado (r/d = 0.02)	2.2	3.0	-
Cuñero de patín o trapezoidal	1.7	-	-
Ranura para anillo de retención	5.0	3.0	5.0

Tabla 3.4 Estimaciones de primera iteración de los factores de concentración del esfuerzo Kt.

De los datos del diseño mecánico, se igualan los valores de K_t al factor de concentración a la fatiga $K_t = K_f$ y para la torsión $K_{ts} = K_{fs}$.

Retomando el acero AISI 1050 CD se tiene que el valor de la resistencia a la fluencia y la resistencia última es

AISI 1050 CD $\Rightarrow \frac{S_y = 580 \text{ MPa}}{S_{ut} = 690 \text{ MPa}}$

Para determinar el límite de resistencia a la fatiga se emplea la ecuación de Marin

$$S_e = 0.5S'_e(k_a)(k_b)(k_c)(k_d)$$

Donde k_a , factor de acabado superficial del material.

$$k_a = 4.51 (S_{ut})^{-0.265} = 4.51 (690)^{-0.265} = 0.7977$$

Para el factor de tamaño k_b , en ausencia del diámetro real se propone usar un valor para el diseño inicial de $k_b = 0.9$, después se corregirá con el diámetro real.

Para el factor de carga, flexión combinada con torsión, donde $k_{\!\scriptscriptstyle c}\,{=}\,1$

Para temperatura ambiente el valor del factor es

$$k_d = 1$$

Ahora el límite de resistencia a la fatiga se calcula como sigue

$$S_e = 0.5(690)(0.7977)(0.9)(1) = 247.68$$
 MPa

Para calcular el diámetro requerido en el punto 1 se usa la siguiente ecuación y proponiendo n=1.5, para el factor de seguridad.

$$d = \frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4 \left(K_f M_a \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{S_{ut}} \left[4 \left(K_f M_m \right)^2 + 3 \left(K_{fs} T_m \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}} \right\}$$
$$d = \frac{16(1.5)}{\pi} \left\{ \frac{1}{247.68e+6} \left[4 \left(1.7 \times 600 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{690e+6} \left[4 \left(1.7 \times 600 \right)^2 + 3 \left(1.5 \times 10 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}}$$

d = 44.0547 mm

Este diámetro es similar al que propone para la leva en la sección del hombro, así que el diámetro puede asumirse como 45 mm. Entonces siguiendo las relaciones de diámetros y radios de filete entonces el segundo hombro se calcula como sigue

Como D/d = 1.2 se despeja para D,

D = 1.2(d) = 1.2(45) = 54 mm, pero se fija el valor en 55 mm

Para el radio de filete se tiene que r/d = 0.1, entonces el radio se calcula

r = 0.1(d) = 0.1(45) = 4.5 mm, para hombros bien redondeados.

Para el hombro de las chumaceras se tiene un radio de 1.1 mm, según el fabricante.

Los valores de los radios de filete y los diámetros calculados previamente, se comprueban si son adecuados para el diseño del eje.

Primero el eje está sometido a combinación de carga por lo que, se aplica la teoría de energía de distorsión, donde el esfuerzo de von Mises, sin considerar carga axial es

$$\sigma_{a}^{'} = \left(\sigma_{a}^{2} + 3\tau_{a}^{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{32K_{f}M_{a}}{\pi d^{3}}\right)^{2} + 3\left(\frac{16K_{f}T_{a}}{\pi d^{3}}\right)^{2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{m}' = \left(\sigma_{m}^{2} + 3\tau_{m}^{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{32K_{f}M_{m}}{\pi d^{3}}\right)^{2} + 3\left(\frac{16K_{f}T_{m}}{\pi d^{3}}\right)^{2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

Entonces ajustando estos esfuerzos al criterio de Goodman, se tiene

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}$$
(3.10)

El factor de tamaño k_b se calcula para el diámetro nuevo

$$k_b = 1.24d^{-0.107} = 1.24(45)^{-0.107} 0.8251$$

Para la resistencia a la fatiga corregida

$$S_e = 0.5(690)(0.7977)(0.8251)(1) = 227.11$$
 MPa

Para los factores de concentración de esfuerzos a la fatiga se tiene, de las tablas A-1 en la sección de anexos 1

Los valores para el factor de concentración de esfuerzo para la flexión y torsión son:

$$K_t = 1.61$$
 y $K_{ts} = 1.36$ respectivamente

Para la sensibilidad a la muesca q se obtienen

$$q = 0.82$$
 y para $q_s = 0.86$

Ahora para los factores de concentración de esfuerzo a la fatiga

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.82(1.61 - 1) = 1.5002$$

$$K_{fs} = 1 + q_s (K_{ts} - 1) = 1 + 0.86(1.36 - 1) = 1.3096$$

Se calculan los esfuerzos de von Mises

$$\sigma_{a}^{'} = \left[\left(\frac{32K_{f}M_{a}}{\pi d^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{32 \times 1.5002 \times 600}{\pi \left(0.045 \right)^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = 100.62 \text{ MPa}$$
$$\sigma_{m}^{'} = \left[\left(\frac{32K_{f}M_{m}}{\pi d^{3}} \right)^{2} + 3 \left(\frac{16K_{fs}T_{m}}{\pi d^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{32 \times 1.5002 \times 600}{\pi \left(0.045 \right)^{3}} \right)^{2} + 3 \left(\frac{16 \times 1.3096 \times 10}{\pi \left(0.045 \right)^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

 $\sigma_{m} = 100.62 \text{ MPa}$

Ahora verificando con la ecuación (3.10)

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{100.62}{227.11} + \frac{100.62}{690} = 0.5889$$

$$n = 1.69$$

Como el factor de seguridad propuesto fue de 1.5, y compararlo con el obtenido, este diseño se considera como apropiado.

Cuña y cuñero.

Para poder transmitir la potencia y sujetar la leva se emplea una cuña. De tablas para cuñas estándar, se elige la apropiada para el diámetro del eje. Se selecciona una cuña de sección cuadrada, las dimensiones son 3/8 x 3/8 in, para diámetros de eje 1 a 2 5/8 in. Se ajusta la longitud de la cuña al espesor de la leva,

Para la fabricación de cuñas se utilizan aceros de bajo carbono, por lo que en este caso se elige un acero AISI 1006 CD. Con un valor de resistencia última de $S_{ut} = 330 \text{ MPa}$.

Se debe analizar si la sección del cuñero es crítica es decir si no resulta afectada, por la reducción de material.

Entonces a partir del diagrama de momento, se estima que el valor del momento en el extremo del cuñero $M_2 = 1370 \text{ N-m}$, y para el análisis de concentración de esfuerzo se tiene una relación de radios de filete estándar r/d = 0.02.

Donde d es el diámetro del eje, entonces se tiene:

$$r = 0.002d = 0.02(45 \text{ mm}) = 0.9 \text{ mm}$$

De la tabla 3.4 se toman los valores de concentración de esfuerzo para el cuñero con una combinación de esfuerzos, para el análisis de la sensibilidad de muesca.

$$K_t = 2.14$$
 y $q = 0.73$ para flexión.

 $K_{ts} = 3.0$ y $q_s = 0.8$ para torsión.

Ahora para el factor de concentración de esfuerzo a la fatiga para flexión y torsión respectivamente.

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.73(2.14 - 1) = 1.8322$$

$$K_{fs} = 1 + q_s(K_{ts} - 1) = 1 + 0.8(3 - 1) = 2.6$$

$$\sigma_{a}^{'} = \left[\left(\frac{32K_{f}M_{a}}{\pi d^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{32 \times 1.8322 \times 685}{\pi (0.045)^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = 140.3 \text{ MPa}$$
$$\sigma_{m}^{'} = \left[\left(\frac{32K_{f}M_{m}}{\pi d^{3}} \right)^{2} + 3\left(\frac{16K_{fs}T_{m}}{\pi d^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{32 \times 1.8322 \times 674.95}{\pi (0.045)^{3}} \right)^{2} + 3\left(\frac{16 \times 2.6 \times 10}{\pi (0.045)^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

 $\sigma_m = 140.31 \text{ MPa}$

Ahora verificando con la ecuación (3.10)

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{140.3}{227.11} + \frac{140.31}{690} = 0.8211$$

n = 1.21

Al observar el factor de seguridad en el cuñero se observa que la sección más sensible del eje a los esfuerzos pero se acepta como suficiente.

Hombro de chumacera

Para el hombro de las chumaceras, se analiza para determinar si son adecuadas las dimensiones.

Donde las relaciones para determinar el factor de concentración de esfuerzo son:

$$D/d = 45/35 = 1.2857$$
 $K_t = 2.3$
 $r/d = 1.1/35 = 0.0314$ $K_{ts} = 1.9$

Para la sensibilidad a la muesca se tienen los siguientes valores, obtenidos de las tablas correspondientes, para la flexión y la torsión

$$q = 0.75$$

 $q_s = 0.8$

Para los factores de concentración de esfuerzo a la fatiga para flexión y torsión, se tiene

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.75(2.3 - 1) = 1.975$$

 $K_{fs} = 1 + q(K_{ts} - 1) = 1 + 0.8(1.9 - 1) = 1.72$

El momento que actúa en este hombro es de $M_3 = 230$ N-m, para la teoría de ED-Goodman se tiene que los esfuerzos de von Mises son:

Para el esfuerzo medio y alternante se tiene $M_m = M_a = 115$ N-m respectivamente.

$$\sigma_{a}^{'} = \left[\left(\frac{32K_{f}M_{a}}{\pi d^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{32 \times 1.975 \times 115}{\pi (0.045)^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = 539.59 \text{MPa}$$
$$\sigma_{m}^{'} = \left[\left(\frac{32K_{f}M_{m}}{\pi d^{3}} \right)^{2} + 3 \left(\frac{16K_{fs}T_{m}}{\pi d^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{32 \times 1.975 \times 115}{\pi (0.045)^{3}} \right)^{2} + 3 \left(\frac{16 \times 1.72 \times 10}{\pi (0.045)^{3}} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

 $\sigma_{m} = 539.59$ MPa

Ahora para el factor de seguridad se tiene

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{539.59}{227.11} + \frac{539.59}{690} = 0.3097$$

$$n = 3.2294$$

Esta sección no resulta ser crítica como el hombro donde se localiza la cuña de la leva.

Los diámetros y cambios de sección en el eje están definidos, los elementos acoplados al eje están posicionados y los radios de filetes, por lo tanto el diseño del eje se presenta de como se aprecia la siguiente figura, además se incluye el cuñero, figura 3.20.



Figura 3.20. Representación gráfica del eje final para la leva.

CAPITULO 4. DISEÑO DE LA MÁQUINA

En el presente capítulo se cada una de las piezas, y el ensamble final.

Consideraciones de diseño

• Geometría y análisis de comportamiento a fatiga de la probeta

A continuación se describen los elementos que conforman el diseño de la máquina, y el modelado de las piezas mecánicas mediante el diseño asistido por computadora, con el uso del software solidworks muy popular en el diseño.

4.1 MOTO REDUCTOR

Para poder impulsar el eje de la leva y generar esfuerzo a través del seguidor en la probeta se requiere de un motor que proporcione la potencia requerida en el eje de la leva.

El torque que se requiere en la leva para generar el esfuerzo de fatiga es de 7.5 N-m obtenida en el análisis de la leva, el eje necesita girar a velocidades bajas, en las consideraciones de diseño se propuso una velocidad nominal de 150 rpm.

Por lo cual se demanda una potencia de

$$H = \frac{Tn2\pi}{60} = \frac{(7.5)(150)(2\pi)}{60} = 0.12 \text{ kW}$$

Por cuestiones de pérdidas de trabajo, y ajustar esta potencia a un valor estándar comercial, se realizó una búsqueda en catálogos de motores eléctricos, la potencia en motores comerciales va de 0.18 kW (1/4 hp) en adelante, en los motores comerciales las velocidades son altas comparadas con la velocidad requerida en el eje, por lo cual se considera apropiado el uso de un reductor de velocidad, se realizó una búsqueda de reductores de velocidad, los fabricantes generalmente ofertan el reductor con motor incluido. En este caso se seleccionó un reductor de velocidad con motor incluido con una potencia de 0.18 kW a 1750 rpm.

El reductor permite una velocidad de entrada nominal de 1750 rpm y proporciona una velocidad de salida de 350 rpm, el reductor de velocidad es del tipo sinfín, dela marca Nord modelo SK 1 SI 31 63L/4



Figura 4.1 Motor reductor modelo SK 1 SI 31 63L/4, modelo CAD importado del fabricante

En el anexo 2 se pueden observar las dimensiones del moto-reductor

4.2 SEGUIDOR DE LA LEVA

Esta pieza se compone de tres elementos, el principal de estos es un rodamiento SKF de rodillos cilíndricos de doble hilera, descrito en un capitulo anterior, un pasador o eje y una base parar sostener el eje y el cojinete. Este grupo de piezas actuara como el seguidor de la leva, en la siguiente figura se puede observar el rodamiento del seguidor



Figura 4.2 Rodamiento SKF tipo Explorer NNCF 5005 CV

El rodamiento tiene un diámetro interno 25 mm, un diámetro externo de 47 mm y un ancho de 30 mm.

En la figura 4.3 se observa otro de los elementos del seguidor de la leva, en este caso se trata de pasador o eje, fabricado de acero AISI 4140 con 25 mm de diámetro.



Figura 4.3 Pasador del rodamiento

El siguiente componente del seguidor es una placa que estará en contacto directo con la probeta, y también es la base de sujeción del eje y rodamiento.



Figura 4.4. Base del seguidor.

Esta pieza tiene una sección rectangular en la parte inferior de 120 x 100 mm y dos salientes con redondeo en la parte superior, son los soportes del eje para el rodamiento, en esta pieza el eje no rota si no que el anillo exterior de rodamiento será el elemento deslizante. Se propone un acero AISI 1035 para este elemento del seguidor.

Cada saliente tiene un espesor de 13 mm y un ancho de 50 mm, la altura medida desde la superficie superior de la placa es de 53.5 mm.

El ensamble del seguidor se pude ver en la figura 4.5, para más detalles ver anexo 2



Figura 4.5 Representación del seguidor de la leva

4.3 PLACA PARA POSICIONAR LA PROBETA Y EL SEGUIDOR

Esta pieza es un elemento de sujeción para la probeta, a través del orificio que está en la parte central de la placa, donde la probeta sobresale cierta longitud para ser comprimida, y también posiciona al seguidor de la leva por medio de las piezas en forma de "Z" y dos piezas en "L" soldadas a la estructura de la máquina que se describen en los siguientes apartados, estas piezas sujetan al seguidor para evitar que este tenga giro.



Figura 4.6 Placa para el seguidor y la probeta

La placa base tiene dimensiones 180 x 101 mm, y un espesor de 7 mm, con un orificio en el centro de 13.7 mm de diámetro, sobre esta placa se unen dos piezas en forma de "Z", que tienen una sección transversal de 25 x 29 x 25 mm como se indica en la figura 4.7, un espesor de 5 mm. y una longitud es de 54 mm

La placa tiene orificios para tornillos M5 x 0.8, que actúan como elementos de fijación a la estructura de la máquina, con un total de 4 orificios. Las piezas en forma de "Z" están unidas mediante soldadura. El material para la fabricar esta pieza es acero con denominación AISI 1020 CD.



Figura 4.7 Vista de la sección transversal de las piezas en forma de "Z".

4.4 SOPORTE DE LA PROBETA

Esta pieza soporta y mantiene fija la probeta, la pieza tiene un cilindro vertical de 38.10 mm de diámetro y una sección hueca de 13.70 mm de diámetro donde es introducida la probeta a una profundidad de 25.4 mm. Como se ve en la figura 4.8.



Figura 4.8 Soporte para la probeta

Esta pieza es unida a dos elementos en sus extremos en forma de placas con salientes, como se observa en la figura 4.9, a través de agujeros y tornillos de fijación, de esta forma se asegura que la probeta puede ser colocada en las piezas de fijación, siendo esta la parte móvil, ya que puede retirarse, colocar la probeta y asegurar la pieza.

Los agujeros en los extremos tienen una perforación para que un tornillo M16 x 1.5 clase 4.6 para unir y sujetar la placa de agarre y esta pieza. Esta pieza de la máquina tiene un espesor de 25.4 mm

4.5 PIEZA DE UNIÓN ENTRE LA ESTRUCTURA Y EL SOPORTE DE LA PROBETA

Esta pieza con orificios para seis tornillos M8 x 1 se fijará con la estructura de la máquina, tiene una sección rectangular de 158.75 x 50.80 mm

Esta pieza sirve como sujeción de la pieza de soporte para la probeta, figura 4.8. La geometría de esta pieza se puede ver en la figura 4.9



Figura 4.9 Pieza de sujeción entre estructura y soporte de la probeta

En la sección de anexos 2 se encuentra el plano con acotaciones de esta pieza, para apreciar sus dimensiones.

4.6 ESTRUCTURA

La máquina requiere de una estructura para posicionar, sujetar y configurar los componentes requeridos en el diseño. La figura 4.10 muestra la estructura diseñada para la máquina a construir.

Esta estructura se diseña a base de perfiles tubulares cuadrados, denominados como HSS (Hollow Structural Section) secciones estructurales huecas, generalmente las designaciones del acero para la fabricación de los tubos estructurales es ASTM A500 grado C que tienen un límite de resistencia a la tensión de 62 ksi o 427 MPa.



Figura 4.10 Estructura de la máquina.

Para la estructura se tienen 4 perfiles largos verticales de 657 mm de longitud, las medidas del perfil cuadrado son $2 \times 2 \times 0.25$ de pulgada que delimitan la forma de la estructura, como se observa en la figura 4.11 a)



Figura 4.11 Perfiles de la estructura de la máquina, a) perfiles cuadrados verticales b) perfiles horizontales unidos a los verticales.

Se emplearon 16 perfiles de sección cuadrada horizontales para definir toda la estructura de la máquina., 12 de estos perfiles tienen una longitud de 350 mm de cada lado de la máquina, estos se unen con los 4 perfiles principales verticales mediante soldadura como se aprecia en la figura 4.11 b).

Para soportar el moto-reductor que es el encargado de generar el movimiento del dispositivo de fatiga a la velocidad requerida, se emplearon dos perfiles de sección cuadrada unidos a un cuarto conjunto de perfiles verticales que se encuentran en la base de la estructura como se ve en la figura 4.10. Estos perfiles tienen 450.8 mm de longitud y forman en cuadrado, también funciona como base de la máquina para el suelo. Los dos tubos adicionales para soporte del moto-reductor tienen una longitud de 349 mm, ver figura 4.10.

En el segundo conjunto de perfiles, tomando como referencia la parte superior de la estructura, se adicionan dos perfiles de sección rectangular de 3 x 2 x 0.25 de pulgada y dos placas soldadas en la cara superior de estos elementos, ambos perfiles separados 98.8 mm, ver figura 4.12 b)





b)

Figura 4.12 a) Vista de perfiles rectangulares y, b) Placas soldadas sobre los perfiles rectangulares para la sujeción de elementos de la máquina

Las placas sobre los dos perfiles rectangulares tienen 52 x 185 mm de dimensiones y un espesor de 5 mm. Estas placas tienen la función de posicionar y anclar las chumaceras, por lo que tienen orificios para los tornillos de fijación de la chumacera M12 recomendados por el fabricante de las chumaceras.

En los dos perfiles también se unieron piezas en forma de "L", ver figura 4.13, estas piezas tienen la función de sujetar y posicionar el seguidor de la leva, tienen una sección transversal de 25 x 20 y 53 mm de largo, un espesor de 5 mm en toda la sección.


Figura 4.13. Pieza de posicionamiento y sujeción del seguidor de la leva

En los perfiles rectangulares también están unidas dos placas con orificios que sirven para sujetar el soporte y sujetador de la probeta descritas con anterioridad. La placa como puede observar en la figura 4.14 (parte sombreada) tiene 63.80 x 294 mm y 5 mm de espesor, del mismo material que los perfiles tubulares cuadrados ASTM A500 Estas placas tiene 6 orificios para tornillos M8 x 1 de grado 4.8

En la figura 4.14 se pude observar que las placas están unidas a dos perfiles de sección transversal cuadrada, los perfiles cuadrados funcionan como soporte para perfiles rectangulares, donde se apoyan las palcas para las chumaceras.

Sobre estos perfiles cuadrados también se observan dos perfiles verticales que unen dos grupos de perfiles horizontales.



Figura 4.14 Vista de la placa de sujeción para el soporte de la probeta

Los perfiles verticales tienen una longitud de 192.4 mm, figura 4.15 junto a la placa para sujetar al soporte de la probeta.



Figura 4.15 Vista de perfiles verticales de apoyo y unión entre dos grupos de perfiles horizontales

Estos perfiles también pueden apreciarse en la vista lateral de la estructura



Figura 4.16 Vista lateral de la estructura

En el anexo 2 pueden verse los planos a detalle de las dimensiones para la estructura y la lista de cortes para soldadura necesarios.

4.7 BASE PARA EL REDUCTOR DE VELOCIDAD

Es una placa ranurada que ajusta y fija el motor en la posición requerida, sus dimensiones se representan en la sección de anexos 2, esta pieza está unida mediante tonillos M6 x 1 a la estructura, sobre dos perfiles cuadrados. La geometría de esta pieza se puede observar en la siguiente figura.



Figura 4.17 Placa para la fijación del reductor de velocidad o moto reductor.

Las ranuras permiten el desplazamiento del motor a través de los tornillos de sujeción y ajustarlo en la posición correcta.

4.8 EJE DEL REDUCTOR DE VELOCIDAD

Para transmitir la potencia del reductor hacia la leva se emplean ejes, para el reductor de velocidad se tiene el siguiente eje con un diámetro de 14 mm y longitud de 98 mm.



Figura 4.18. Eje para el reductor de velocidad

Este eje esta acoplado mediante cuñas en la sección hueca del reductor de velocidad, de esta manera se asegura que el par sea transmitido.

La sección del cuñero es de 5 x 5 mm, por lo que en el eje se tiene una profundidad de 2.5 mm, en la sección más larga se tiene una longitud de 46.45 mm y en el otro extremo el cuñero tiene una longitud de14.65 mm. Este eje puede ser fabricado de un acero al carbono como el AISI 1020 CD.

4.9 POLEAS

Para transmitir la potencia de salida del reductor de velocidad hacia el eje de la leva, se emplean dos poleas y como es usual una banda, para permitir la relación de velocidades de las poleas y asegurar la transmisión de potencia

Como la velocidad de salida del reductor de velocidad es de 350 rpm y la velocidad requerida en el eje es de aproximadamente de 150 rpm, se considera el siguiente procedimiento para la selección de las poleas

De acuerdo con la velocidad de salida, del reductor de velocidad,

 $n_1 = 350 \, rpm$

Y la velocidad aproximada en el eje de la leva $n_2 = 150 \text{ rpm}$

Se obtiene la relación de velocidad $n_1/n_2 = 350/150 = 2.3333$

Entonces proponiendo un diámetro basado en los catálogos para el diámetro de la polea del reductor $d_1 = 71 \text{ mm y}$ multiplicarlo por la relación de velocidad se obtiene un diámetro $d_{2-170 \text{ mm}}$ aproximándolo a un diámetro estándar según los catálogos

Entonces las dimensiones de las poleas en el eje del reductor de velocidad, y para el eje de la leva son respectivamente: d = 71mm, D = 170mm

De la ecuación para relación de velocidad definida como:

$$entrada = salida$$
$$n_1 d = n_2 D$$

Despejando n_2 (velocidad de rotación del eje de la leva)

Capítulo 4

$$n_2 = \frac{n_1 d}{D} = \frac{(350)(71)}{(170)} = 146.1764 \, rpm$$

Con los datos anteriores se continúa con la selección de la banda para transmitir las velocidades de giro y se calcula de la siguiente manera:

$$\theta_d = \pi - 2\sin^{-1}\frac{D-d}{2C}$$
$$\theta_D = \pi + 2\sin^{-1}\frac{D-d}{2C}$$
$$L = \sqrt{4C^2 - (D-d)^2} + \frac{1}{2}(D\theta_D + d\theta_d)$$

Donde

D = diámetro de la polea

- d = diámetro de la polea menor
- C = distancia entre centros
- θ = ángulo de contacto
- L =longitud de la banda

Sabiendo que:

C=498.42 mm

$$\theta_d = \pi - 2\sin^{-1}\left[\frac{(170 - 71)}{(2)(498.42)}\right] = 2.9426 \, rad = 168.5985^\circ$$

$$\theta_D = \pi + 2\sin^{-1} \left[\frac{(170 - 71)}{(2)(498.42)} \right] = 3.3405 \, rad = 191.3965^{\circ}$$

Por tanto la longitud de la banda es:

$$L = \sqrt{(4)(498.42)^2 - (170 - 71)^2} + \frac{1}{2} \left[170(191.3965) + 71(168.5985) \right] = 1380.3165 \, mm$$

De esta manera se tiene la longitud total de la banda que se necesita para transmitir la potencia

Para adecuar las poleas al diámetro de los ejes del reductor y de la leva, se hace una selección de un componente de las poleas conocido como bushing o buje, por lo cual la polea está formada por dos piezas, tal como se ve en la figura 4.19a). Para el caso de la polea de mayor diámetro y para la polea pequeña se puede apreciar en la figura 4.20 b).

Las poleas tienen ranuras para bandas en forma de V y transmiten la potencia a través de cuñas.

Con las poleas se eligió una banda adecuada de sección trapezoidal.



a)



b)

Figura 4.19. Poleas SKF a) Polea de 71 mm de diámetro con designación PHP 1SPZ71TB b) Polea de 170 mm de diámetro PHP 1SPZ170TB, ambas con bushing o buje incluido

En la sección de anexos se pueden ver los planos respectivos para cada polea

4.10 ENSAMBLE DE LAS PIEZAS

La base para el ensamble de los componentes es la estructura que se describió en secciones previas. Entonces agregando estas en una posición adecuada, la máquina ensamblada puede verse en las siguientes figuras



Figura 4.20. Ensamble de la máquina de prueba a fatiga axial diseñada

En la figura puede apreciarse algunos de los componentes que se describieron anteriormente. Se aprecian las dos poleas que se interconectan mediante la banda para transmitir la potencia del motor reductor hacia el eje de la leva.

En la vista frontal de la figura 4.21 se pueden apreciar las chumaceras, descritas en el capítulo previo, y en la vista lateral se observa el motor reductor, las poleas y la banda. En la figura 4.22 se tiene la vista de los componentes de la máquina sin la estructura general.

En la sección de anexos se presenta la tabla A2.1, de los materiales que conforman la máquina.



a)

b)

Figura 4.21. Máquina de pruebas a fatiga axial a) Vista frontal, b) Vista lateral derecha



Figura 4.22. Vista de la máquina de prueba a la fatiga axial sin la estructura

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones:

Se diseñó una máquina capaz de someter a fatiga elementos de prueba a bajos ciclos, permite observar el comportamiento del elemento de prueba de diferentes materiales bajo las mismas condiciones de carga.

Para aceros AISI 4140 TyR con S_{ut} = 750 MPa, se estima una vida alrededor de 1280 Ciclos aplicando una carga máxima de 40 kN a fatiga

El criterio de Goodman proporciona una estimación más conservadora del factor de seguridad a fatiga, lo que significa que al utilizar esta teoría se tiende a sobredimensionar el diseño del árbol de levas.

El árbol de levas se diseñó con el límite de resistencia a la fatiga, por lo cual se asegura una vida infinita del material, sin importar cuán grande sea el número de ciclos de esfuerzos

En el diseño de la máquina se observó que cada una de las piezas mecánicas montadas contienen cargas dinámicas de menor magnitud por tanto se observa que la máquina se encuentra directamente a fatiga en toda su estructura.

Posteriormente este trabajo será desarrollado como proyecto de posgrado para obtener el título de maestría en diseño mecánico por alumnos del Centro de Investigación y Desarrollo Tecnológico, por lo cual está investigación sirve como preámbulo para la continuación del proyecto y construir el dispositivo.

Recomendaciones Prácticas de Diseño a Fatiga

En el mecanismo de leva seguidor es necesario mantener una precisión muy alta, para asegurar que la excentricidad de la leva sea la especificada en el diseño, y el desplazamiento en el seguidor se cumpla. Se debe otorgar alta prioridad a este detalle, porque la deformación de la probeta se consideró como el desplazamiento máximo del seguidor, y el hecho de trabajar con deformaciones de aceros, resulta en desplazamientos milimétricos.

Se recomienda utilizar las especificaciones de diseño para los diferentes componentes debido a la precisión que debe guardar la maquina, para que el efecto de fatiga sea el esperado.

ANEXO 1: GRÁFICAS PARA LOS FACTORES DE CONCENTRACIÓN DE ESFUERZO

TABLA A-1



Figura A-1-1. Eje redondo con filete en hombre en tension. $\sigma_o = F/A$, donde $A = \pi d^2/4$.



Figura A-1-2. Eje redondo con filete en hombre en torsión. $\tau_o = Tc/J$ donde c = d/2 y $J = \pi d^4/32$



Figura A-1-3. Eje redondo con filete en el hombro en flexión. $\sigma_o = \frac{Mc}{I}$, $c = \frac{d}{2}$ e $I = \frac{\pi d^4}{64}$

ANEXO 2: PLANOS DE LAS PIEZAS Y COMPONENTES DE LA MÁQUINA

N.º DE ELEMENTO	PIEZA	CANTIDAD	N.º DE ELEMENTO	PIEZA	CANTIDAD
1	Estructura	1	19	Banda para polea (1380 mm)	1
2	Placa de posicionamiento de la probeta	1	20	Tornillo de chumacera	4
3	Base seguidor (1035)	1	21	Tuerca Chumacera	4
4	Pasador de seguidor	1	22	Arandela tornillo M12 Chumacera	8
5	Rodamiento NNCF 5005 CV	1	23	Arandela Tornillo M16	4
6	Placa de sujeción	1	24	Tornillo M16 Soporte Probeta	2
7	Placa de sujeción 2	1	25	Tuerca M16 Soporte Probeta	2
8	Soporte de probeta	1	26	Arandela Tornillo M5	8
9	Chumacera SNL_207	1	27	Tornillo M5 placa seguidor	4
10	Chumacera SNL_207	1	28	Tuerca M5 Placa Seguidor	4
11	Eje de leva AISI 1050 CD	1	29	Arandela M8	24
12	Cuña Acero AISI 1006 CD	1	30	Tornillo M8	12
13	LEVA CICLOIDAL AISI 1060 T Y R 425 C	1	31	Tuerca M8	12
14	Base reductor	1	32	Arandela M6 X 1	8
15	REDUCTOR SK1SID31AXZ- 63L	1	33	Tornillo M6 X 1	4
16	EJE PARA REDUCTOR	1	34	Tuerca M6 X 1	4
17	POLEA PHP 1SPZ71TB	1	35	Cuña Polea 2	1
18	POLEA 2 PHP 1SPZ170TB	1	36	Cuna Polea 1 y Reductor	1

Tabla A2.1 Elementos que conforman a la máquina de prueba a la fatiga axial

















		N.º DE ELEMENTO	CANTIDAD	LONGITUD					
Cortes para soldadu	RA	1	13	374.6					
		2	1						
		3	2						
	1	4	1	294					
	(7)	5	1	774.6					
		6	4	450.8					
		7	2	349.2					
(9)]	8	2	205.1					
		9	1	250.6					
	(1) (2)	10	1	250.6					
		11	4						
	(3)	12	4	657.4					
		13	1	400					
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: ACABADO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL:	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA E	ISCALA REV	VISIÓN					
TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:									
NOMBRE FIRMA FECHA DIBUJ.	TÍT	ULO:							
APROB.									
CALID. MATERIAL:	N.	Cortes p	ara sol	dadurá					
PESO:	ES	CALA:1:10	HOJA 1 DE 1						













REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y VIRTUALES

[1] Richard G. Budynas y J. Keith Nisbett, Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley, Novena edición, McGraw Hill, 2012, México.

[2] Robert L. Norton, Diseño de Maquinas un Enfoque Integrado, cuarta edición, Pearson, Mexico, 2011.

Robert L. Mott, Diseño de elementos de máquinas, cuarta edición, Pearson, México, 2006

David H. Myszhka, Máquinas y Mecanismos, cuarta edición, Pearson, México, 2012.

Robert L. Norton, Diseño de Maquinaria Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos, Cuarta edición, Pearson, México, 2009.

Joseph Edward Shigley, John Joseph Uicker Jr. Teoría De Máquinas y Mecanismos, primera edición, McGraw Hill, México, 1998.

James M. Gere, Mecánica de Materiales, Sexta ed., Thomson, México, pp. 5

Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Jr., John T. DeWolf, David F. Mazurek, Mecánica de Materiales, Quinta ed., McGraw Hill, 2010, Mexico, pp. 5-9-10

Robert L. Mott, Resistencia de Materiales Aplicadas, Tercera ed., Pearson, México, pp. 16

James M. Gere y Barry J. Goodno, Mecánica de materiales, Séptima Edición, Cengage Learning Editores México, 2009, pp- 542-549.

http://www.astm.org/Standards/E466.htm

http://www.skf.com/mx/index.html?switch=y

http://www.materialessam.org.ar/sitio/biblioteca/jovenesSAM08/Trabajos_completos/7.Fra ctura,%20Fatiga%20y%20An%C3%A1lisis%20de%20Fallas/07085CalarcoF.pdf

http://saber.ucv.ve/xmlui/bitstream/123456789/2428/1/Tesis%20Completa%20Biblioteca.p df

http://www.slideshare.net/rodrikobale/fatiga-delosmateriales