

**DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
TECNOLÓGICA  
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TUXTLA GUTIERREZ**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA**



**DISEÑO DE UN MECANISMO  
CORTADOR DE PIEDRA CALIZA**

**RESIDENTES**

**JOSUÉ AMETH JIMÉNEZ GALLEGOS  
JAVIER DE JESÚS RÍOS AGUILAR**

**ASESOR INTERNO: M.C. IGNACIO ARRIOJA CARDENÁS**

**TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIS. DICIEMBRE 2014**

# INDICE

<b>1. Introducción</b> .....	6
<b>2. Justificación</b> .....	7
<b>3. Objetivos</b> .....	8
3.1. Objetivos generales.....	8
3.2. Objetivos específicos.....	8
<b>4. Caracterización del área de trabajo</b> .....	9
4.1. Antecedentes de la empresa.....	9
4.1.1. Ubicación de la empresa.....	9
4.1.2. Misión.....	10
4.1.3. Visión.....	10
4.1.4. Política de calidad.....	10
4.1.5. Logo de la empresa.....	10
4.2. Organigrama.....	11
4.3. Descripción del área donde se realizará el proyecto.....	12
<b>5. Problemas a resolver priorizándolos</b> .....	13
<b>6. Alcances y limitaciones</b> .....	13
6.1. Alcances.....	13
6.2. Limitaciones.....	13
6.3. Proceso y descripción de las actividades realizadas.....	14
<b>7. Fundamento Teórico</b> .....	20
7.1. Introducción al diseño.....	20
7.2. Conceptos básicos.....	20
7.3. Fases e iteraciones del proceso de diseño.....	21
7.4. Herramientas y recursos de diseño.....	22
7.4.1. Herramientas computacionales.....	22
7.4.2. Adquisición de información técnica.....	22
7.5. Evolución de cortadoras por chorro de agua a presión.....	23
7.5.1. Meco Moore.....	23
7.5.2. MS & T Hydrominer.....	24
7.5.3. Chorro de agua a alta presión minero continuo.....	24
7.5.4. Waterjets.....	26

7.6.	Análisis de posición del mecanismo de cuatro barras .....	28
7.7.	Análisis de posición .....	30
7.7.1.	Representación de lazo vectorial .....	39
7.8.	Análisis de aceleración .....	45
7.9.	Análisis de velocidad .....	46
7.10.	Análisis de fuerzas dinámicas .....	50
7.11.	Mapa Conceptual .....	51
<b>8.</b>	<b>Procedimiento</b> .....	<b>52</b>
8.1.	Ecuación de cierre de circuito .....	52
<b>9.</b>	<b>Resultados, planos, graficas, prototipos y programas</b> .....	<b>57</b>
9.1.	Resultados .....	57
9.2.	Planos Gráficas .....	67
9.3.	Prototipos.....	76
9.3.1.	Prototipo Real .....	76
9.3.2.	Prototipo Propuesto.....	77
9.4.	Programas .....	77
9.4.1.	Análisis de Posición (EES) .....	77
<b>10.</b>	<b>Conclusiones</b> .....	<b>78</b>
<b>11.</b>	<b>Bibliografía</b> .....	<b>79</b>
<b>12.</b>	<b>Glosario</b> .....	<b>79</b>
<b>13.</b>	<b>Anexos</b> .....	<b>81</b>
13.1.	Anexo 1 Cronograma de actividades.....	81
13.2.	Anexo 2 Mapa conceptual de fundamento teórico .....	82
13.3.	Anexos diferentes al proyecto .....	83
13.3.1.	Cartas de Presentación.....	83
13.3.2.	Cartas de aceptación .....	85

## INDICE DE IMÁGENES

Figura 1.1	.....	6
Figura 2.1	.....	9
Figura 2.2	.....	10
Figura 3.1	.....	10
Figura 3.1	.....	11
Figura 4.1	.....	22
Figura 4.2	.....	23
Figura 4.3	.....	24
Figura 4.4	.....	25
Figura 4.5	.....	25
Figura 4.6	.....	26
Figura 4.7	.....	27
Figura 4.8	.....	27
Figura 4.9	.....	28
Figura 4.10	.....	29
Figura 4.11	.....	29
Figura 4.12	.....	32
Figura 4.13	.....	33
Figura 4.14	.....	35
Figura 4.15	.....	36
Figura 4.16	.....	37
Figura 4.17	.....	39
Figura 4.18	.....	39
Figura 4.19	.....	40
Figura 4.20	.....	46
Figura 4.21	.....	47

Figura 4.22	.....	47
Figura 4.23	.....	48
Figura 4.24	.....	49
Figura 4.25	.....	51
Figura 5.1	.....	53
Figura 5.2	.....	55
Figura 6.1	.....	57
Figura 6.2	.....	59
Figura 6.3	.....	60
Figura 6.4	.....	60
Figura 6.5	.....	62
Figura 6.6	.....	63
Figura 7.1	.....	67
Figura 7.2	.....	68
Figura 7.3	.....	69
Figura 7.4	.....	70
Figura 7.5	.....	71
Figura 7.6	.....	72
Figura 7.7	.....	73
Figura 7.8	.....	74
Figura 7.9	.....	75
Figura 7.10	.....	76
Figura 7.11	.....	76
Figura 7.12	.....	77
Figura 8.1	.....	81
Figura 8.2	.....	82
Figura 8.3	.....	84
Figura 8.4	.....	86

## 1. Introducción

El estudio de los mecanismos es muy importante. Con los continuos avances realizados en el diseño de instrumentos, controles automáticos y equipos automatizados, el estudio de los mecanismos toma un nuevo significado. Se puede definir a los mecanismos como la parte del diseño de máquinas que se interesa del diseño cinemático de los mecanismos de eslabones articulados, levas, engranes trenes de engranes.

### Mecanismo de cuatro barras

Uno de los mecanismos más simples y útiles es el de mecanismo de cuatro barras articuladas. La figura 1.1 ilustra uno de ellos. El eslabón 1 es el marco o base y generalmente es estacionario. Es eslabón 2 es el motriz, el cual puede girar completamente o puede oscilar. En cualquiera de los casos, el eslabón 4 oscila.

El diseño cinemático se ocupa de los requerimientos de movimiento, sin abordar los requerimientos de fuerza.

### Movimiento Plano de Rotación

Si cada punto de un cuerpo rígido que tiene movimiento plano permanece a una distancia constante de un eje fijo que está perpendicular al plano del movimiento, el cuerpo tiene movimiento de rotación. Si el cuerpo se mueve en vaivén en un ángulo dado, se dice que oscila, como se muestra en la figura 1 en que el eslabón 2 gira y el 4 oscila entre las posiciones  $B'$  y  $B''$

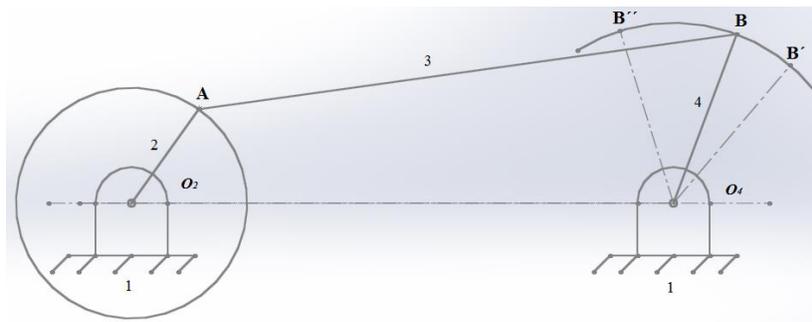


Figura 1.1

Mecanismo de cuatro barras articuladas.

### Transmisión de movimiento

En el estudio de los mecanismos es necesario investigar el método mediante el cual se puede transmitir el movimiento de un miembro a otro. El movimiento se puede transmitir en tres formas:

- Contacto directo entre dos miembros tales como entre una leva y su seguidor o entre dos engranes
- Por medio de un eslabón intermedio o biela
- Por medio de un conector flexible como una banda o una cadena

## Movilidad o Número de grados de libertad

La movilidad es uno de los conceptos más fundamentales en el estudio de la cinemática. Por definición la *movilidad* de un mecanismo es el número de grado de libertad que posee. Una definición equivalente de movilidad es el número de parámetros independientes requeridos para especificar la posición de cada uno de los eslabones de un mecanismo. La movilidad total del sistema está dada por la ecuación de Grubler.

$M =$  Movilidad o número de grados de libertad

$n =$  Número total de eslabones, incluyendo al piso

$f_1 =$  Número total de uniones de un grado de libertad

$f_2 =$  Número de uniones de dos grados de libertad

$$M = 3(n - 1) - 2f_1 - f_2 \quad \text{Ecuación de Grubler}$$

Las siguientes definiciones se aplican a la movilidad real o efectiva de un dispositivo:

$M \geq 1$ : El dispositivo es un mecanismo con  $M$  grados de libertad.

$M = 0$ : El dispositivo es una estructura estáticamente determinada.

$M \leq -1$ : El dispositivo es una estructura estáticamente indeterminada

## 2. Justificación

El proyecto que se llevará a cabo para llevar a cabo la residencia, es para tener una alternativa diferente a la que hoy en día usa la industria "Cales y Morteros del Grijalva S.A de C.V." el cual es un diseño de un mecanismo para realizar cortes en la piedra caliza, el cual ayudará de manera significativa a la empresa, por la manera en que realiza el proceso de la obtención de la calhidra, hoy en día puede mejorarse, la descripción del proceso que se realiza en la calera es el siguiente:

1. Se extrae por medio de voladoras a base de uso de explosivos. obteniéndose así una piedra. La cual es recolectada por unos trascabos y transportadas por los volteos al área de trituración, cremaría y trituración
2. La piedra se tritura a un tamaño adecuado para su posterior calcinación. La trituración se lleva a cabo en una vibradora movida por un motor de 100 HP, las piedras de tamaño reducido pasa por una banda transportadora, para ser llevadas a una tolva, y así poder llenar los tractores nuevamente.

3. Posteriormente la piedra es alimentada a los hornos donde esta se calcina, este punto en el cual la piedra caliza se convierte en oxido de calcio.
4. Se tiene un cuarto de control donde se maneja en forma automática las cargas y descargas de la piedra.
5. Después de ser calcinada la piedra es conducida por medio de bandas donde se tritura hasta hacerlo polvo.
6. Luego se lleva a un cuarto de almacenamiento.
7. Este polvo (óxido de calcio  $\text{CaO}$ ) se pasa por el proceso de hidratación, para poder pasar a un silo para ser envasado por medio de un envasador rotatorio, y después es envasado en camiones listo para su distribución.

Con este proceso de obtención se enfocará principalmente en la primera fase, ya que con las explosiones al extraer la piedra esta provoca la contaminación del medio ambiente, y además de la gran cantidad de residuos (polvo) que este proceso desprende, cerca de la industria se encuentra un poblado y estas explosiones generan el inconveniente ambiental descrito anteriormente, el problema no es solo eso ya que trabajadores están expuestos a dichos residuos y podrían provocar enfermedades tales como asma o aquellas derivadas por este problema

Así que así también se pretende indirectamente reducir los gastos, ya que las cortadoras convencionales entran en contacto directo con las piezas a cortar, lo que produce fricción y la consecuencia es el desgaste en los dientes. La cortadora a base de chorro de agua no entra en contacto directo con la pieza a cortar por lo que no hay desgaste de la pieza.

Es en este punto es donde se pretende entrar para poder aportar una idea y llevarla a cabo, el proyecto consiste en reducir el problema descrito, con la cortadora a base de flujo a presión se generará solo el mínimo levantamiento de polvo, además se producirán bloques de piedra mucho más fácil de transportar ya que saldrían en forma de vigas en Cantiliver.

### 3. Objetivos

#### 3.1. Objetivos generales

Diseñar un mecanismo para mover los cortadores con un ángulo de  $29^\circ$  a través de un motor eléctrico, para poder realizar cortes en forma de vigas en Cantiliver sobre piedra caliza.

#### 3.2. Objetivos específicos

- Evaluar y analizar los tiempos de respuestas del mecanismo.
- Implementar el dispositivo para poder realizar los cortes.
- Evaluar las condiciones ambientales de la empresa.

## 4. Caracterización del área de trabajo

### 4.1. Antecedentes de la empresa

El Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez (ITTG); es una universidad pública de tecnología, ubicada en la Ciudad de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. Es una Institución educativa pública de educación superior, que forma parte del Sistema Nacional de Institutos Tecnológicos de México. El Instituto también está afiliado a la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES), zona Sur-Sureste.

Fue fundado el 22 de octubre de 1972, por el entonces Gobernador del Estado, Dr. Manuel Velasco Suárez, inicialmente con el nombre de Instituto Tecnológico Regional de Tuxtla Gutiérrez (ITRTG), posteriormente se llamaría el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez (ITTG).

Actualmente es considerado la segunda casa de estudios del estado de Chiapas, junto con la Universidad de Ciencias y Artes de Chiapas, su lema es **Ciencia y Tecnología con Sentido Humano** y su actual director es el M.E.H. José Luis Méndez Navarro. Cuenta con una extensión en la vecina ciudad de Chiapa de Corzo y posee un Centro de Posgraduados.



Figura 2.1

Universidad Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez

#### 4.1.1. Ubicación de la empresa

Carretera Panamericana Km 1080

C.P 29050

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.

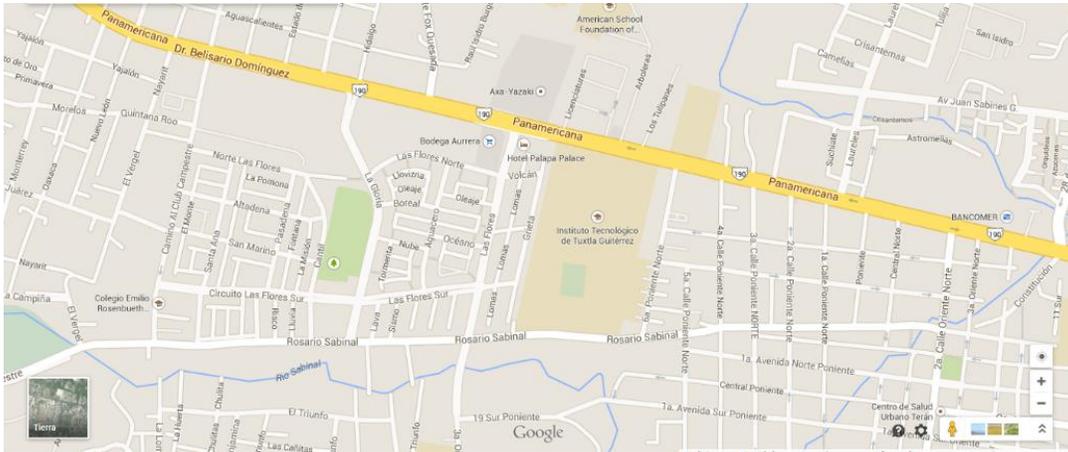


Figura 2.2

Ubicación del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez

#### 4.1.2. Misión

Formar de manera integral profesionistas en el campo de la ciencia y la tecnología con actitud emprendedora, respeto al medio ambiente y apego a los valores éticos.

#### 4.1.3. Visión

Es una institución de excelencia en la educación superior tecnológica del sureste, comprometida con el desarrollo socioeconómico sustentable de la región.

#### 4.1.4. Política de calidad

El Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez establece el compromiso de implementar todos sus procesos orientándolos hacia la satisfacción de sus clientes, sustentada en la Calidad del Proceso Educativo: Formación y Desarrollo de Competencias Profesionales, para cumplir con sus requisitos, mediante la eficacia de un Sistema de Gestión de la Calidad y mejora continua, conforme a la norma **ISO 9001:2008** y su equivalente nacional **NMX-CC-9001-IMNC-2008**.

#### 4.1.5. Logo de la empresa



Figura 3.1

Logo del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez



#### 4.3. Descripción del área donde se realizará el proyecto

El Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez es una institución encargada en la formación de profesionistas comprometidos con la ciencia y la tecnología, el objetivo es que la persona egrese de la institución educativa con la capacidad para decidir y actuar con un criterio eficaz, razonado, ético y oportuno, en una situación determinada. Esta institución cuenta con las licenciaturas como: Ingeniería bioquímica, eléctrica, electrónica, mecánica, química, sistemas computacionales, gestión empresarial e industrial, además de licenciaturas cuenta con maestrías como: ciencias en ingeniería mecatrónica e y ciencias en ingeniería bioquímica.

Además esta misma institución cuenta con 7 licenciaturas certificadas, 6 de estas licenciaturas están certificadas por el Consejo de Acreditación de la Enseñanza en Ingeniería A.C. (CACEI), la carrera de ingeniería en sistemas computacionales está certificada por consejo nacional de acreditación en informática y computación (CONAIC), la única carrera que no se encuentra certificada es la de Ingeniería en gestión empresarial.

También tiene una propuesta para los alumnos la cual es la formación y desarrollo de competencias profesionales basado en el modelo educativo en competencias profesionales del SNEST.

El instituto tecnológico de Tuxtla Gutiérrez es una institución encargada en la formación de profesionistas comprometidos con la ciencia y tecnología, se compromete a tener las herramientas necesarias para así cumplir en ese aspecto, para lo cual la institución cuenta con instalaciones óptimas para que el estudiante tenga así; un lugar de confort, una amplia recopilación de información con múltiples autores, y una amplia gama de títulos.

El área en la cual se trabajara será para el departamento de ingeniería mecánica llamado metal-mecánica, ya que este departamento fue el encargado de entregar el proyecto diseño de una cortadora para piedra caliza.

Este departamento cuenta con un laboratorio donde podemos encontrar tornos y una fresadora, además de un laboratorio de hidráulica y robótica donde el alumno puede desenvolverse en su formación como ingeniero mecánico.

## 5. Problemas a resolver priorizándolos

El principal problema que se presenta es la falta de una cortadora a base de un mecanismo, ya que la calera "Cales y Morteros del Grijalva S.A de C.V. cuenta con problemas de contaminación y personas han sufrido las consecuencias del polvo, ya que al cortar la piedra caliza esta desprende polvo que puede perjudicar la salud de las personas que se encuentran cerca, ya se trabajadores o incluso las personas que viven muy cerca de la empresa podrían sufrir daños, esta empresa no cuenta con una cortadora que satisfaga dichas necesidades, además de esto la cortadora ofrece el corte adecuado para la piedra caliza, ya que al tener cortes con diámetros en algunas ocasiones demasiados largos y el proceso de convertir la piedra caliza en cal puede llevar más tiempo o no se obtiene los resultados esperados. Por lo tanto esto produce pérdidas para las empresas dedicadas a este tipo de trabajo.

Con la nueva cortadora además de innovar y tener un mejor control se pretende:

- Disminuir los riesgos en las personas.
- Reducir la contaminación del medio ambiente.
- Ofrecer eficiencia en el proceso de la elaboración de la calhidra.

## 6. Alcances y limitaciones

### 6.1. Alcances

El mecanismo en el cual se trabaja tiene la finalidad de que cada uno de sus brazos alcance la oscilación de  $29^\circ$ , el cual se pretende simularlo en un software (WorkingModel) y de esta manera se podrá determinar los límites que el brazo podría llegar a tener, para así poder determinar que cuando se instale la bomba necesaria y adecuada podrá hacer el corte; para cuando los tres brazos hagan su trabajo, este mecanismo podrá realizar un corte efectivo en forma de bloque.

### 6.2. Limitaciones

Al realizar este proyecto, el principal obstáculo a tratar de diseñar el mecanismo; es el de no saber qué cantidad de presión que tendrá cada la bomba instalada para que podamos determinar el tipo de material a usarse y que tanto puede resistir este una vez puesto en marcha la cortadora.

Otra de las limitaciones es el de no saber exactamente el tamaño real de trabajo, ya que nosotros tenemos que suponer el tamaño, para esto haríamos un diseño a escala, para poder generalizar para cualquier tipo de medida que la empresa requiera, y a la vez poder satisfacer las necesidades que se presenten.

### 6.3. Proceso y descripción de las actividades realizadas

- Semana 1 (25 de agosto a 29 de agosto)

El primer paso que se realizó fue la recopilación de información en libros, revistas y artículos científicos, en los cuales se buscó información principalmente de todo lo relacionado con el avance de las cortadoras por chorro de agua a presión que existen hoy en día en el mercado, así poder saber que maquinas existen y de las que de estas mismas que se podría mejorar o en que podríamos rediseñarlas, ya que se pretenden implementar y poder ayudar a la empresa con el problema con que están lidiando.

Entre los libros de mayor interés que encontramos fue el de “Mecanismos y dinámica de maquinaria” del autor Hamilton H. Mabie y Charles F. Reinholtz;

Porque debido a el proyecto se basa puramente en el diseño de un mecanismo, este libró será nuestro libro de consulta que por su contenido en mecanismos, tipo de movimiento o los movimientos que este realizará, así como las partes que conforman a este.

Otro libro de interés; Waterjetting Technology de David A. Summers, en donde están el principio de este tipo de máquinas (Cortadora por chorro de agua a presión) en la industria mineral, el cual lleva el mismo principio que la nuestra.

- Semana 2 (01 de Septiembre a 05 de Septiembre de 2014)

Una vez teniendo en cuenta la información del mecanismo se dispuso a buscar información acerca de la empresa, por ejemplo: los antecedentes, construcción, inauguración, además de esto se recolecto información de la política de calidad de esta misma, aquí también se adjuntaron los valores, misión y visión que ofrece la institución, y de la misma manera el organigrama para conocer más de ella, además se añade la ubicación, así como el área donde se realizara el trabajo dentro de la misma.

Basándose en la información que se recolecto se puede justificar el proyecto de un manera razonable, además de esto se espera ofrecer una ayuda con este mecanismo de manera significativa.

Como ya se contaba con la información del mecanismo, de donde partiremos para poder empezar a diseñar el mecanismo, en esta semana se tuvo que ver la mayor parte de lo que tendríamos en la parte teórica, así que empezamos con realizar; la introducción, el marco teórico, los objetivos generales y específicos y todo lo relacionado del lugar en donde se llevará a cabo el proyecto.

- Semana 3 (08 de Septiembre a 12 de Septiembre de 2014)

El funcionamiento del mecanismo se basa principalmente en cómo opera cada una de las partes que lo conforman, así que para tener una mayor visión en cómo será el funcionamiento de principio a fin de cada una de estas, nos dimos a la tarea de investigar la razón de ser de cada uno de ellos.

En este punto tenemos que tomar en cuenta todo lo relacionado en el diseño del mecanismo, los materiales que utilizaremos, que software o herramientas computacionales podemos utilizar para analizarlo, y poder en esta parte ser rediseñar antes de hacerlo físicamente, y que el diseño sea factible para que la siguiente fase del proyecto de residencia tenga una base fundamentada.

- Semana 4 (15 de Septiembre a 19 de Septiembre de 2014)

En esta semana se procedió a determinar las ecuaciones que describen el mecanismo de cuatro barras, para el análisis de los mecanismos estos tienen que cumplir con la ecuación del cierre del circuito, ya que esta ecuación es la base del estudio cinemática de un mecanismo, se pueden representar posición, velocidad y aceleración.

Se buscó programas para diseño de mecanismos y el que se encontró fue el SAM 6.1 que es un programa muy básico en el cual se pueden representar eslabones en forma de líneas, con este programa se pretendía modelar y entender un poco más acerca del mecanismo, y además tener una mejor perspectiva sobre este, no se pudo avanzar hasta donde se quería, porque al tener la versión de prueba o demo esta carecía de muchas herramientas importantes para el diseño del mecanismo.

Se empezó con el diseño de algunas partes del mecanismo, lo primero que se observó es como sería transmitida la potencia del motor al mecanismo, en este punto se encontró con el dilema entre si se usaría bandas o cadenas, se encontró que las ventajas que tienen las cadenas es la duración casi ilimitada, pues normalmente no necesitan sustitución, pero el problema en el funcionamiento de las cadenas es que estas son mucho más ruidosas que las bandas y uno de los objetivos que se plantea en los objetivos se menciona que el ruido es uno de los problemas que se pretenden resolver, pero las ventajas que ofrecen las cadenas sobre las bandas es que en caso de fallar normalmente las cadenas avisan, esto se puede identificar por que la distribución empieza a sonar de forma muy rara y las bandas no cuentan con este mecanismo de avisar acerca sobre una falla sobre sí misma, la rotura de una cadena o una banda podría provocar daños muy graves en el motor, además de esto se encontró con el problema que la banda podría tener un deslizamiento y esto quizás podría provocar un accidente.

- Semana 5 (22 de Septiembre a 26 de Septiembre de 2014)

En esta semana se procedió a utilizar las ecuaciones de análisis de posición de mecanismos para cuatro barras del libro Mabie, las ecuaciones nos servirían para posicionar el mecanismo, ya que el ejemplo que viene en el libro Mabie es para un mecanismo que se encuentra en tierra, donde el eslabón (1) según en el Mabie como le llamamos, el ángulo para esa posición es de  $0^\circ$ , tuvimos problemas porque no sabíamos si al hacer los cálculos nos arrojaba resultados correctos, se utilizó el programa EES para hacer un pequeño programa donde al introducir el ángulo de entrada este nos pudiera arrojar el resultado del ángulo de salida, se hizo esto para acelerar los datos, ya que al estar haciendo manualmente se perdía mucho tiempo, y podía ser que nos equivocáramos en algún número, se utilizó el programa SolidWork para comprobar y hacer un pequeño dibujo con los datos que teníamos y los datos que nos arrojaba la ecuación, se procedió a verificar si estas ecuaciones estaban bien, se encontró que con los ángulos arrojados el mecanismo no cerraba, es decir, se hizo una pequeña comparación entre el método gráfico (si así se puede decir) y el método analítico, el método analítico de estas ecuaciones nos arrojaba un ángulo para  $\theta_4$  el cual depende de el ángulo de entrada  $\theta_2$ , lo que se hizo en solidwork es dibujar primeramente el eslabón 2 con su ángulo  $\theta_2$ , de la misma manera se hizo para el eslabón con su ángulo predeterminadamente definido llamado  $\theta_1$ , este ángulo  $\theta_1$  en el mecanismo es constante Figura 6.1, se dibujó el eslabón 4 con su ángulo  $\theta_4$  que nos arrojaban las ecuaciones, al querer dibujar el eslabón 3 se tuvo el problema que la distancia que existía entre el eslabón 2 y 4 no era la que se había determinado, es decir, este mecanismo no cerraba con los datos que se obtuvieron de las ecuaciones, en un principio se llegó a pensar que quizás se había hecho algo mal en las ecuaciones o quizás al hacer el cálculo aritmético se habían introducido mal algún número. Se tomó un ángulo para  $\theta_2$  y se hizo el cálculo manualmente y con el programa antes hecho, se encontró que tanto en el cálculo manual y el programa en el EES arrojaba el mismo resultado.

Lo que se hizo después fue verificar en el programa de SolidWork utilizando la herramienta de análisis gráfico que diferencia había entre los datos arrojados por las ecuaciones y este método, se encontró que el error que se tenía en algunas ocasiones eran de entre  $3^\circ$  y  $7^\circ$ .

La solución que se encontró es que las ecuaciones del Mabie (número de ecuaciones) es que el ángulo llamado  $\theta_1$  es de  $0^\circ$ , es decir, que las ecuaciones son para mecanismos que se encuentran en tierra, se ha de señalar que como  $\theta_1$  tiene un ángulo constante se utilizó la herramienta de que al obtener  $\theta_4$  se le sumaba el ángulo  $\theta_1$  ya que se estaban rotando los ejes. (Por que se multiplicaba el error)

- Semana 6 (29 de Septiembre a 03 de Octubre de 2014)

Se empezó con utilizar o aprender un poco del programa WorkingModel, en este programa se dibujó el diseño del mecanismo de cuatro barras con sus medidas de cada eslabón y se eligió que el ángulo de entrada  $\theta_2=90^\circ$ , se le dio el eslabón 1 el ángulo  $\theta_1 = 34.5484$  que ya se había definido anteriormente en las ecuaciones (numero de ecuaciones), se formo el mecanismo con todas las medidas exactas, se observo que el eslabón 4 alcanzaba su máxima altura cuando  $\theta_2=90^\circ$ , es decir, que  $\theta_4=165.5$  y alcanzaba su menor altura cuando  $\theta_2 = 90^\circ$ , es decir, que  $\theta_4 = 165.5$ , estos ángulos de  $\theta_4$  son los limites tanto superior e inferior que el mecanismo deberá alcanzar, ya que en al deducir las ecuaciones (numero de ecuaciones) se dieron estos límites, ahora teniendo de alguna manera un apoyo visual estos ángulos deberían aparecer en las ecuaciones de posición de mecanismos, entonces como las ecuaciones de Mabie no resultaron se consultó otro libro, y tomamos el libro de diseño de maquinaria de Robert L. Norton, para encontrar las diferencias que habían con las ecuaciones del Mabie, y además ver si de alguna manera con estas ecuaciones encontrábamos datos más claros, estas ecuaciones son de la misma manera para un mecanismo de cuatro pero que está en tierra ( $\theta_1 = 0$ ), de la misma manera para las ecuaciones de Mabbie se hizo un programa para no hacer de manera manual los cálculos, al introducir los datos en las ecuaciones y hacer coincidir con los datos que nos arrojaba el programa WorkingModel paso lo mismo, ahora la diferencia disminuyo tan solo por un grado.

Lo que se encontró es que el error dado por el ángulo  $\theta_1$  se multiplicaba, ya que las ecuaciones descritas tanto en el libro de Mabbie como el Norton era para un eslabón en tierra.

- Semana 7 (06 de Octubre a 10 de Octubre de 2014)

Para encontrar la solución del problema que se tenía es utilizar el método de números complejos como vectores para ver si de alguna manera se podrían obtener datos precisos acerca de lo que ocurría en el mecanismo, en la página () se encuentran las ecuaciones para un mecanismo de cuatros barras en tierra, es decir que el ángulo  $\theta_1 = 0$ , lo que se pretendía hacer era introducir el ángulo  $\theta_1$  en las ecuaciones, es decir tener ecuaciones particulares para el mecanismo que se está diseñando, se siguió el mismo proceso del libro Norton para encontrar el ángulo de salida preciso, se dispuso a deducir las ecuaciones, no es un método que digamos que es difícil pero si es un poco tedioso, al final encontramos una solución particular para nuestro mecanismo, se dispuso como en los casos anteriores hacer un pequeño programa utilizando el EES, se introdujo el ángulo de entrada  $\theta_2$  en el programa para que este nos arrojara el ángulo de salida  $\theta_4$ , se probo con el ángulo  $\theta_2 = 90^\circ$  el ángulo de salida  $\theta_4$  que nos arrojó fue de  $\theta_4 = 165.5$ , como se había dicho antes que al diseñarlo en el workingmodel este era el ángulo que se encontraba en  $\theta_4$ . Se hizo lo mismo para

encontrar el ángulo  $\theta_3$  siguiendo los mismos pasos que se hicieron anteriormente, de igual manera se hizo un programa donde nos arrojaba el ángulo  $\theta_3$  y lo comprobamos con el método gráfico en el workingmodel y los ángulos que se obtuvieron fueron precisos.

Teniendo ya los ángulos se hizo un programa general, en el cual incluiría introduciendo los datos de  $\theta_2$  este arrojaría los ángulos  $\theta_3$  y  $\theta_4$  respectivamente.

Teniendo esto se procedió al diseño completo del mecanismo. Ya que todas las medidas se tenían.

Una vez obtenido los resultados y teniendo ya con exactitud las medidas exactas de cada eslabón, así como también los ángulos que hay entre estos, se procedió a utilizar el WorkingModel.

- Semana 8 (13 de Octubre a 17 de Octubre de 2014)

Al terminar el mecanismo con todas sus medidas y ángulos respectivamente definidos anteriormente, al darle el movimiento a todo el mecanismo había un punto donde el mecanismo no realizaba el movimiento que se esperaba, el eslabonamiento 2 presentaba un detalle, esta parte del mecanismo no giraba completamente, es decir, cuando se suponía que esta parte del mecanismo debería girar completamente ( $360^\circ$ ) en sentido contrario a las agujas del reloj al llegar a los  $270^\circ$  este mecanismo giraba ahora en sentido de las manecillas del reloj, su velocidad angular cambiaba el sentido. Se procedió analizar esta parte del mecanismo en donde la velocidad angular cambiaba de sentido y se encontró que en este punto pasaba de tener un valor positivo a cero y de cero a tener un valor contrario. A pesar del movimiento que realizaba el mecanismo en esta parte, si se logró con el objetivo, el eslabón que funcionaba como balancín alcanzaba sus valores máximos y mínimos.

- Semana 9 (20 de Octubre a 24 de Octubre de 2014)

Se procedió hacer el análisis cinemático del mecanismo, solo se analizó una parte del todo el conjunto del mecanismo, se tomó el mecanismo de cuatro barras superior para encontrar las ecuaciones que definen las velocidades angulares y aceleraciones cuando  $\theta_2 = 90^\circ$ , se tomo este ángulo en particular por que se había mencionado anteriormente que cuando este ángulo se encontraba en  $90^\circ$  el eslabón 4 alcanzaba su máximo valor, solo se tomó una parte del mecanismo porque los tres mecanismos de cuatro barras realizan el mismo movimiento.

- Semana 10 y 11 (27 de Octubre a 07 de Noviembre de 2014)

Esta semana se procedió a realizar el análisis de fuerzas, este análisis es mucho más complicado que los análisis de posición, velocidad y aceleración, antes de empezar con el análisis de fuerzas se tienen que obtener las velocidades y aceleraciones de cada eslabón que compone a el mecanismo, además de que se deben de conocer la geometría de los eslabones con la cual se encontraran los momentos de inercia, este análisis requiere un poco más de esfuerzo que los otros tipos de análisis antes mencionados.

Se investigaron los métodos que existen para el análisis de fuerzas, se eligió el método vectorial para el análisis de fuerzas. Se eligió este método por que con este método ya se había tenido contacto anteriormente.

## 7. Fundamento Teórico

### 7.1. Introducción al diseño

Diseñar es formular un plan para satisfacer una necesidad específica o resolver un problema. Si el plan resulta en la creación de algo físicamente real, entonces el producto debe ser funcional, seguro, confiable, competitivo, útil, que pueda fabricarse y comercializarse. (Budynas y Nisbett, 2010)

El diseño de mecanismo y su implementación en las maquinas es con frecuencia un proceso iterativo complejo en el que se deben considerar muchos factores relacionados en cada etapa del diseño. El mecanismo que se presenta aun cuando la cinemática de un dispositivo puede ser sencilla, el diseño de una maquina completa es generalmente bastante complicado. (Mabie y Reinholtz, 2011)

### 7.2. Conceptos básicos

Los términos mecanismo y maquina se emplearán con frecuencia en el estudio de los mecanismos; se define como sigue:

Un *mecanismo* es una combinación de cuerpos rígidos o resistentes formados de tal manera y conectados de tal forma que se mueven uno sobre el otro con un movimiento relativo definido.

Una *máquina* es un mecanismo o conjunto de mecanismos que transmiten fuerza desde la fuente de energía que se debe vencer.

Juntas: Es una conexión entre dos o más eslabones (en sus nodos), la cual permite algún movimiento, o movimiento potencial, entre los eslabones conectados.

Se pueden clasificar de varias maneras.

1. Por tipo de contacto entre los elementos, de línea, de punto o de superficies.
2. Por número de grados de libertad permitidos en la junta.
3. Por tipo de cierre físico de la junta: cerrada por fuerza o por forma.
4. Por número de eslabones unidos (orden de la junta).

Las *cadena*s son un ensamble de eslabones y juntas interconectadas de modo que produzcan un movimiento controlado en respuesta a un movimiento suministrado

Un Motor hidráulico: El motor es la parte sistemática de una máquina capaz de hacer funcionar el mecanismo.

Cadena de rodillos: Es la conexión que existe entre los rodillos.

Cadena motriz de rodillos: Es la conexión que existe entre el motor y el rodillo.

Brazo rociador intermedio: Brazo que se encuentra entre el brazo superior y el brazo inferior.

Brazo rociador inferior: Brazo que se encuentra en la parte inferior del mecanismo

Brazo rociador superior: Brazo que se encuentra en la parte superior del mecanismo

Eslabón conector entre los brazos rociadores superior e inferior: Este eslabón conecta el brazo superior e inferior del mecanismo, su trabajo es que cuando el eslabón superior baje el eslabón inferior hará lo mismo. (Mott. Robert L. 1992)

### 7.3. Fases e iteraciones del proceso de diseño

#### Identificación de una necesidad

Por lo general, el proceso de diseño comienza con la *identificación de una necesidad*. Con frecuencia, el reconocimiento y la expresión de ésta constituyen un acto muy creativo, porque la necesidad quizá sólo sea una vaga inconformidad, un sentimiento de inquietud o la detección de que algo no está bien.

#### Definición del problema

Esta fase debe ser más específica y debe incluir todas las especificaciones del objeto que va a diseñarse. Las especificaciones son las cantidades de entrada y salida, las características y dimensiones del espacio que el objeto debe ocupar y todas las limitaciones sobre estas cantidades.

#### Síntesis

Varios esquemas deben proponerse, investigarse y cuantificarse en términos de medidas establecidas. A medida que el desarrollo del esquema progresa, se deben realizar análisis para evaluar si el desempeño del sistema es cuando menos satisfactorio, y si lo es, qué tan bien se desempeñará.

#### Análisis y Optimización

Tanto el análisis como la optimización requieren que se construyan o inventen modelos abstractos del sistema que admitirá alguna forma de análisis matemático. A estos modelos se les llama modelos matemáticos. Cuando se les crea se espera que sea posible encontrar uno que simule muy bien al sistema físico real.

#### Evaluación

Es una fase significativa del proceso de diseño total. La evaluación representa la prueba final de un diseño exitoso y por lo general implica la prueba del prototipo en

el laboratorio. Aquí se desea descubrir si el diseño en verdad satisface la necesidad o las necesidades.

#### Presentación

Es un trabajo de venta. El ingeniero, cuando presenta una nueva solución al personal administrativo, gerencial o de supervisión, está tratando de vender o de probarles que la solución que él propone es la mejor.

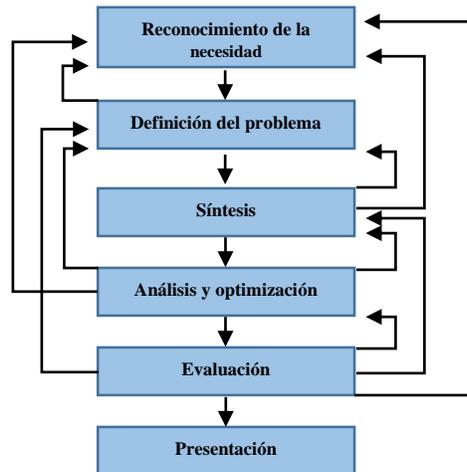


Figura 4.1

Fases del proceso de diseño que reconocen múltiples retroalimentaciones e iteraciones

#### 7.4. Herramientas y recursos de diseño

En la actualidad, el ingeniero tiene una gran variedad de herramientas y recursos disponibles que le ayudan a solucionar problemas de diseño. El ingeniero siempre necesita información técnica, ya sea en forma de desempeño básico en ciencias/ingeniería.

##### 7.4.1. Herramientas computacionales

El software para el diseño asistido por computadora (CAD) permite el desarrollo de diseños tridimensionales (3-D) a partir de los cuales pueden producirse vistas ortográficas convencionales en dos dimensiones con dimensionamiento automático. Las trayectorias de las herramientas pueden generarse a partir de los modelos 3-D y, en algunos casos, las partes pueden crearse directamente desde una base de datos 3-D mediante el uso de un método para la creación rápida de prototipos y manufactura estereolitografía o *manufactura sin papeles*.

Existe una gran cantidad de software de CAD disponible como Aries, AutoCAD, CadKey, I-Deas, Unigraphics, Solid Works y ProEngineer, sólo por mencionar algunos.

##### 7.4.2. Adquisición de información técnica

En la actualidad vivimos en la que ha sido llamada la era de la información, donde ésta se genera a un ritmo sorprendente. Es difícil, pero extremadamente importante,

mantenerse al corriente de los desarrollos recientes y actuales de cualquier campo de estudio y ocupación.

Algunas fuentes de información son:

- Bibliotecas
- Fuentes gubernamentales
- Sociedades profesionales

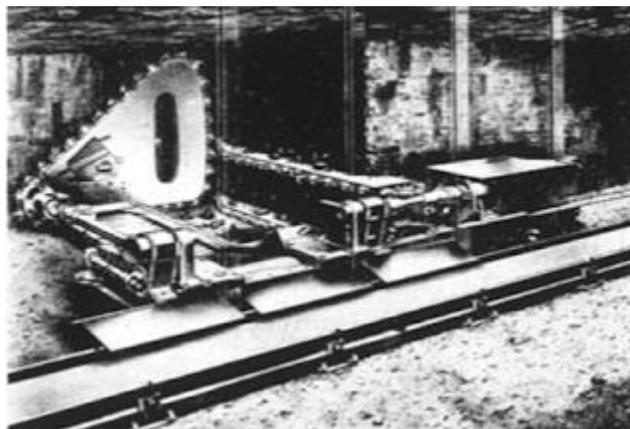
#### 7.5. Evolución de cortadoras por chorro de agua a presión

El uso de chorro de agua a presión en la industria minera de carbón ha ido evolucionando de acuerdo a la necesidad y mejoras que se han requerido, ya sea para una mayor facilidad para manejarla y poder generar productividad, a continuación veremos cómo han ido cambiando cada una de ellas y el porqué.

Hay varias maneras diferentes que se han propuesto en los últimos años para resolver el problema. Inicialmente se basaban en las máquinas mineras existentes y métodos para la extracción del carbón, pero con los dientes de una máquina convencional sustituidos por chorros de agua de alta presión.

##### 7.5.1. Meco Moore

Fue diseñado para trabajar en la veta de carbón en un panel de tajo largo. Sus dos (posteriormente tres) las barras de corte, o 'horcas', serían esquilar y socavar la costura, y cargar el carbón corte en una cinta transportadora adjunto, eliminando a los túneles de acceso. Fue la primera máquina diseñada para realizar tantas tareas de corte y carga al mismo tiempo - con anterioridad, los mineros tendrían que volar la costura, una operación mucho más arriesgado.

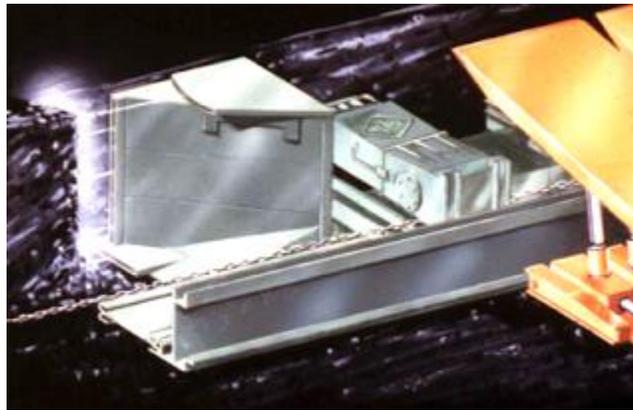


*Figura 4.2*

Máquina de explotación minera Meco-Moore creó para las minas de carbón. Las horcas cortador corte ranuras y el carbón y luego se desploma sobre el transportador transversal.

### 7.5.2. MS & T Hydrominer

Una máquina ya evolucionada de este tipo fue el MS & T Hydrominer, donde los dientes de corte a lo largo del borde de un arado de carbón fueron sustituidos por los chorros de agua oscilantes de doble orificio para cortar una ranura de corte alrededor del carbón que se extrae.



*Figura 4.3*

Impresión artística de la inicial Hydrominer, con chorros de corte una ranura de un pie de profundidad por delante de la forma de cuña del arado.

El agua utilizada era menor que la usada convencionalmente en una máquina de minería para suprimir el polvo generado como el carbón se extrae a partir del sólido, y las cargas de carbón sobre la transportadora cara blindada en la que se monta abajo de la cara.

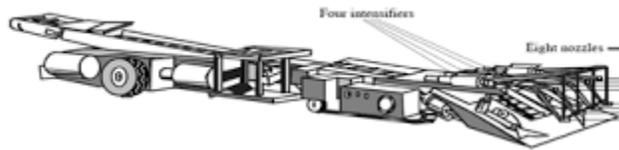
Ese particular diseño se basó en una máquina mecánica antes, el Meco-Moore, que trabajaba en un tajo largo en el Reino Unido.

Sin embargo, este concepto requiere una considerable inversión en el equipo de tajo largo apoyar tanto a sostener el techo y para eliminar el carbón. Una aproximación alternativa era continuar con la minería techo y pilar convencional, que es el método más popular de la minería subterránea de carbón en los Estados Unidos, pero sustituyendo de nuevo los dientes de corte con chorros de agua. El primero de ellos fue concebido por el Instituto de Investigación del IIT en Chicago, bajo el Dr. Madan Singh.

### 7.5.3. Chorro de agua a alta presión minero continuo

Por desgracia, en esta configuración, el sistema no funcionaba bien. Las presiones de chorro utilizados eran demasiado altos, y en consecuencia los volúmenes de los chorros demasiado bajos para lograr una penetración profunda en el carbón. Cuando los aviones fueron sustituidos por una combinación similar a la de la

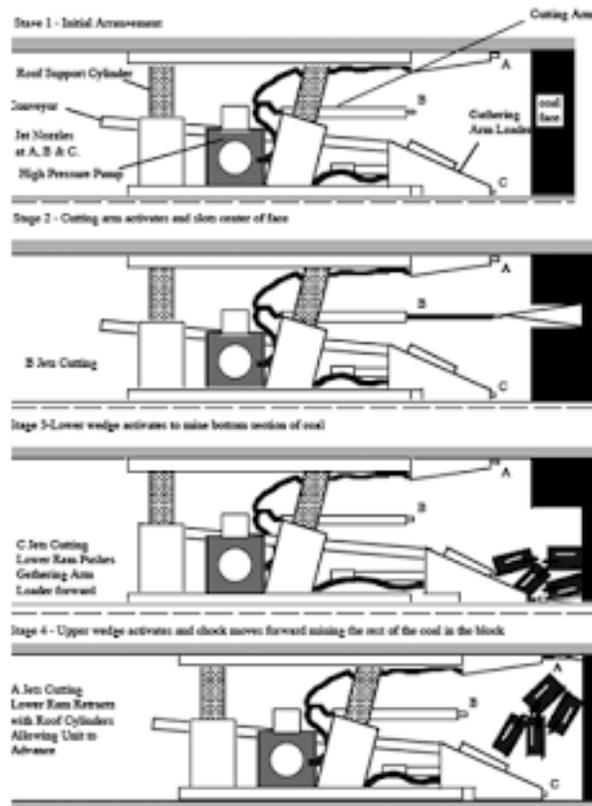
Hydrominer, y en un dispositivo que llamamos estoques, se logró un rendimiento ligeramente mejor.



*Figura 4.4*

Un chorro de agua a alta presión minero continuo.

Progresión de la máquina de estoques de extracción de cámaras y pilares. Ambas máquinas requiere que un segundo conjunto de máquinas se sienta detrás de la excavadora y se llevan el carbón que había sido extraído, de nuevo a un costo significativo, y también requiere máquinas para sostener el techo.



*Figura 4.5*

Progresión de la máquina de estoques de extracción de cámaras y pilares.

Hay un tipo diferente de máquina que se utiliza a menudo en el borde del límite productivo de la minería de superficie. Como costuras cerca de la superficie se vuelven más profundos por lo que el costo de la eliminación del material suprayacente se vuelve demasiado caro para justificar la minería continua. En ese

punto las empresas pueden traer en una barrena que puede perforar agujeros largos en el carbón, y retire el material como con barrenas convencionales más pequeñas que podrían ser utilizados para la perforación en tierra (o incluso la perforación de agujeros en la madera).



*Figura 4.6*

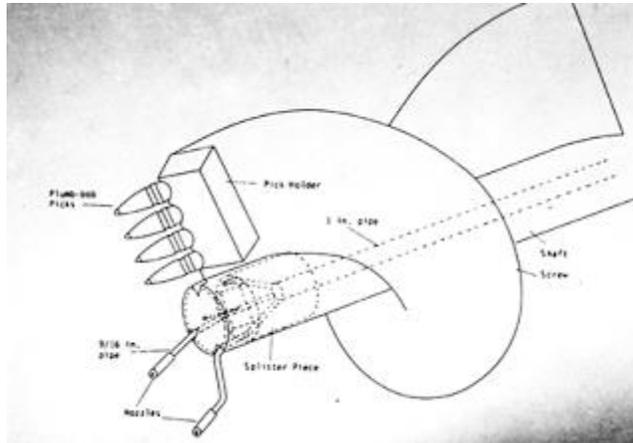
Convencional minera barrena (Rosamine)

Debido a que la barrena perfora un agujero con el tamaño del siguiente desplazamiento, es relativamente fácil de llevar el carbón de vuelta fuera del agujero horizontal, lo que podría exceder de 300 pies de profundidad. Pero hay un problema con la máquina, en que la fuerza de corte para empujar los dientes de barrena en el carbón en la cara de la máquina tiene que ser llevado a través de toda la cadena de barrenas.

Debido a la serie de segmentos de esto se hace más difícil de controlar con profundidades más largos, y además hay una pérdida de fricción debido a la fricción continua de los rollos contra el suelo y lados del orificio. En conjunto, estos actúan para limitar la gama de la máquina, ya que hay poco a dirigir la máquina distinta de la dirección del agujero, como se profundiza.

#### 7.5.4. Waterjets

Sin embargo, los picos en la cara de la barrena se sustituyen en gran medida con boquillas de chorro de agua, en particular en el borde exterior de la barrena, y con el flujo dirigido allí, en lugar de, como se muestra en la Figura 4.6, hacia el centro, a continuación, una cara libre externa, hasta un pie de profundidad, se puede cortar por delante de la cabeza de corte. Con las cabezas del taladro más grandes las boquillas pueden ser colocados en la cara, para romper una costilla del carbón, debería empezar a ser demasiado grande - especialmente desde que el carbón necesario fragmentar un tanto para alimentar hacia el extractor.



*Figura 4.7*

Sustitución de los picos en la cara de la barrena por boquillas de chorro de agua

La reducción en la cantidad de fuerza que esto permite el movimiento de la barrena en el carbón se puede ilustrar con el ejemplo. En el desarrollo de una versión de la máquina que construimos una cara de carbón artificial, compuesto de piezas de carbón y cemento. Es un poco más resistente que el carbón convencional, sin embargo, el estudiante, Chris Cannon, tuvo pocas dificultades para tirar de la máquina en la cara con un come-along, a pesar de que sólo tenía un brazo sano en el momento de la prueba. (Summers, David, 2005)



*Figura 4.8*

Waterjets través de la cara de una barrena (cortesía WA Summers)

### 7.6. Análisis de posición del mecanismo de cuatro barras

Uno de los mecanismos más simples y útiles es el de cuatro barras articuladas. La Figura 1.2 ilustra uno de ellos. El eslabón 1 es el marco o base y generalmente es estacionario. El eslabón 2 es el motriz, el cual puede girar completamente o puede oscilar. En cualquiera de los casos, el eslabón 4 oscila. Si el eslabón 2 gira completamente, entonces el mecanismo transforma el movimiento rotatorio en movimiento oscilatorio. Si la manivela oscila, entonces el mecanismo multiplica el movimiento oscilatorio. Cuando el eslabón 2 gira completamente, no hay peligro de que éste se trabe. Sin embargo, si el 2 oscila, se debe tener cuidado de dar las dimensiones adecuadas a los eslabones para impedir que para haya puntos muertos de manera que el mecanismo no se detenga en sus posiciones extremas.

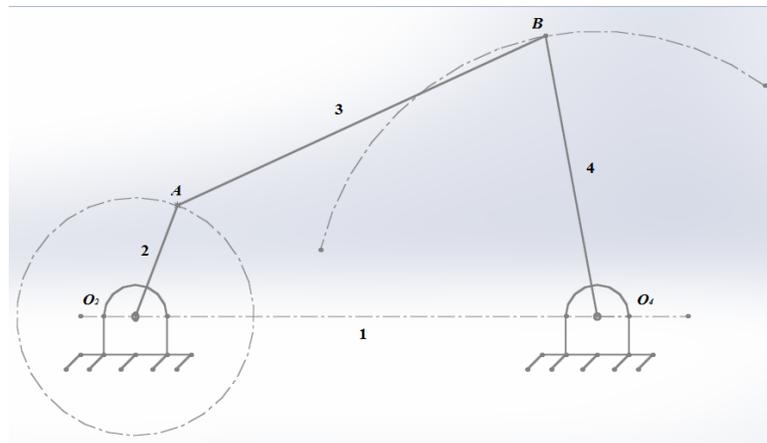


Figura 4.9

Mecanismo de cuatro barras articuladas

En estos puntos muertos ocurren cuando la línea de acción de la fuerza motriz se dirige a lo largo del eslabón 4. Como se muestra mediante las líneas punteadas en la figura 1.3. Si el mecanismo de cuatro barras articuladas se diseña de manera que el eslabón 2 pueda girar completamente, pero se hace que el 4 sea el motriz, entonces ocurrirán puntos muertos, por lo que es necesario tener un volante para ayudar a pasar por estos puntos muertos.

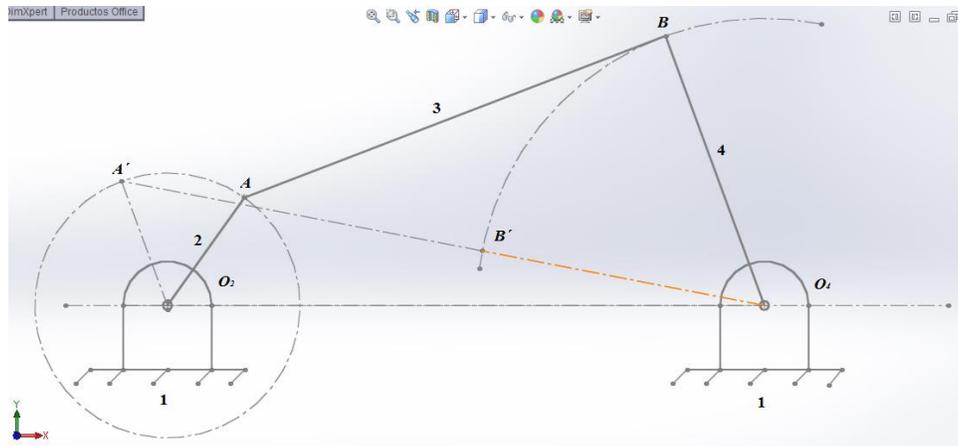


Figura 4.10

Además de los puntos muertos posibles en el mecanismo de cuatro barras articuladas, es necesario tener en cuenta el ángulo de transmisión, que es el ángulo entre el eslabón conector 3 y el eslabón de salida 4. Éste se muestra en la figura 1.4 como el ángulo  $\gamma$ .

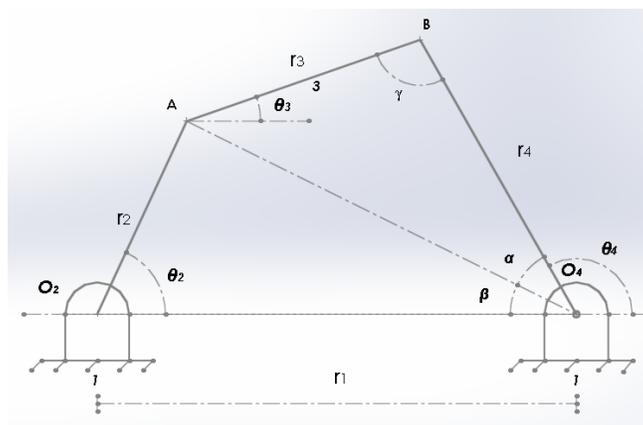


Figura 4.11

Se puede obtener una ecuación para el ángulo de transmisión aplicando la ley de los cosenos a los triángulos  $AO_2O_4$  y  $ABO_4$  en la forma siguiente:

$$z^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \theta_2 \quad (1.1)$$

Y también

$$z^2 = r_3^2 + r_4^2 - 2r_3r_4 \cos \gamma \quad (1.2)$$

Por lo tanto

$$r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \theta_2 = r_3^2 + r_4^2 - 2r_3r_4 \cos \gamma \quad (1.3)$$

Y

$$\gamma = \cos^{-1} \left[ \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2 - 2r_1 r_2 \cos \theta_2}{-2r_3 r_4} \right] \quad (1.4)$$

O

$$\gamma = \cos^{-1} \left[ \frac{z^2 - r_3^2 + r_4^2}{-2r_3 r_4} \right] \quad (1.5)$$

En donde el valor de z se calcula a partir de las primeras dos ecuaciones

$\gamma$  es una función solamente del ángulo de entrada  $\theta_2$ .

La ley de cosenos puede utilizarse para expresar los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  como sigue:

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{z^2 + r_4^2 - r_3^2}{2zr_4} \right) \quad \beta = \cos^{-1} \left( \frac{z^2 + r_1^2 - r_2^2}{2zr_1} \right) \quad (1.6)$$

En el ángulo  $\theta_4 = 180^\circ - (\alpha + \beta)$ .

### 7.7. Análisis de posición

Una vez que el diseño tentativo de un mecanismo ha sido sintetizado debe entonces ser analizado. Un objetivo fundamental del análisis cinemático es determinar las aceleraciones de todas las partes móviles de un ensamble. Las fuerzas dinámicas son proporcionales a la aceleración, según la segunda ley de Newton. Es necesario conocer las fuerzas dinámicas para calcular los esfuerzos en los componentes. El ingeniero debe garantizar que el mecanismo o maquina propuesta no fallara en condiciones de operación. Por lo tanto, los esfuerzos en los materiales deben mantenerse por debajo de los niveles permisibles. Para calcular los esfuerzos, es necesario conocer las fuerzas estáticas y dinámicas sobre las partes. Para calcular las fuerzas dinámicas se necesita conocer las aceleraciones, primero se deben localizar las posiciones de todos los eslabones o elementos en el mecanismo por cada incremento del movimiento de entrada, y luego diferenciar las ecuaciones de posición contra el tiempo para hallar las velocidades y luego diferencias otra vez para obtener expresiones para la aceleración. Por ejemplo, en un simple mecanismo de Grashof de cuatro barras, es probable que se desee calcular las posiciones, velocidades y aceleraciones de los eslabones de entrada (acoplador y balancín) quizá para cada dos grados (180 posiciones) de la posición de la manivela de entrada durante una revolución de esta.

Esto se puede hacer mediante varios métodos. Se puede utilizar un método grafico para determinar la posición, velocidad y aceleración de los eslabones de salida en todas las 180 posiciones de interés, o derivar las ecuaciones generales de movimiento para cualquier posición, diferenciarlas para velocidad y aceleración, y luego resolver estas expresiones analíticas para las 180 (o más) ubicaciones de manivela. Una computadora hará esta última tarea mucho más fácil. Si se decide

utilizar el método gráfico de análisis, se tiene que obtener una solución grafica independiente para cada una de las posiciones de interés. Nada de la información obtenida gráficamente para la primera posición será aplicable a la segunda o cualquier otra. Por el contrario, una vez que se deriva la solución analítica para un mecanismo particular, se puede resolver con rapidez (mediante una computadora) para todas las posiciones.

Es interesante señalar que el análisis gráfico de posiciones de mecanismo es un ejercicio verdaderamente trivial, mientras que el método algebraico de análisis de posiciones es mucho más complicado. Ya que se puede dibujar el mecanismo a escala, prácticamente se ha resuelto el problema de análisis de posiciones gráficamente. Solo resta medir los ángulos de los eslabones en el dibujo a escala con precisión de transportador. Pero lo verdaderamente difícil es el análisis de velocidad y en especial el de aceleración. Las soluciones analíticas de estas son menos complicadas de derivar que la solución analítica de posiciones. Hay que destacar que el análisis de velocidad y aceleración por el método grafico llega a ser bastante complejo y difícil. Además los diagramas vectoriales gráficos deben ser dibujados de nuevo por cada una de las posiciones de interés del mecanismo.

### *Sistemas de coordenadas*

Los sistemas de coordenadas y los marcos de referencia existen para la conveniencia del ingeniero que los define. Se tienen varios sistemas con múltiples sistemas de coordenadas como sea necesario, para ayudar a entender y resolver el problema. Se denota a uno de estos sistemas de coordenadas global o absoluto, y los demás serán sistemas de coordenadas locales dentro del sistema global. El sistema global a menudo se considera como unido a la Madre Tierra, aunque muy bien podría estar unidos otro plano fijo arbitrario, tal como el armazón de un automóvil: si la meta fuera analizar el movimiento de la pluma de un limpiaparabrisas, posiblemente no se incluiría el movimiento bruto del automóvil en el análisis. En ese caso, el sistema de coordenadas global (CGS, denotado X.Y) unido al carro sería útil, y se podría considerar como sistema de coordenadas absoluto, incluso si se utiliza a la Tierra como marco de referencia absoluto, se debe considerar que esta tampoco está inmóvil, y por ello no es muy útil como marco de referencia para una sonda espacial. Aunque se discutirá de posiciones absolutas, se debe tener en cuenta que, finalmente, hasta que se descubra algún punto inmóvil en el universo, todos los movimientos en realidad son relativos. El termino marco de referencia inercial se utiliza para denotar un sistema que por sí mismo no tiene aceleración.

Los sistemas de coordenadas locales por lo general se unen a un eslabón en algún punto de interés. Este podría ser una junta de pasador, un centro de gravedad o una línea de centros de un eslabón.

Estos sistemas de coordenadas locales pueden ser rotatorios o no rotatorios, según como se desee. Si se quiere medir el ángulo de un eslabón cuando este rota en el

sistema global, probablemente se desee unir un sistema de coordenadas no rotatorio local (LNCS, denotado como  $x, y$ ) a algún punto del eslabón (por ejemplo, una junta de pasador). Este sistema rotatorio se moverá junto con su origen en el eslabón pero siempre permanecerá paralelo con el sistema global. Si se desea medir algunos parámetros en un eslabón, independientes de su rotación, entonces se construye un sistema de coordenadas rotatorio local (LRCS, denotado como  $x', y'$ ) a lo largo de alguna línea en el eslabón.

Este sistema se moverá o girará junto con el eslabón en el sistema global. Muy a menudo se tendrán ambos tipos de sistemas de coordenadas locales (LNCS Y LRCS) en los eslabones móviles para realizar un análisis completo. Obviamente, se deben definir los ángulos o posiciones de estos sistemas de coordenadas locales móviles en el sistema global en todas las posiciones de interés.

La posición de un punto en el plano puede definirse por medio de un vector de posición, como se muestra en la figura 1-5. La Elección de ejes de referencia es arbitraria y se elige de conformidad con el observador. La figura 1-5 a muestra un punto definido en un sistema de coordenadas global y la figura 1-5 b muestra el mismo punto definido en un sistema de coordenadas local con su origen coincidente con el sistema global. Un vector bidimensional tiene dos atributos, los cuales pueden expresarse en coordenadas polares o cartesianas. La forma polar proporciona la magnitud y el ángulo del vector. La forma cartesiana proporciona las componentes  $X$  y  $Y$  el vector. Cada forma es directamente convertible en la otra mediante.

*El teorema de Pitágoras*

$$R_A = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \tag{1.7}$$

Y trigonometría  $\theta = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$

Las ecuaciones están expresadas en coordenadas globales pero también podrían estarlo en coordenadas locales.

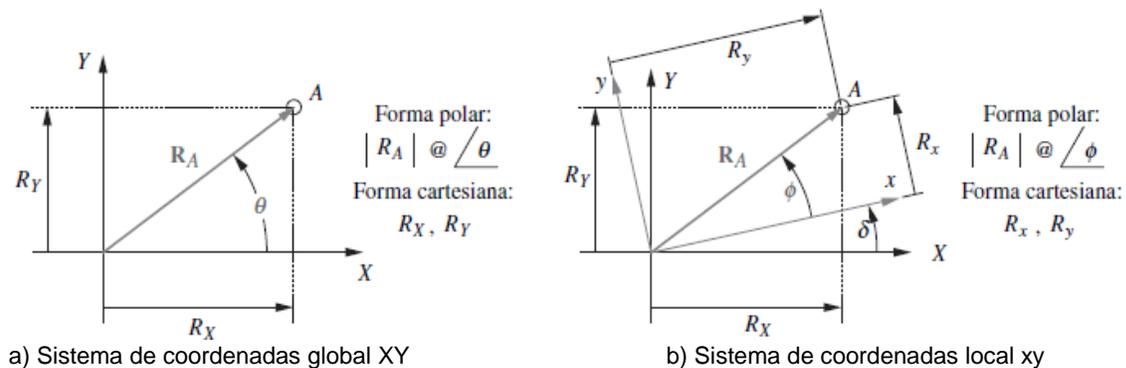


Figura 4.12

## Desplazamiento

El desplazamiento de un punto es el cambio de su posición y se define como *la distancia en línea recta entre la posición inicial y final de un punto que se ha movido en el marco de referencia*. Observe que el desplazamiento no es necesariamente el mismo que la longitud de la trayectoria que el punto pueda haber recorrido de su posición inicial a la final. La figura 1-6ª muestra un punto en dos posiciones, A y B. La línea curva ilustra la trayectoria a lo largo de la cual viajó el punto. El vector de posición  $R_{BA}$  define el desplazamiento del punto B con respecto al punto A.

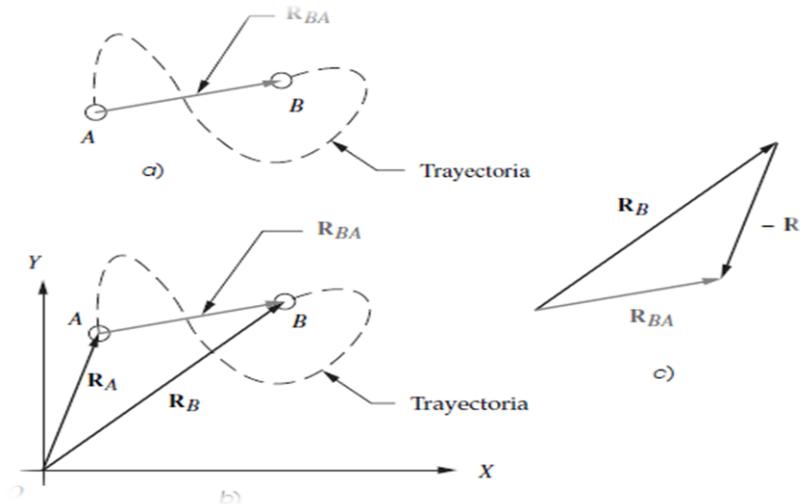


Figura 4.13

La figura 4.13b define esta situación con más rigor y con respecto a un marco de referencia XY. Se utilizara la notación R para denotar un vector de posición. Los vectores  $R_A$  y  $R_B$  definen, respectivamente, las posiciones absolutas de los puntos A y B con respecto a este marco de referencia global XY. El vector  $R_{BA}$  denota la diferencia de posición, o el desplazamiento, entre A y B. Este se puede expresar como la ecuación de diferencia de posición

$$R_{BA} = R_B - R_A \quad (1.8)$$

Esta expresión se lee: la posición de B con respecto a A es igual a la posición (absoluta) de B menos la posición (absoluta) de A, donde absoluta significa con respecto al origen del marco de referencia global. Esta expresión también se podría escribir como:

$$R_{BA} = R_{BO} - R_{AO} \quad (1.9)$$

Donde el segundo subíndice O denota el origen del marco de referencia XY. Cuando un vector de posición está fijado en el origen del marco de referencia, se acostumbra omitir el segundo subíndice. Se entiende en su ausencia, que es el origen. Por otra parte, un vector referido, tal como  $R_A$ , a menudo se llama vector absoluto. Esto

significa que se toma con respecto a un marco de referencia el cual se supone esta inmóvil (es decir, la bancada). Sin embargo, es importante tener en cuenta que la bancada también está en movimiento en un marco de referencia más grande.

### *Traslación, rotación y movimiento complejo*

La posición de un punto como la orientación de una línea sobre el eslabón, algunas veces es llamada la POSTURA (POSE) del eslabón

### *Traslación*

Una definición de lo que es la traslación es:

*Todos los puntos en el cuerpo tienen el mismo desplazamiento.*

Por consiguiente, el eslabón conserva su orientación angular. Obsérvese que la traslación no debe efectuarse a lo largo de una trayectoria recta. Las líneas curvas de  $A$  a  $A'$  y  $B$  a  $B'$  son la traslación curvilínea del eslabón. El eslabón no rota si estas trayectorias son paralelas. Si la trayectoria es recta, entonces será el caso especial de traslación rectilínea y la trayectoria y el desplazamiento serán los mismos.

### *Rotación*

La figura 4.13c muestra el mismo eslabón  $AB$  movido de su posición original en el origen por rotación de un cierto ángulo. El punto  $A$  permanece en el origen, pero  $B$  se mueve a través del vector de diferencia de posición  $R_{B'B} = R_{B'A} - R_{BA}$ .

### *Definición de rotación:*

Puntos diferentes del cuerpo sufren desplazamientos diferentes, y por lo tanto, existe una diferencia de desplazamiento entre dos puntos cualesquiera elegidos.

El eslabón ahora cambia su orientación angular en el marco de referencia, y todos los puntos tienen desplazamientos diferentes.

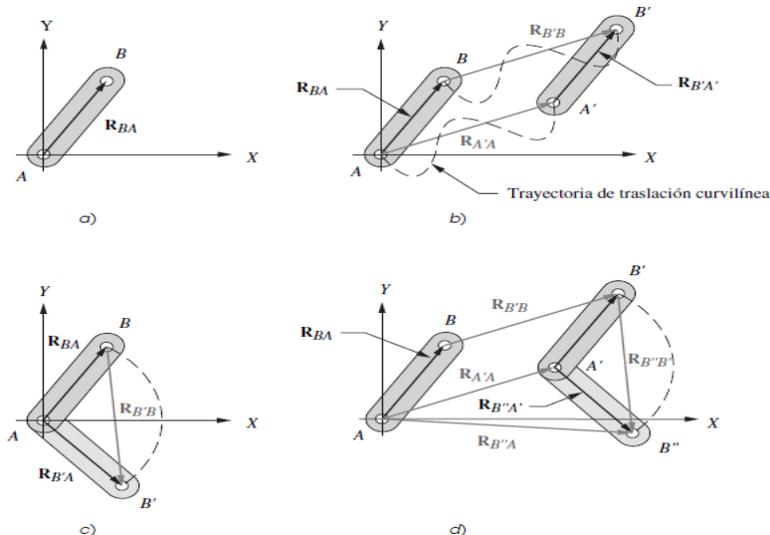


Figura 4.14

### Movimiento complejo

El caso general de movimiento complejo es la suma de los componentes de traslación y rotación. La figura 1-7d muestra el mismo eslabón movido tanto por la traslación como por rotación. Observe que el orden el cual estos dos componentes se agregan no es importante. El desplazamiento resultante complejo será el mismo, ya sea si primero se hace girar y luego trasladar o viceversa. Esto se debe que a que los dos factores son independientes. El desplazamiento total complejo del punto B se define mediante la siguiente expresión:

*Desplazamiento total = componente de traslación + componente de rotación*

$$R_{B''B} = R_{B'A} - R_{B''B'} \quad (1.10)$$

La nueva posición absoluta del punto B referida al origen en A es:

$$R_{B''A} = R_{A'A} - R_{B''A'} \quad (1.11)$$

Obsérvese que las dos fórmulas anteriores son meramente aplicaciones de diferencia de posición.

La rotación, traslación y movimiento complejo. Estos estados de movimiento pueden expresarse según los teoremas siguientes:

### Teoremas

- Teorema de Euler  
*El desplazamiento general de un cuerpo rígido con un punto fijo es rotación alrededor del mismo eje.*

- Teorema de Chasles.  
Cualquier desplazamiento de un cuerpo rígido equivale a la suma de una traslación de cualquier punto en él y una rotación alrededor de un eje que pasa por ese punto.

Este teorema describe el movimiento complejo

#### *Análisis gráfico de la posición de mecanismos articulados*

Para cualquier mecanismo con un GDL, tal como uno de cuatro barras, se requiere solo un parámetro para definir por completo las posiciones de todos los eslabones. El parámetro usualmente elegido es el ángulo de eslabón de entrada. Este se muestra como  $\theta_2$  en la figura 4.14. Se quieren hallar  $\theta_3$  y  $\theta_4$ , y se conocen las longitudes de los eslabones. Se numeran siempre el eslabón de bancada como 1 y el motor como 2.

El análisis gráfico de este problema es trivial y puede realizarse con geometría de alta escuela.

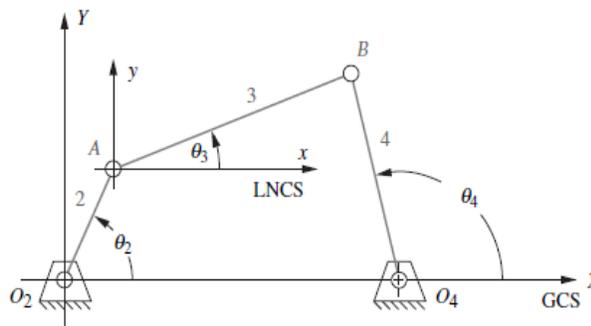


Figura 4.15

Si se dibuja el mecanismo de manera cuidadosa a escala, con una regla, compás y transportador en una posición particular (dado  $q_2$ ), entonces sólo es necesario medir los ángulos de los Eslabones 3 y 4 con el transportador. Obsérvese que todos los ángulos de los eslabones se miden con respecto a un eje X positivo. En la figura 4.15, se creó un sistema de ejes  $xy$  local, paralelo al sistema  $XY$  global, en el punto A para medir  $q_3$ . La precisión de esta solución gráfica se verá limitada por el cuidado y habilidad para dibujar y por las limitaciones del transportador. No obstante, se puede hallar una solución aproximada muy rápida para cualquier posición.

La figura 1-9 muestra la construcción de la solución gráfica de posición. Se dan las cuatro longitudes de los eslabones  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  y el ángulo  $q_2$  del eslabón de entrada. Primero, se dibuja la bancada (1) y el eslabón de entrada (2) a una escala conveniente, de modo que se corten en el origen  $O_2$  del sistema de coordenadas  $XY$  global con el eslabón 2 colocado en el ángulo de entrada  $q_2$ . Por conveniencia, el eslabón 1 se dibuja a lo largo del eje X. El compás se abre a la longitud a escala del eslabón 3 y se traza un arco de ese radio en torno al extremo del eslabón 2

(punto A). Luego se abre el compás a la longitud a escala del eslabón 4 y se traza un segundo arco en torno al extremo del eslabón 1 (punto  $\Theta_4$ ). Estos dos arcos tendrán dos intersecciones en B y B' que definen las dos soluciones al problema de posición de un mecanismo de cuatro barras, el cual puede ensamblarse en dos configuraciones llamadas circuitos, designados como abierto y cruzado. Los circuitos en mecanismos serán analizados en una sección posterior.

Los ángulos de los eslabones 3 y 4 se miden con un transportador. Un circuito tiene los ángulos  $q_3$  y  $q_4$ , el otro  $q_3'$  y  $q_4'$ . Una solución gráfica sólo es válida para el valor particular del ángulo de entrada utilizado. Para cada análisis de posición adicional habrá que volver a dibujar por completo.

Esto puede llegar a ser tedioso si se requiere un análisis completo con cada incremento de 1 o 2 grados de  $q_2$ . En ese caso convendrá derivar una solución analítica para  $q_3$  y  $q_4$ , la cual puede resolverse por computadora.

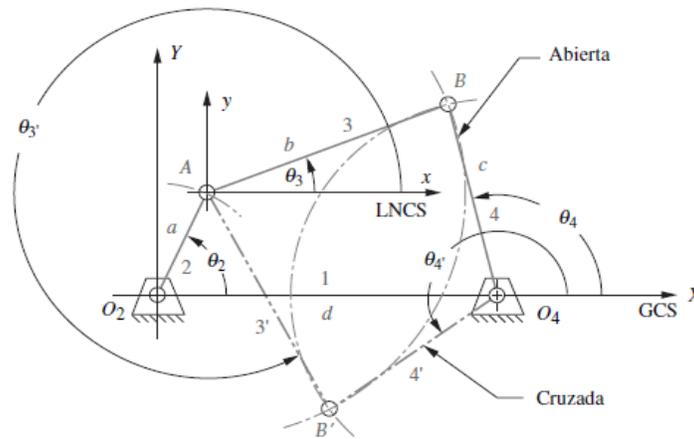


Figura 4.16

### Análisis algebraico de posición de mecanismos

El mismo procedimiento utilizado en la figura 4.16 para resolver geoméricamente las intersecciones B y B' y los ángulos de los eslabones 3 y 4 pueden codificarse en un algoritmo algebraico. Las coordenadas del punto A se encuentran con

$$A_x = a \cos \theta_2$$

$$A_y = a \sin \theta_2$$

Las coordenadas de punto B se encuentran con las ecuaciones de los círculos en torno a A y  $O_4$

$$b^2 = (B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2 \quad (1.12)$$

$$c^2 = (B_x - d)^2 + B_y^2 \quad (1.13)$$

Las cuales constituyen un par de ecuaciones simultáneas en  $B_x$  y  $B_y$ .

Si resta la ecuación 1.13 de la 1.12 se obtiene una expresión para  $B_x$

$$B_x = \frac{a^2 - b^2 + c^2 - d^2}{2(A_x - d)} - \frac{2A_y B_y}{2(A_x - d)} = S - \frac{2A_y B_y}{2(A_x - d)} \quad (1.14)$$

Si se sustituye la ecuación 1.14 en la 1.13, se obtiene una ecuación cuadrática en  $B_y$ , la cual tiene dos soluciones correspondientes a las de la figura 4.16.

$$B_y^2 + \left(S - \frac{A_y B_y}{A_x - d} - d\right)^2 - c^2 = 0 \quad (1.10)$$

Esta se resuelve con la expresión conocida para las raíces de una expresión cuadrática

$$B_y = \frac{-Q \pm \sqrt{Q^2 - 4PR}}{2P} \quad (1.11)$$

Donde:

$$P = \frac{A_y^2}{(A_x - d)^2} + 1 \quad Q = \frac{2A_y(d - S)}{A_x - d}$$

$$R = (d - S)^2 - c^2 \quad S = \frac{a^2 - b^2 + c^2 - d^2}{2(A_x - d)}$$

Las soluciones de esta ecuación pueden ser reales o imaginarias, Si resultan imaginarias, ello indica que los eslabones no se pueden conectar con el ángulo de entrada dado o con todo lo demás. Una vez que se encuentran los dos valores de  $B_y$  (si son reales), pueden sustituirse en la ecuación 1.11 para encontrar sus componentes x correspondientes. Los ángulos de los eslabones para esta posición se determinan entonces con

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{B_y - A_y}{B_x - A_x} \right) \quad \theta_4 = \tan^{-1} \left( \frac{B_y}{B_x - d} \right) \quad (1.12)$$

Se debe utilizar una función de arcotangente de dos argumentos para resolver las ecuaciones 1.12 puesto que los ángulos pueden estar en cualquier cuadrante. Las ecuaciones anteriores pueden codificarse en cualquier lenguaje de computadora o resolvidor de ecuaciones y el valor  $\theta_2$  puede variar dentro del rango utilizable del mecanismo para encontrar todos los valores correspondientes de los otros dos ángulos de eslabón.

### 7.7.1. Representación de lazo vectorial

#### Números complejos como vectores

Existen muchas maneras de representar vectores. Pueden definirse en coordenadas polares por su magnitud y ángulo o en coordenadas cartesianas como componentes  $x$  y  $y$ . Estas formas desde luego son fáciles de convertir unas en otras ecuaciones  $R_A = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$  y  $\theta = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$  los vectores de posición en la figura 4.17 pueden representarse como cualquiera de estas expresiones:

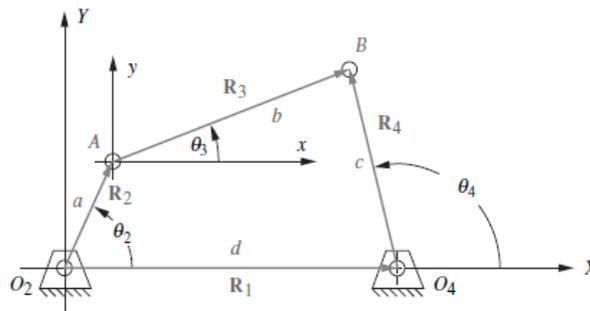


Figura 4.17

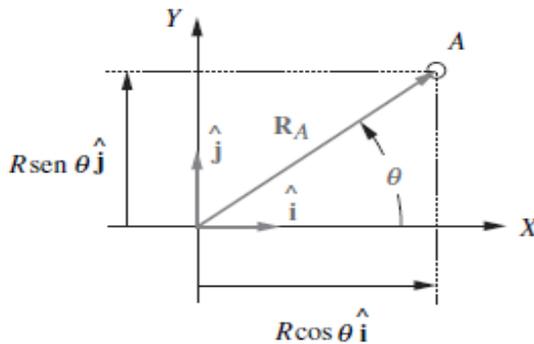
Forma polar

Forma cartesiana

$$R @ \theta$$

$$r \cos \theta \hat{i} + r \sin \theta \hat{j}$$

$$(1-13a)$$



Forma polar:

$$| \mathbf{R}_A | @ \theta$$

Forma cartesiana:

$$R \cos \theta \hat{i}, R \sin \theta \hat{j}$$

$$r e^{j\theta}$$

$$r \cos \theta + j r \sin \theta$$

$$(1-13b)$$

Figura 4.18

La ecuación 1.13a utiliza vectores unitarios para representar la dirección de los componentes vectoriales  $x$  y  $y$  en la forma cartesiana. La figura 4.17 muestra la notación de vector unitario para un vector de posición. La ecuación 1-13b utiliza notación de número complejo donde el componente en la dirección  $X$  se llama parte real y el componente en la dirección  $Y$  se llama parte imaginaria. Este desafortunado

término surge del uso de la notación  $j$  para representar la raíz cuadrada de menos uno, por supuesto, no puede evaluarse numéricamente.

Sin embargo, este número imaginario se utiliza en un número complejo como operador, no como valor. La figura 4.19a muestra el plano complejo en el cual el eje real representa la componente en la dirección X del vector en el plano, y el eje imaginario, la componente en la dirección Y del mismo vector. De manera que cualquier termino en un numero complejo que no tenga el operador  $j$  es una componente  $x$  y  $j$  indica una componente  $y$ .

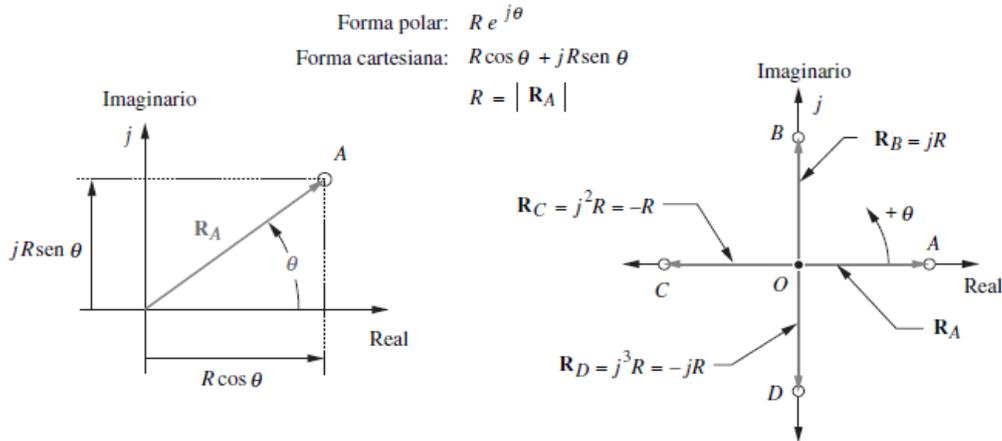


Figura 4.19

Observe en la figura 4.19b que cada multiplicación del operador  $R_A$  por el operador  $j$  produce una rotación en sentido contrario al de las manecillas del reloj del vector a través de 90 grados. El vector  $R_b = jR_A$  esta dirigido a lo largo del eje imaginario positivo o  $j$ . El vector  $R_c = j^2R_A$  esta dirigido a lo largo del eje real negativo porque  $j^2 = -1$ , por lo tanto  $R_c = -R_A$ . Del mismo modo,  $R_D = -j^3R_A$  y esta componente esta dirigida a lo largo del eje  $j$  negativo.

Una ventaja de utilizar esta notación de número complejo para representar vectores planos se deriva la ecuación de Euler.

$$re^{\pm j\theta} = \cos\theta + j \text{sen}\theta \tag{1.14a}$$

Cualquier vector dimensional puede representarse por medio de la notación polar compacta en el lado izquierdo de la ecuación 1.14a. No hay ninguna función más fácil de diferenciar o integrar, puesto que es su propia derivada

$$\frac{de^{j\theta}}{d\theta} = je^{j\theta} \tag{1.14b}$$

Se utilizara esta notación de número complejo de vectores para desarrollar y derivar las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración de mecanismos.

### Ecuación de lazo vectorial para un mecanismo de cuatro barras

Las direcciones de los vectores de posición se eligen de modo que definan sus ángulos donde se desea medirlos. Por definición, el ángulo de un vector siempre se mide en su raíz, no en su cabeza. Se quiere medir el ángulo  $\theta_4$  en el pivote  $O_4$ , de modo que el vector  $R_4$  se acomoda para que su raíz quede en ese punto. Se desea medir el ángulo  $\theta_3$  en el punto donde los eslabones 2 y 3 se unen, de modo que el vector  $R_3$  tenga su raíz allí. Una lógica similar dicta el arreglo de los vectores  $R_1$  y  $R_2$ . Observe que el eje X (real) se elige por conveniencia a lo largo del eslabón 1 y el origen del sistema de coordenadas global en el punto  $O_2$  la raíz de vector del eslabón de entrada,  $R_2$ . Estas elecciones de las direcciones y sentidos de los vectores, indicado por sus puntas de flecha, conducen a esta ecuación de lazo vectorial:

$$R_2 + R_3 - R_4 - R_1 = 0 \quad (1-15a)$$

Una rotación alterna para estos vectores de posición es utilizar los rótulos de los puntos en las puntas y raíces (en ese orden) como subíndices. El segundo subíndice se omite por convención si es el origen del sistema coordenado global (punto  $O_2$ ):

$$R_A + R_{BA} - R_{BO_4} - R_{O_4} = 0 \quad (1-15b)$$

A continuación, se sustituye la notación de número complejo para cada vector de posición. Para simplificar la notación y reducir al mínimo el uso de subíndices, se denotan las longitudes escalares de los cuatro eslabones como  $a, b, c$  y  $d$ . Estos están rotulados así en la figura 4.17. Las ecuaciones se transforman entonces en:

$$ae^{j\theta_2} + be^{j\theta_3} - ce^{j\theta_4} - de^{j\theta_1} = 0 \quad (1-15c)$$

Estas son tres formas de la misma ecuación vectorial, y como tales pueden resolverse para dos incógnitas. Hay cuatro variables en esta ecuación, es decir, los cuatro ángulos de los eslabones. Las longitudes de los eslabones son constantes en este mecanismo particular. Además, el valor del ángulo del eslabón 1 es fijo (cero) puesto que es la bancada. La variable independiente es  $\theta_2$  la cual se controlara con un motor u otro dispositivo motriz. Esto deja a los ángulos del eslabón 3 y 4 por ser encontrados. Se necesitan expresiones algebraicas que definan  $\theta_3$  y  $\theta_4$  como funciones solo de las longitudes constantes de los eslabones y del ángulo de entrada,  $\theta_2$ . Estas expresiones serán de la forma:

$$\begin{aligned} \theta_3 &= f\{a, b, c, \theta_2\} \\ \theta_4 &= g\{a, b, c, \theta_2\} \end{aligned} \quad (1-15d)$$

Para resolver la forma polar de la ecuación vectorial 1-15c se deben sustituir las equivalentes de Euler (ecuación 1-14a) para los términos  $e^{j\theta}$ , y luego dividir la forma cartesiana de la ecuación vectorial en dos ecuaciones escalares, las cuales se

resuelven, de manera simultánea, para  $\theta_3$  y  $\theta_4$ . Al sustituir la ecuación 1-14a en la ecuación 1-15c:

$$a(\cos\theta_2 + j\sin\theta_2) + b(\cos\theta_3 + j\sin\theta_3) - c(\cos\theta_4 + j\sin\theta_4) - d(\cos\theta_1 + j\sin\theta_1) = 0 \quad (1-15e)$$

Esta ecuación ahora puede dividirse en sus partes real e imaginaria y cada una se iguala a cero

Parte real (componente x):

$$a\cos\theta_2 + b\cos\theta_3 - c\cos\theta_4 - d\cos\theta_1 = 0$$

Pero:  $\theta_1 = 0$ , así que:

$$a\cos\theta_2 + b\cos\theta_3 - c\cos\theta_4 - d = 0 \quad (1-16a)$$

Parte imaginaria (componente y):

$$j\sin\theta_2 + j\sin\theta_3 - c\sin\theta_4 - d\sin\theta_1 = 0$$

Pero  $\theta_1 = 0$ , y las j se eliminan, por lo tanto:

$$j\sin\theta_2 + j\sin\theta_3 - c\sin\theta_4 = 0 \quad (1-16b)$$

Las ecuaciones escalares 4.6a y 4.6b se resuelven de manera simultánea para  $\theta_3$  y  $\theta_4$ . Resolver este sistema de dos ecuaciones trigonométricas simultáneas es simple pero tedioso.

El primer paso es volver a escribir las ecuaciones 1-15a y 1-16b para aislar una de las incógnitas en el lado izquierdo. En este paso se aislara  $\theta_3$  y se resolverá para  $\theta_4$ :

$$b\cos\theta_3 = c\cos\theta_4 - a\cos\theta_2 + d \quad (1-16c)$$

$$b\sin\theta_3 = c\sin\theta_4 - a\sin\theta_2 \quad (1-16d)$$

Ahora se elevan al cuadrado ambo lados de las ecuaciones 1-16c y 1-16d y se suman, la ecuación quedar de esta manera

$$b^2(\sin^2\theta_3 + \cos^2\theta_3) = (-a\sin\theta_2 + c\sin\theta_4)^2 + (-a\cos\theta_2 + c\cos\theta_4 + d)^2 \quad (1-17a)$$

Recordando que

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

La ecuación nos queda

$$b^2 = (-a\sin\theta_2 + c\sin\theta_4)^2 + (-a\cos\theta_2 + c\cos\theta_4 + d)^2 \quad (1-17b)$$

Los términos deben ser elevados al cuadrado, sabiendo que:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$b^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ad\cos\theta_2 + 2cdc\cos\theta_3 - 2ac(\sin\theta_2\sin\theta_4 + \cos\theta_2\cos\theta_4) \quad (1-17c)$$

Se procede a dividir la ecuación 1-17c entre  $2ac$

$$\frac{b^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ad\cos\theta_2 + 2cdc\cos\theta_3 - 2ac(\sin\theta_2\sin\theta_4 + \cos\theta_2\cos\theta_4)}{2ac}$$

Para simplificar aún más esta expresión, las constantes  $K_1, K_2$  y  $K_3$  se definen en función de las longitudes constantes de los eslabones.

$$K_1 = \frac{d}{a} \quad K_2 = \frac{d}{c} \quad K_3 = \frac{a^2 - b^2 + b^2 + c^2}{2ac} \quad (1-18a)$$

$$K_1\cos\theta_4 - K_2\cos\theta_2 + K_3 = \sin\theta_2\sin\theta_4 + \cos\theta_2\cos\theta_4 \quad (1-18b)$$

Para simplificar la ecuación 1-18b para su solución, será útil sustituir las identidades trigonométricas semiangulares que convertirán los términos  $\sin\theta_4$  y  $\cos\theta_4$  en términos de  $\tan\theta_4$ :

$$\sin\theta_4 = \frac{2\tan(\frac{\theta_4}{2})}{1+\tan^2(\frac{\theta_4}{2})} \quad \cos\theta_4 = \frac{1-\tan^2(\frac{\theta_4}{2})}{1+\tan^2(\frac{\theta_4}{2})} \quad (1-19)$$

De este modo se obtiene la siguiente forma simplificada, donde los términos de las longitudes de los eslabones y el valor de entrada ( $\theta_2$ ) conocidos se reunieron como constantes **A, B y C**.

$$A\tan^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + B\tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right) + C = 0 \quad (1-20a)$$

Donde

$$A = \cos\theta_2 - K_1 - K_2\cos\theta_2 + K_3$$

$$B = -2\sin\theta_2$$

$$C = K_1 - (K_2 + 1)\cos\theta_2 + K_3$$

Se observa que la ecuación 1-20a es cuadrática y la solución la podemos obtener de la formula general

$$\tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right) = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad \theta_{4,1,2} = 2\arctan\left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}\right) \quad (1-20b)$$

Esta ecuación tiene dos soluciones, obtenidas a partir de las condiciones  $\pm$  en el radical. Estas dos soluciones, como en cualquier ecuación cuadrática, pueden ser de tres tipos: reales e iguales, reales y desiguales, complejas conjugadas. Si el discriminante bajo el radical es negativo, en tal caso la solución es compleja conjugada. Si el discriminante bajo el radical es negativo, en tal caso la solución es compleja conjugada, lo cual simplemente significa que las longitudes de los eslabones elegidas no son capaces de conectarse con el valor elegido del ángulo de entrada  $\theta_2$ . Esto puede ocurrir cuando las longitudes de los eslabones son

completamente incapaces de establecer una conexión en cualquier posición o, en un mecanismo de no Grashof, cuando el ángulo de entrada queda más allá de la posición límite de agarrotamiento. No existe entonces ninguna solución real con ese valor del ángulo de entrada  $\theta_2$ . Excepto en esta situación, la solución por lo general será real y desigual, lo cual significa que existen dos valores de  $\theta_4$  que corresponden a cualquier valor de  $\theta_2$ . Estas se conocen como las configuraciones cruzadas y abierta del mecanismo y también como los dos circuitos del mecanismo. En el mecanismo de cuatro barras, la solución negativa da  $\theta_4$  para la configuración abierta, y la positiva da  $\theta_4$  para la configuración cruzada.

La figura 1-9 muestra tanto las configuraciones cruzadas como las abiertas para un mecanismo de Grashof manivela-balancín. Los términos cruzados y abierto están basados en la suposición de que el eslabón de entrada 2, para el cual  $\theta_2$  está definido, se encuentra en el primer cuadrante (es decir  $0 < \theta_2 < \pi/2$ ). Un mecanismo de Grashof se define entonces como cruzado si los dos eslabones adyacentes al eslabón más corto se cruzan entre sí, y como abierto si no lo hacen en esta posición. Observe que la configuración del mecanismo, cruzada o abierta, depende solo de la forma en que los eslabones están ensamblados. No se puede predecir solo con las longitudes de los eslabones cuál de las dos soluciones será la deseada. En otras palabras, se puede obtener una solución con el mismo mecanismo simplemente con quitar el perno que conecta los eslabones 3 y 4 en la figura 1-8, y moviendo los eslabones a las únicas posiciones en las que el perno los conectará otra vez. Al hacer esto, se cambiará de una solución de posición, o circuito, a la otra.

La solución para el ángulo  $\theta_3$  es, en esencia, similar a la que se da para  $\theta_4$ . Al volver a las ecuaciones (1-16), es posible reacomodarlas para aislar  $\theta_4$  del primer miembro.

$$ccos\theta_4 = acos\theta_2 + bcos\theta_3 - d \quad (1-16e)$$

$$csen\theta_4 = asen\theta_2 + bsen\theta_3 \quad (1-16f)$$

Si se elevan al cuadrado y suman estas ecuaciones, se eliminara  $\theta_4$ . La ecuación resultante puede resolverse para  $\theta_3$  como se hizo anteriormente para  $\theta_4$ , con lo que se obtiene esta expresión.

$$K_1 \cos\theta_3 + K_4 \cos\theta_2 + K_5 = \cos\theta_2 \cos\theta_3 + \sin\theta_2 \sin\theta_3 \quad (1-21a)$$

La constante  $K_1$  es la misma definida en la ecuación 1-18b.  $K_4$  y  $K_5$  son:

$$K_4 = \frac{d}{b} \quad K_5 = \frac{c^2 - d^2 - a^2 - b^2}{2ab}$$

Esta también se reduce a una forma cuadrática:

$$D \tan^2 \left( \frac{\theta_3}{2} \right) + E \tan \left( \frac{\theta_3}{2} \right) + F = 0 \quad (1.22)$$

Donde

$$A = \cos\theta_2 - K_1 - K_4\cos\theta_2 + K_5$$

$$B = -2\sin\theta_2$$

$$C = K_1 - (K_4 + 1)\cos\theta_2 + K_5$$

Y la solución es

$$\theta_{3,2} = 2\arctan\left(\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D}\right) \quad (1.23a)$$

Como con el ángulo  $\theta_4$ , ésta también tiene dos soluciones, correspondientes a los circuitos cruzado y abierto del mecanismo, como se muestra en la figura 1-9.

### 7.8. Análisis de aceleración

Aceleraciones absoluta y relativa en el movimiento plano

Hay que recordar primero que la aceleración absoluta  $a_B$  de una partícula de la placa puede obtenerse de la fórmula de la aceleración relativa.

$$a_B = a_A + a_{B/A} \quad (1.23b)$$

Donde el miembro del lado derecho representa una suma vectorial. La aceleración  $a_A$  corresponde a la traslación de la placa con A, en tanto que la aceleración relativa  $a_{B/A}$  se asocia con la rotación de la placa en torno a A y se mide con respecto a los ejes centrados en A y de orientación fija. Hay que recordar que la aceleración relativa  $a_{B/A}$  puede descomponerse en dos componentes, una componente tangencial  $(a_{B/A})_t$  perpendicular a la línea AB, y una componente normal  $(a_{B/A})_n$  dirigida hacia A. Denotando por  $r_{B/A}$  el vector de posición de B relativo a A y, respectivamente, mediante  $\omega k$  y  $\alpha k$  la velocidad angular y la aceleración angular de la placa con respecto a los ejes de orientación fija, se tiene

$$(a_{B/A})_t = \alpha k \times r \quad (a_{B/A})_n = -\omega^2 r \quad (1.24)$$

$$(a_{B/A})_t = r\alpha \quad (a_{B/A})_n = r\omega^2 \quad (1.25)$$

Donde  $r$  es la distancia desde A hasta B. Al sustituir en 1 las expresiones que se obtienen para las componentes tangencial y normal de  $a_{B/A}$ , también se puede escribir:

$$a_B = a_A + \alpha k \times r_{B/A} - \omega^2 r_{B/A} \quad (1.26)$$

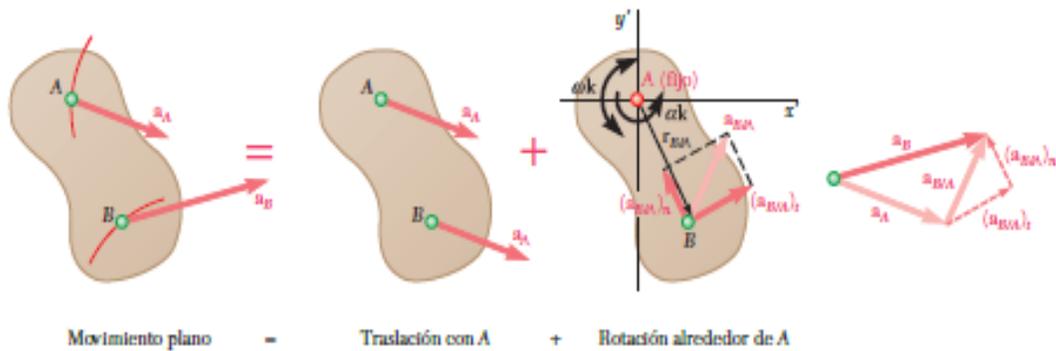


Figura 4.20

### 7.9. Análisis de velocidad

Una vez que se analiza la posición, el siguiente paso es determinar las velocidades de todos los eslabones y puntos de interés en el mecanismo, para esto es necesario conocer todas las velocidades en el mecanismo o máquina, tanto para calcular la energía cinética almacenada con  $\frac{mv^2}{2}$ , como para determinar las aceleraciones de los eslabones que se requieren para calcular la fuerza dinámica. Existen muchos métodos para encontrar las velocidades en los mecanismos, uno de los principales son los métodos gráficos manuales, que a menudo son útiles para comprobar una solución analítica más completa y precisa.

#### Definición de velocidad

La velocidad se define como la tasa de cambio de posición con respecto al tiempo. La posición ( $R$ ) es una cantidad vectorial como lo es la velocidad. La velocidad puede ser angular o lineal. La velocidad angular será denotada como  $\omega$  y la velocidad lineal como  $V$ .

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad V = \frac{dR}{dt} \qquad (1.27)$$

#### 7.9.1. Rotación de una placa representativa.

La rotación de un cuerpo rígido alrededor de un eje fijo puede definirse mediante el movimiento de una placa representativa en un plano de referencia perpendicular al eje de rotación. Se elige el plano  $xy$  como el plano de referencia y se supone que coincide con el plano de la figura, con el eje  $z$  apuntando hacia fuera del papel. Al recordar de que  $\omega = \omega k$

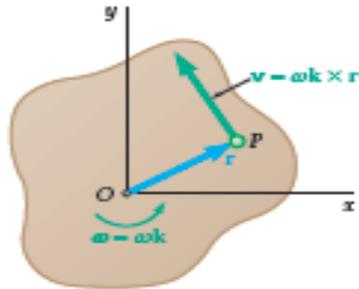


Figura 4.21

Se nota que un valor positivo del escalar  $\omega$  corresponde a una rotación en el sentido contrario al de las manecillas del reloj de la placa representativa, y un valor negativo a una rotación en el sentido de las manecillas del reloj. Al sustituir  $\omega \mathbf{k}$  por  $\boldsymbol{\alpha}$  se expresa la velocidad de cualquier punto  $P$  dado de la placa como

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} \quad (1.28)$$

Puesto que los vectores  $\mathbf{k}$  y  $\mathbf{r}$  son mutuamente perpendiculares, la magnitud de la velocidad  $\mathbf{v}$  es

$$v = r\omega \quad (1.29)$$

Y su dirección puede obtenerse al girar  $90^\circ$  en el sentido de rotación de la placa. Al sustituir  $\omega = \omega \mathbf{k}$  y  $\boldsymbol{\alpha} = \alpha \mathbf{k}$  y observar que el doble producto cruz de  $\mathbf{r}$  por  $\mathbf{k}$  origina una rotación de  $180^\circ$  del vector  $\mathbf{r}$ , se expresa la aceleración del punto  $P$  como

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} - \omega^2 \mathbf{r} \quad (1.30)$$

Al descomponer  $\mathbf{a}$  en las componentes tangencial y normal

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_t &= \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} & \mathbf{a}_n &= -\omega^2 \mathbf{r} \\ a_t &= r\alpha & a_n &= r\omega^2 \end{aligned}$$

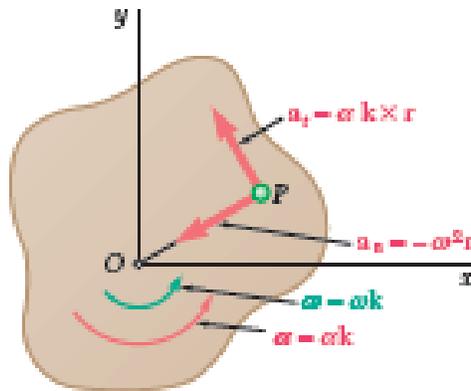


Figura 4.22

La componente tangencial  $a_t$  apunta en la dirección contraria a la del movimiento de las manecillas del reloj si el escalar  $\alpha$  es positivo, y en la dirección del movimiento de las manecillas del reloj si  $\alpha$  es negativo. La componente normal  $a_n$  siempre apunta en la dirección opuesta a la de  $r$ , esto es, hacia  $O$ .

### 7.9.2. Velocidad absoluta y velocidad relativa en el movimiento plano

La velocidad absoluta de una partícula  $V_B$

$$V_B = V_A + V_{B/A} \quad (4.31)$$

Donde el miembro del lado derecho representa una suma vectorial. La velocidad  $V_A$  corresponde a la traslación de la placa con  $A$ , mientras que la velocidad relativa  $V_{B/A}$  se asocia con la rotación de la placa en torno a  $A$  y se mide con respecto a ejes centrados en  $A$  de orientación fija. Al denotar mediante  $r_{B/A}$  el vector de posición de  $B$  relativo a  $A$ , y por  $\omega k$  la velocidad angular de la placa con respecto a los ejes de orientación fija, se tiene de

$$V_{B/A} = \omega k \times r_{B/A} \quad v_{B/A} = r\omega \quad \text{-----} \quad (4.32)$$

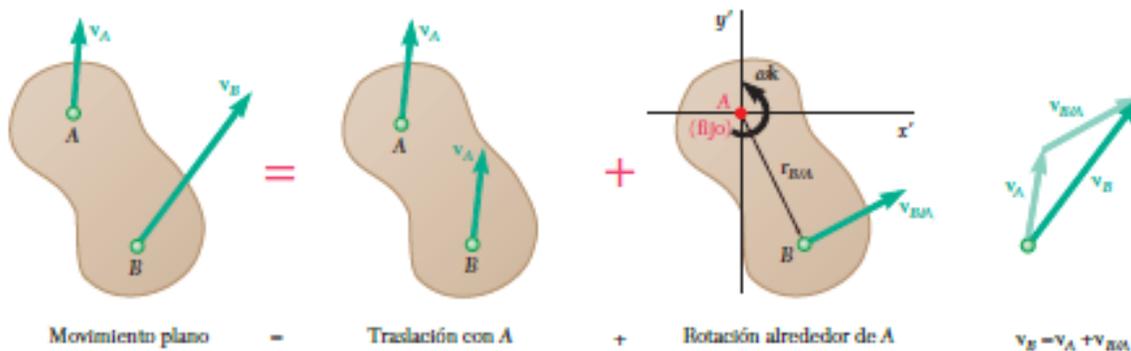


Figura 4.23

Donde  $r$  es la distancia de  $A$  a  $B$ . Sustituyendo  $V_{B/A}$  de 4.32 en 4.31 se puede escribir de esta manera

$$V_B = V_A + \omega k \times r_{B/A} \quad (4.33)$$

### 7.9.3. Aceleraciones absoluta y relativa en el movimiento plano

Hay que recordar primero que la aceleración absoluta  $a_B$  de una partícula de la placa puede obtenerse de la fórmula de la aceleración relativa.

$$a_B = a_A + a_{B/A} \quad (4.34)$$

Donde el miembro del lado derecho representa una suma vectorial. La aceleración  $a_A$  corresponde a la traslación de la placa con A, en tanto que la aceleración relativa  $a_{B/A}$  se asocia con la rotación de la placa en torno a A y se mide con respecto a los ejes centrados en A y de orientación fija. Hay que recordar que la aceleración relativa  $a_{B/A}$  puede descomponerse en dos componentes, una componente tangencial  $(a_{B/A})_t$  perpendicular a la línea AB, y una componente normal  $(a_{B/A})_n$  dirigida hacia A. Denotando por  $r_{B/A}$  el vector de posición de B relativo a A y, respectivamente, mediante  $\omega k$  y  $\alpha k$  la velocidad angular y la aceleración angular de la placa con respecto a los ejes de orientación fija, se tiene

$$(a_{B/A})_t = \alpha k \times r \quad (a_{B/A})_n = -\omega^2 r$$

$$(a_{B/A})_t = r\alpha \quad (a_{B/A})_n = r\omega^2$$

Donde  $r$  es la distancia desde A hasta B. Al sustituir en 4.34 las expresiones que se obtienen para las componentes tangencial y normal de  $a_{B/A}$ , también se puede escribir:

$$a_B = a_A + \alpha k \times r_{B/A} - \omega^2 r_{B/A}$$

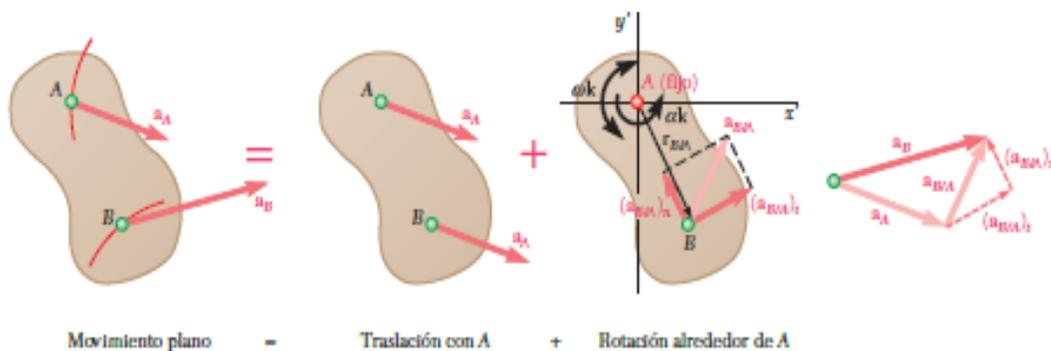


Figura 4.24

## 7.10. Análisis de fuerzas dinámicas

### *Introducción*

Una vez que se ha utilizado la síntesis y análisis cinemáticos para definir una configuración geométrica y un conjunto de movimientos en una tarea de diseño particular, es lógico y conveniente utilizar a continuación una solución cinetostática o dinámica inversa para determinar las fuerzas y los pares de torsión en el sistema. Se utilizara para determinar las fuerzas y los pares de torsión requeridos para controlar un sistema cinemático que proporcione las aceleraciones diseñadas.

### *Método de solución Newtoniano*

El análisis de fuerzas dinámicas se puede realizar con diversos métodos. El que proporciona más información sobre las fuerzas internas en un mecanismo solo requiere el uso de la ley de Newton. Estas se escriben como la suma de todas las fuerzas y los pares de torsión presentes en el sistema

$$\sum F = ma \quad \sum T = I_G \alpha \text{-----} \quad (4.35a)$$

También es conveniente sumar por separado las componentes de las fuerzas en las direcciones  $X$  y  $Y$ , con el sistema de coordenadas elegido por conveniencia. Todos los pares de torsión en el sistema bidimensional están en la dirección  $Z$ .

Esto permite descomponer las dos ecuaciones vectoriales en tres ecuaciones escalares:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum T = I_G \alpha \text{-----} \quad (4.35b)$$

Estas tres ecuaciones deben escribirse para cada cuerpo en movimiento de un sistema, lo cual conduce a un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas para cualquier sistema. Estas ecuaciones no consideran la fuerza gravitacional (peso) en un eslabón. Si las aceleraciones cinemáticas son grandes comparadas con la gravedad, lo cual a menudo sucede, las fuerzas producidas por el peso pueden ignorar en el análisis dinámico. Si los elementos de la maquina son robustos o se mueven lentamente con aceleración cinemáticas pequeñas, o ambos casos, puede ser necesario incluir el peso de los elementos en el análisis. El peso se puede tratar como una fuerza externa que actúa en el CG del miembro a un ángulo constante.

## 7.11. Mapa Conceptual

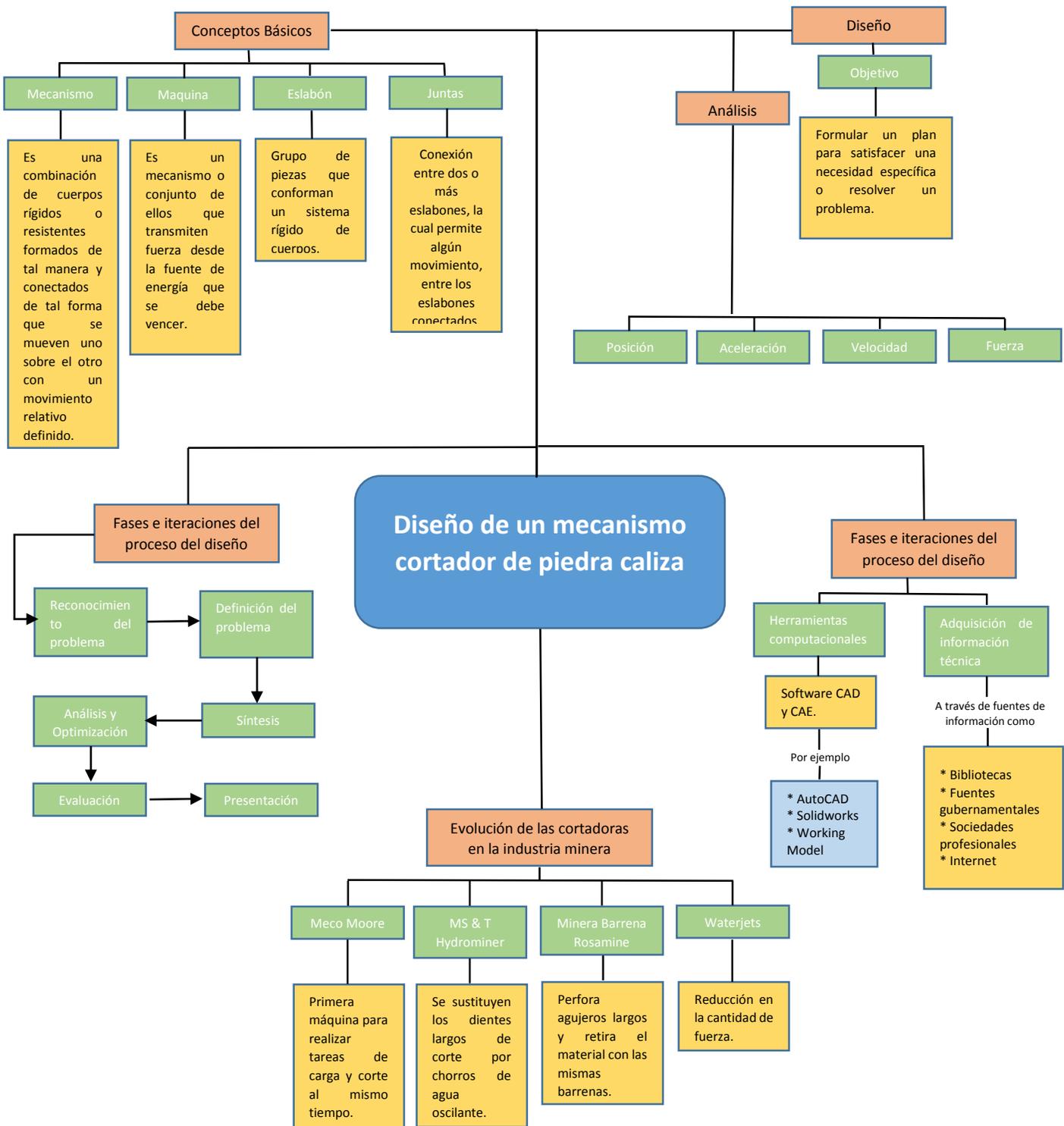


Figura 4.25

Mapa Conceptual de marco teórico

## 8. Procedimiento

Para poder extraer la piedra caliza de los bancos, se tiene que hacer uso de explosivos, el cual produce contaminación tanto por el que genera la pólvora, y las enfermedades respiratorias que el polvo causa a la población cercana. En un esfuerzo por superar estos problemas se planea desarrollar un dispositivo basado en el hydrominer de la Universidad de Missouri en Rolla, para poder desarrollar un dispositivo para la explotación de minas de carbón que utilizara chorros de agua a alta presión en lugar de hojas de sierra mecánica para cortar el carbón.

Llevaremos a cabo una modificación para adaptar esta máquina para que pueda cortar la piedra caliza en bloques mucho más fácil de transportar, y mucho más fácil de triturar al llevarlo a la vibradora. Los chorros de agua socavan la superficie de esta piedra. Una cuña móvil es forzada dentro de la abertura hecha por los chorros de agua para desprender mecánicamente grandes secciones de piedra en forma de vigas en cantiliver. El empleo de chorros de agua es mejor que el empleo de explosivos por los problemas antes ya mencionados.

El uso de chorros de agua en la minería del carbón, cuando el material extraído tiene que ser recogidos y transportados lejos de la cara donde se extrae el carbón.

Hay varias maneras diferentes que se han propuesto en los últimos años para resolver el problema. Inicialmente se basaban en las máquinas mineras existentes y métodos para la extracción del carbón, pero con los dientes de una máquina convencional sustituidos por chorros de agua de alta presión. Una de estas, como he escrito anteriormente fue el MS & T Hydrominer, donde los dientes de corte a lo largo del borde de un arado de carbón fueron sustituidos por los chorros de agua oscilantes de doble orificio para cortar una ranura de corte alrededor del carbón que se extrae. (Industry, News, 2014)

### 8.1. Ecuación de cierre de circuito

La ecuación de cierre es un expresión matemática (álgebra vectorial) muy importante porque es la base del estudio cinemática de un mecanismo (posición, velocidad y aceleración). Expresa el hecho de que el mecanismo forma un circuito cerrado y por tanto el polígono constituido por los vectores de diferencia de posición que pasan por las articulaciones y los eslabones sucesivos, debe mantenerse cerrado cuando el mecanismo se mueve. Las longitudes constantes de estos vectores aseguran que los centros de articulación permanezcan separados a distancias constantes, que es el requisito de los eslabones rígidos. Las rotaciones relativas entre vectores sucesivos indican los movimientos dentro de las articulaciones de pasador, en tanto que la rotación de cada vector de diferencia de posición individual manifiesta el movimiento de rotación de un eslabón en particular. Por tanto, la forma de la ecuación de cierre del circuito depende del tipo de eslabonamiento de que se trate.

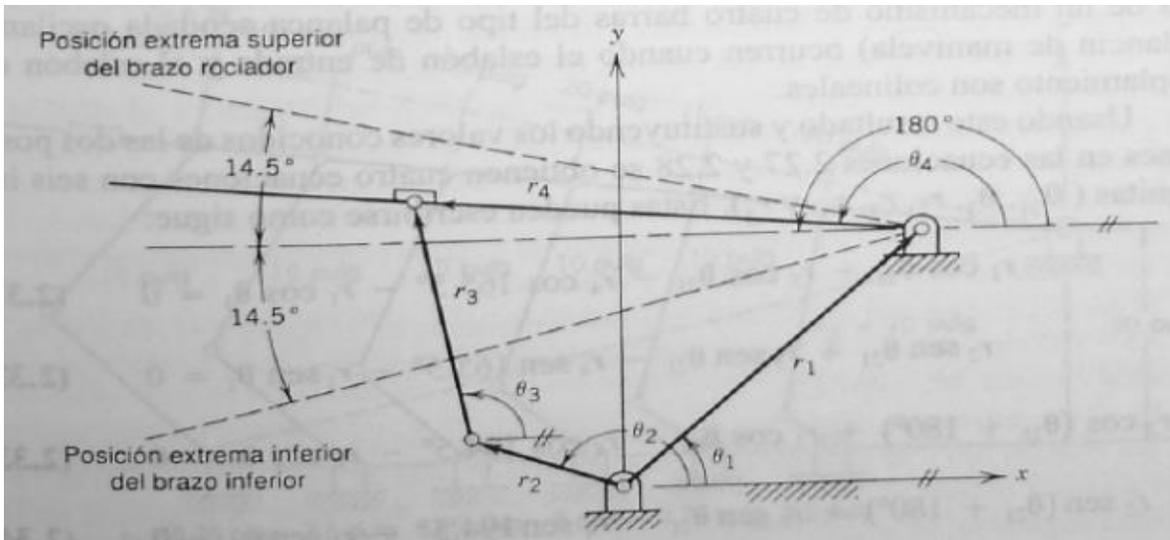


Figura 5.1

Escribiendo las ecuaciones de cierre del mecanismo de cuatro barras

Eje x

$$r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - r_4 \cos \theta_4 - r_1 \cos \theta_1 = 0 \quad (1)$$

Eje y

$$r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 - r_4 \sin \theta_4 - r_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (2)$$

Para obtener las ecuaciones de velocidad del cierre del circuito se tiene que proceder a derivar la ecuación (1)

$$r_2 \frac{d}{dt} \cos \theta_2 + r_3 \frac{d}{dt} \cos \theta_3 - r_4 \frac{d}{dt} \cos \theta_4 - r_1 \frac{d}{dt} \cos \theta_1 = 0$$

Sabiendo que la derivada de la función  $\cos \theta$  es:

$$\frac{d \cos \theta}{d \theta} = -\sin \theta \frac{d \theta}{dt}$$

$$-r_2 \sin \theta_2 \frac{d \theta_2}{dt} - r_3 \sin \theta_3 \frac{d \theta_3}{dt} + r_4 \sin \theta_4 \frac{d \theta_4}{dt} + r_1 \sin \theta_1 \frac{d \theta_1}{dt} = 0$$

$$\frac{d \theta}{dt} = \omega$$

Ecuación de velocidad para el eje X

$$-\omega_2 r_2 \sin \theta_2 - \omega_3 r_3 \sin \theta_3 + \omega_4 r_4 \sin \theta_4 + \omega_1 r_1 \sin \theta_1 = 0 \quad (3)$$

Para obtener la ecuación de velocidad del cierre del circuito se tiene que proceder a derivar la ecuación (2)

$$r_2 \frac{d}{dt} \text{sen } \theta_2 + r_3 \frac{d}{dt} \text{sen} \theta_3 - r_4 \frac{d}{dt} \text{sen} \theta_4 - r_1 \frac{d}{dt} \text{sen} \theta_1 = 0$$

Derivada de la función  $\text{sen } \theta$  :

$$\frac{d \text{sen}}{d\theta} = \cos \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$r_2 \cos \theta_2 \frac{d\theta_2}{dt} - r_3 \cos \theta_3 \frac{d\theta_3}{dt} - r_4 \cos \theta_4 \frac{d\theta_4}{dt} - r_1 \cos \theta_1 \frac{d\theta_1}{dt} = 0$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

Ecuación del cierre del circuito que representa la velocidad

$$\omega_2 r_2 \cos \theta_2 - \omega_3 r_3 \cos \theta_3 + \omega_4 r_4 \cos \theta_4 + \omega_1 r_1 \cos \theta_1 = 0 \quad (4)$$

*Ecuaciones*

$$-\omega_2 r_2 \text{sen } \theta_2 - \omega_3 r_3 \text{sen} \theta_3 + \omega_4 r_4 \text{sen} \theta_4 + \omega_1 r_1 \text{sen} \theta_1 = 0 \quad (3)$$

$$\omega_2 r_2 \cos \theta_2 - \omega_3 r_3 \cos \theta_3 - \omega_4 r_4 \cos \theta_4 - \omega_1 r_1 \cos \theta_1 = 0 \quad (4)$$

En la figura se observa que el ángulo  $\theta_1$  es constante la ecuación queda así

$$-\omega_2 r_2 \text{sen } \theta_2 - \omega_3 r_3 \text{sen} \theta_3 + \omega_4 r_4 \text{sen} \theta_4 = 0 \quad (5)$$

$$\omega_2 r_2 \cos \theta_2 - \omega_3 r_3 \cos \theta_3 - \omega_4 r_4 \cos \theta_4 = 0 \quad (6)$$

A partir de aquí se debe obtener los parámetros que serán sustituidos en las ecuaciones (5) y (6), los parámetros tenemos que obtener con las relaciones que se encuentran en el mecanismo de cuatro barras.

De la figura, obtenemos los vectores que definen al mecanismo de cuatro barras.

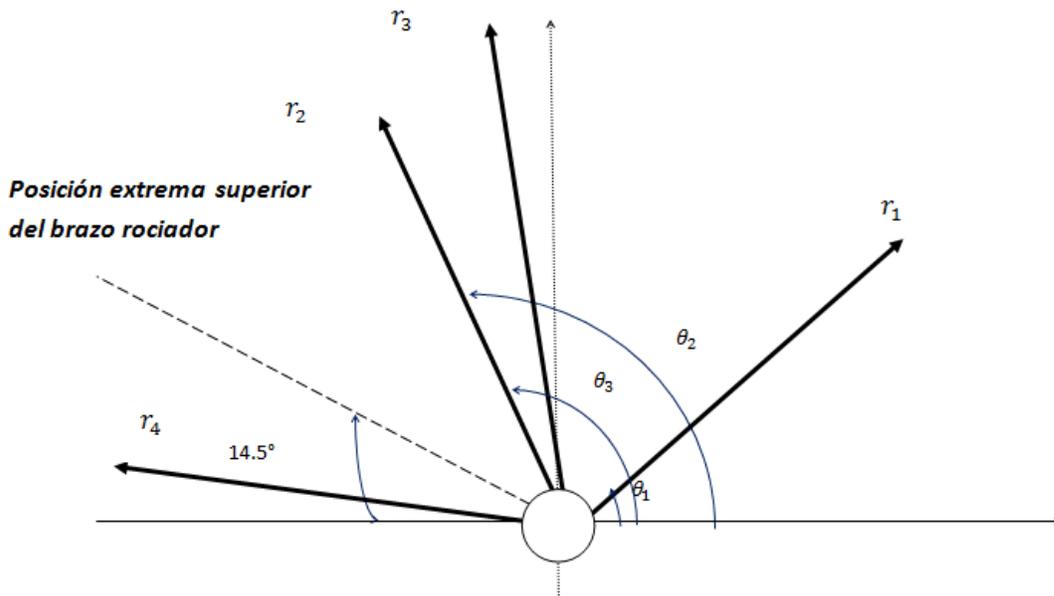


Figura 5.2

Y obtenemos los parámetros

$$\theta_2 = \theta_{21} \quad \theta_3 = \theta_{31} \quad \theta_4 = 165.5^\circ \quad \omega_4 = 0$$

Para la posición extrema inferior del brazo rociador

$$\theta_2 = \theta_{21} + 180 \quad \theta_3 = \theta_{32} \quad \theta_4 = 194.5^\circ \quad \omega_4 = 0$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (5) y (6)

**Sustituyendo para el extremo superior del brazo rociador**

$$\theta_2 = \theta_{21} \quad \theta_3 = \theta_{31} \quad \theta_4 = 165.5^\circ \quad \omega_4 = 0$$

$$-\omega_2 r_2 \operatorname{sen} \theta_{21} - \omega_3 r_3 \operatorname{sen} \theta_{31} + \omega_4 r_4 \operatorname{sen} 165.5 = 0 \quad (7)$$

$$\omega_2 r_2 \cos \theta_{21} - \omega_3 r_3 \cos \theta_{31} - \omega_4 r_4 \cos 165.5 = 0 \quad (8)$$

**Sustituyendo para el extremo inferior del brazo rociador**

$$\theta_2 = \theta_{21} + 180 \quad \theta_3 = \theta_{32} \quad \theta_4 = 194.5^\circ \quad \omega_4 = 0$$

$$-\omega_2 r_2 \operatorname{sen}(\theta_{21} + 180) - \omega_3 r_3 \operatorname{sen} \theta_{32} + \omega_4 r_4 \operatorname{sen} \theta_4 = 0$$

$$\omega_2 r_2 \cos(\theta_{21} + 180) - \omega_3 r_3 \cos \theta_{32} - \omega_4 r_4 \cos \theta_4 = 0$$

Se obtienen 4 ecuaciones con 7 incógnitas y sabiendo que  $\omega_4 = 0$

$$-\omega_2 r_2 \operatorname{sen} \theta_{21} - \omega_3 r_3 \operatorname{sen} \theta_{31} = 0 \quad (9)$$

$$\omega_2 r_2 \cos \theta_{21} - \omega_3 r_3 \cos \theta_{31} = 0 \quad (10)$$

$$-\omega_2 r_2 \operatorname{sen}(\theta_{21} + 180) - \omega_3 r_3 \operatorname{sen} \theta_{32} = 0 \quad (11)$$

$$\omega_2 r_2 \cos(\theta_{21} + 180) - \omega_3 r_3 \cos \theta_{32} = 0 \quad (12)$$

Dividiendo las 4 ecuaciones entre  $\omega_2 r_2$  como factores de escala y considerando como  $\frac{\omega_3}{\omega_2}$  y  $\frac{r_3}{r_2}$  como una sola variable.

*Resolviendo*

$$\theta_{31} = \theta_{21} \quad (13)$$

$$\theta_{32} = \theta_{21} \quad (14)$$

Lo que significa que los eslabones 2 y 3 están en línea en las dos posiciones de interés. Este resultado es importante ya que muestra que las dos posiciones extremas de un mecanismo de cuatro barras del tipo palanca acodada oscilante (balancín de manivela) ocurren cuando el eslabón de entrada y el eslabón de acoplamiento son colineales, es que son los puntos que *pueden unirse por una misma recta*.

Usando las ecuaciones (14) y (15) para sustituir en las ecuaciones (1) y (2), y sustituyendo los parámetros

$$r_2 \cos \theta_{21} + r_3 \cos \theta_{21} - r_4 \cos 165.5 - r_1 \cos \theta_1 = 0 \quad (16)$$

$$r_2 \operatorname{sen} \theta_{21} + r_3 \operatorname{sen} \theta_{31} - r_4 \operatorname{sen} 165.5 - r_1 \operatorname{sen} \theta_1 = 0 \quad (17)$$

$$r_2 \cos(\theta_{21} + 180^\circ) + r_3 \cos \theta_{21} - r_4 \cos 194.5^\circ - r_1 \cos \theta_1 = 0 \quad (18)$$

$$r_2 \operatorname{sen}(\theta_{21} + 180^\circ) + r_3 \operatorname{sen} \theta_{21} - r_4 \operatorname{sen} 194.5^\circ - r_1 \operatorname{sen} \theta_1 = 0 \quad (19)$$

Restando la ecuación 18 de la ecuación 16 y notando que  $\cos(\theta_{21} + 180^\circ) = -\cos \theta_{21}$ , se obtiene  $2r_2 \cos \theta_{21} = 0$

Lo que significa que o bien  $\theta_{21} = 90^\circ$  o  $\theta_{21} = -90^\circ$  si  $r \neq 0$ . Sustituyendo la raíz positiva para  $\theta_{21}$  en las ecuaciones 19 y 17 y sumando las dos se obtiene

$$r_1 \operatorname{sen} \theta_1 = r_3 \quad (20)$$

De manera similar, restando la ecuación 19 de la ecuación 17 se obtiene

$$4r_2 = r_4 \quad (21)$$

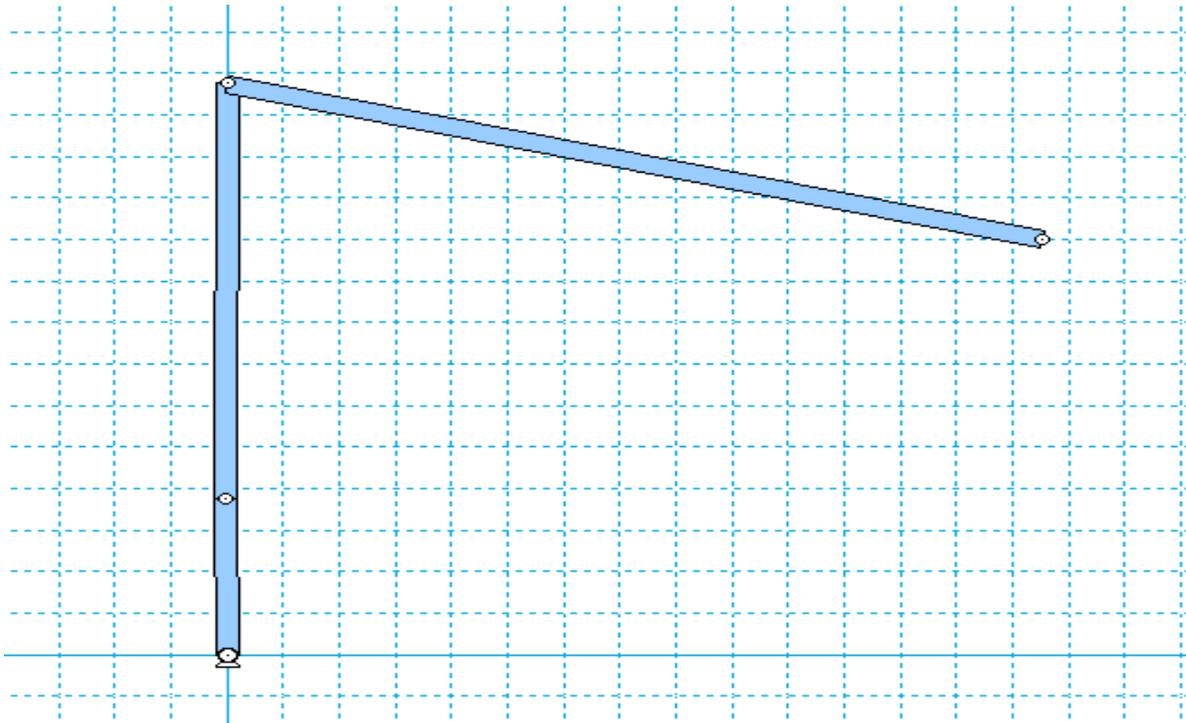
Finalmente, sustituyendo este resultado de la ecuación 16 se obtiene

$$r_1 \cos \theta_1 = 3.873 r_2 \quad (22)$$

## 9. Resultados, planos, graficas, prototipos y programas

### 9.1. Resultados

#### *Analisis de velocidad y aceleracion del mecanismo*



*Figura 6.1  
Análisis de posición modelado en WorkingModel*

Se analizara el mecanismo cuando  $\theta_2$  y  $\theta_3$  esten a un angulo de  $90^\circ$  y  $\theta_4 = 165.5$

Se analiza este puntos por que es uno de los mas importantes del mecanismo.

$$r_b = 3.75j$$

$$r_{c/b} = 10i$$

$$r_c = -14.5221 + 3.75j$$

$$\omega_{AB} = \omega_{AB}k \quad \omega_{BD} = \omega_{BD}k \quad \omega_{CD} = \omega_{CD}k$$

$$V_c = V_B + V_{C/B}$$

$$\omega_{CD}k \times (-14.5221i + 3.75j) = \omega_{AB}k \times (3.75j) + \omega_{BC}k \times (10j)$$

$$-14.5221j\omega_{CD} - 3.75i\omega_{CD} = -(3.75i)\omega_{AB} + (-10i)\omega_{BC}$$

$$\omega_{CD} = 0$$

$$-3.75i\omega_{CD} = -(3.75i)\omega_{AB} + (-10i)\omega_{BC}$$

$$\omega_{BC} = -\frac{3.75\omega_{AB}}{10}$$

Se deja en relación a la velocidad angular de entrada.

### *Análisis de aceleración*

$$r_b = 3.75j$$

$$r_{c/b} = 10i$$

$$r_c = -14.5221i + 3.75j$$

$$\alpha_{AB} = \alpha_{AB}k \quad \alpha_{BD} = \alpha_{BD}k \quad \alpha_{CD} = \alpha_{CD}k$$

$$a_c = a_B + a_{c/B}$$

$$\omega_{CD} = 0$$

$$a_c = \alpha_{CD}k \times r_c - \omega_{CD}^2 r_c$$

$$a_B = \alpha_{AB}k \times r_B - \omega_{AB}^2 r_B$$

$$a_{c/B} = \alpha_{BC}k \times r_{c/B} - \omega_{BC}^2 r_{c/B}$$

$$a_c = \alpha_{CD}k \times (-14.5221i + 3.75j)$$

$$a_c = (-14.5221j)\alpha_{CD} - (3.75i)\alpha_{CD}$$

$$a_B = \alpha_{AB}k \times (3.75i) - \omega_{AB}^2(3.75j)$$

$$a_B = (-3.75i)\alpha_{AB} - (3.75j)\omega_{AB}^2$$

$$a_{c/B} = \alpha_{BC}k \times (10j) - \omega_{BC}^2(10j)$$

$$a_{c/B} = (-10i)\alpha_{BC} - (10j)\omega_{BC}^2$$

### *Sustituyendo en la ecuación original*

$$a_c = a_B + a_{c/B}$$

$$(-14.5221j)\alpha_{CD} - (3.75i)\alpha_{CD} = (-3.75i)\alpha_{AB} - (3.75j)\omega_{AB}^2 - 10i\alpha_{BC} - (10j)\omega_{BC}^2$$

$$\alpha_{AB} = 0$$

Se supondrá que la aceleración angular es igual a 0

$$-14.5221\alpha_{CD} = -3.75\omega_{AB}^2 - 10\omega_{BC}^2$$

$$-3.75\alpha_{CD} = -3.75\alpha_{AB} - 10\alpha_{BC}$$

$$\alpha_{BC} = \frac{3.75\alpha_{CD}}{10}$$

$$\alpha_{CD} = \frac{3.75\omega_{AB}^2 + 10\omega_{BC}^2}{14.5221}$$

Del análisis de velocidad se obtuvo que

$$\omega_{BC} = -\frac{3.75\omega_{AB}}{10}$$

Sustituyendo

$$\alpha_{CD} = \frac{3.75\omega_{AB}^2}{14.5221} + \frac{10}{14.5221} \left( -\frac{3.75\omega_{AB}}{10} \right)^2$$

En un principio se dedujeron las ecuaciones que describen el movimiento que tiene que realizar el mecanismo, pero con estas ecuaciones se pueden obtener diferentes longitudes en base a los datos de entrada que son  $r_3$  y  $r_4$ , teniendo los datos de entrada obtenemos  $r_1$ ,  $r_4$  y  $\theta_1$ , con estas ecuaciones se hizo un pequeño programa para que con solo introducir los valores predeterminados se puedan encontrar las condiciones faltantes del mecanismo.

En la imagen 6.2 se encuentran las ecuaciones que definen al tipo de mecanismo, el mecanismo que nosotros utilizamos tiene como entrada  $r_3 = 10$  y  $r_4 = 15$ , en la figura 6.3 el programa arroja las condiciones que necesita el mecanismo, tanto las dos longitudes faltantes y el ángulo  $\theta_1$ .

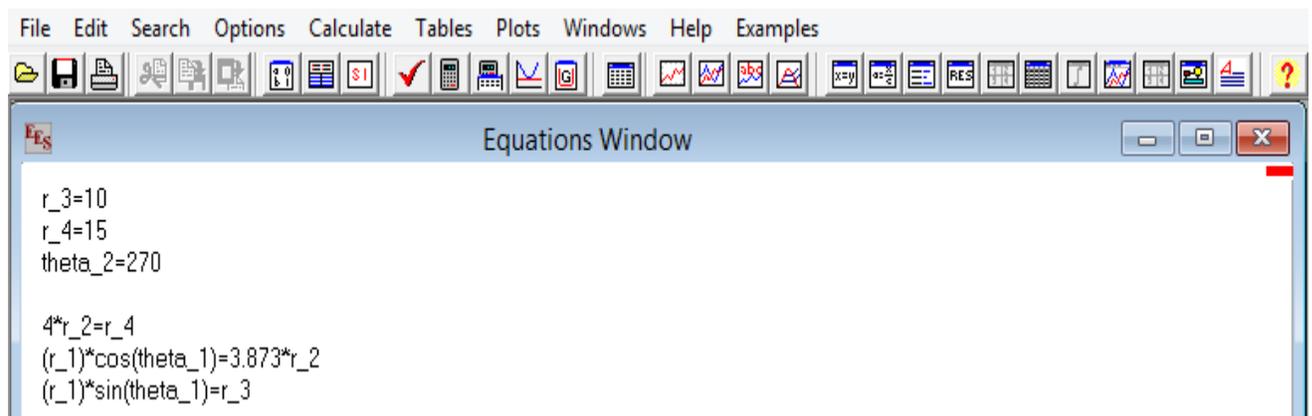


Figura 6.2  
Ecuaciones que definen al mecanismo (EES)

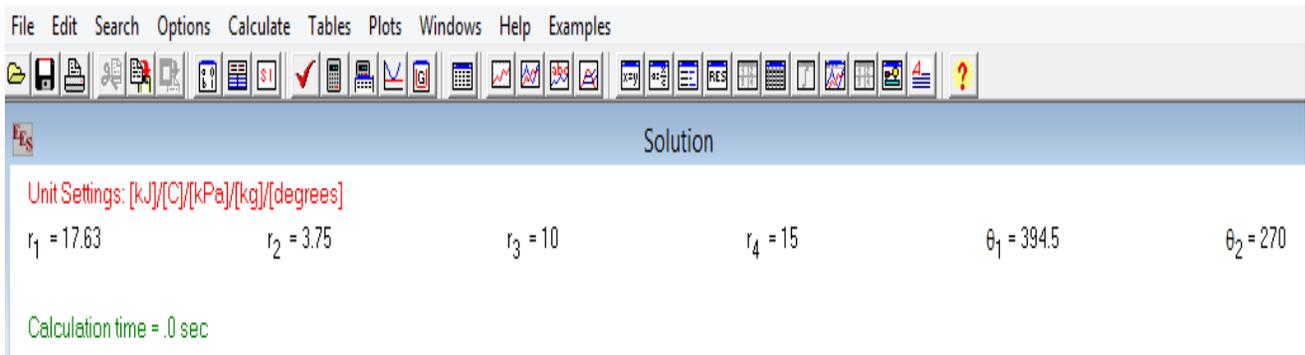


Figura 6.3  
Condiciones que el mecanismo necesita

### Análisis de posición del mecanismo

El mecanismo del proyecto se analizó y se comparó por diversos métodos, se utilizó el método gráfico. Se utilizó como ejemplo el ángulo de entrada  $\theta_2 = 90^\circ$ .

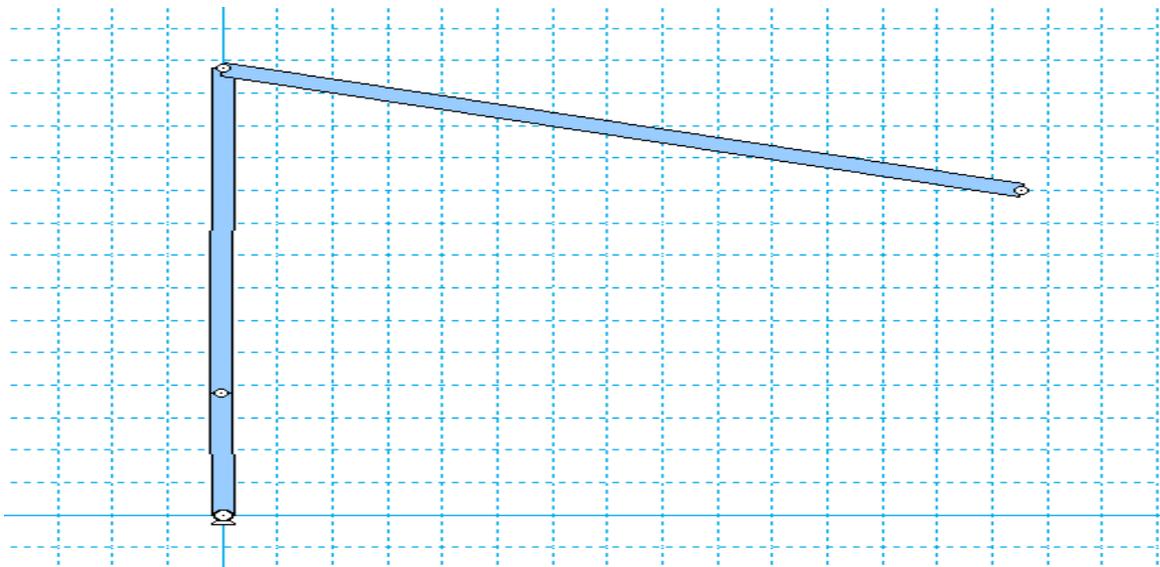


Figura 6.4  
Análisis de posición modelado en WorkingModel

Con el método gráfico se encontró que cuando al eslabón motor se le proporciona el ángulo de entrada  $\theta_2 = 90^\circ$ ,  $\theta_3 = 90^\circ$ , por lo tanto  $\theta_4 = 165.5^\circ$ , es decir cuando  $\theta_2$  y  $\theta_3$  alcanzan sus máximos valores pasa lo mismo con el ángulo  $\theta_4$ .

Para este tipo de mecanismo se deducirá una ecuación particular que pueda describir desplazamiento del mecanismo.

Se utilizará la ecuación de lazo cerrado para un mecanismo de cuatro barras y se procederá a hacer la deducción con un ángulo  $\theta_1 \neq 0$ .

$$\mathbf{R}_A + \mathbf{R}_{BA} - \mathbf{R}_{BO_4} - \mathbf{R}_{O_4} = \mathbf{0}$$

$$ae^{j\theta_2} + be^{j\theta_3} - ce^{j\theta_4} - de^{j\theta_1} = 0 \text{-----} 4.5 \text{ c}$$

$$a(\cos\theta_2 + j\sin\theta_2) + b(\cos\theta_3 + j\sin\theta_3) - c(\cos\theta_4 + j\sin\theta_4) - d(\cos\theta_1 + j\sin\theta_1) = 0$$

$$a\cos\theta_2 + b\cos\theta_3 - c\cos\theta_4 - d\cos\theta_1 = 0$$

$$j a \sin\theta_2 + j b \sin\theta_3 - j c \sin\theta_4 - j d \sin\theta_1 = 0$$

$$b\cos\theta_3 = c\cos\theta_4 - a\cos\theta_2 + d\cos\theta_1$$

$$b\sin\theta_3 = c\sin\theta_4 - a\sin\theta_2 + d\sin\theta_1$$

Elevamos al cuadrado y sumamos:

$$b^2(\sin^2\theta_3 + \cos^2\theta_3) = (-a\sin\theta_2 + c\sin\theta_4 + d\sin\theta_1)^2 + (-a\cos\theta_2 + c\cos\theta_4 + d\cos\theta_1)^2 = 0$$

Recordando que:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \text{Y que } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$b^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ac(\cos\theta_2\cos\theta_4 + \sin\theta_2\sin\theta_4) - 2ad(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) + 2cd(\cos\theta_1\cos\theta_4 + \sin\theta_1\sin\theta_4) = 0$$

Al dividir toda la ecuación entre  $2ac$

$$\frac{b^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ac(\cos\theta_2\cos\theta_4 + \sin\theta_2\sin\theta_4) - 2ad(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) + 2cd(\cos\theta_1\cos\theta_4 + \sin\theta_1\sin\theta_4)}{2ac}$$

Se tomaran las mismas constantes descritas anteriormente

$$K_1 = \frac{d}{a} \quad K_2 = \frac{d}{c} \quad K_3 = \frac{a^2 - b^2 + b^2 + c^2}{2ac}$$

$$K_1(\cos\theta_1\cos\theta_4 + \sin\theta_1\sin\theta_4) - K_2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) + K_3 - (\cos\theta_2\cos\theta_4 + \sin\theta_2\sin\theta_4) = 0$$

$$\sin\theta_4 = \frac{2\tan(\frac{\theta_4}{2})}{1 + \tan^2(\frac{\theta_4}{2})} \quad \cos\theta_4 = \frac{1 - \tan^2(\frac{\theta_4}{2})}{1 + \tan^2(\frac{\theta_4}{2})}$$

Sustituyendo  $\sin\theta_4$ ,  $\cos\theta_4$  en la ecuación y multiplicando todas las ecuaciones por  $1 + \tan^2(\frac{\theta_4}{2})$  y agrupando.

$$\left[ \tan^2\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \right] [-K_1\cos\theta_1 - K_2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) + K_3 - \cos\theta_2] + \left[ \tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \right] [2K_1\sin\theta_1 - 2\sin\theta_2] + K_1\cos\theta_1 - K_2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) - \cos\theta_2 + K_3 = 0$$

$$A = -K_1\cos\theta_1 - K_2(\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2) + K_3 - \cos\theta_2$$

$$B = 2K_1 \text{sen}\theta_1 - 2\text{sen}\theta_2$$

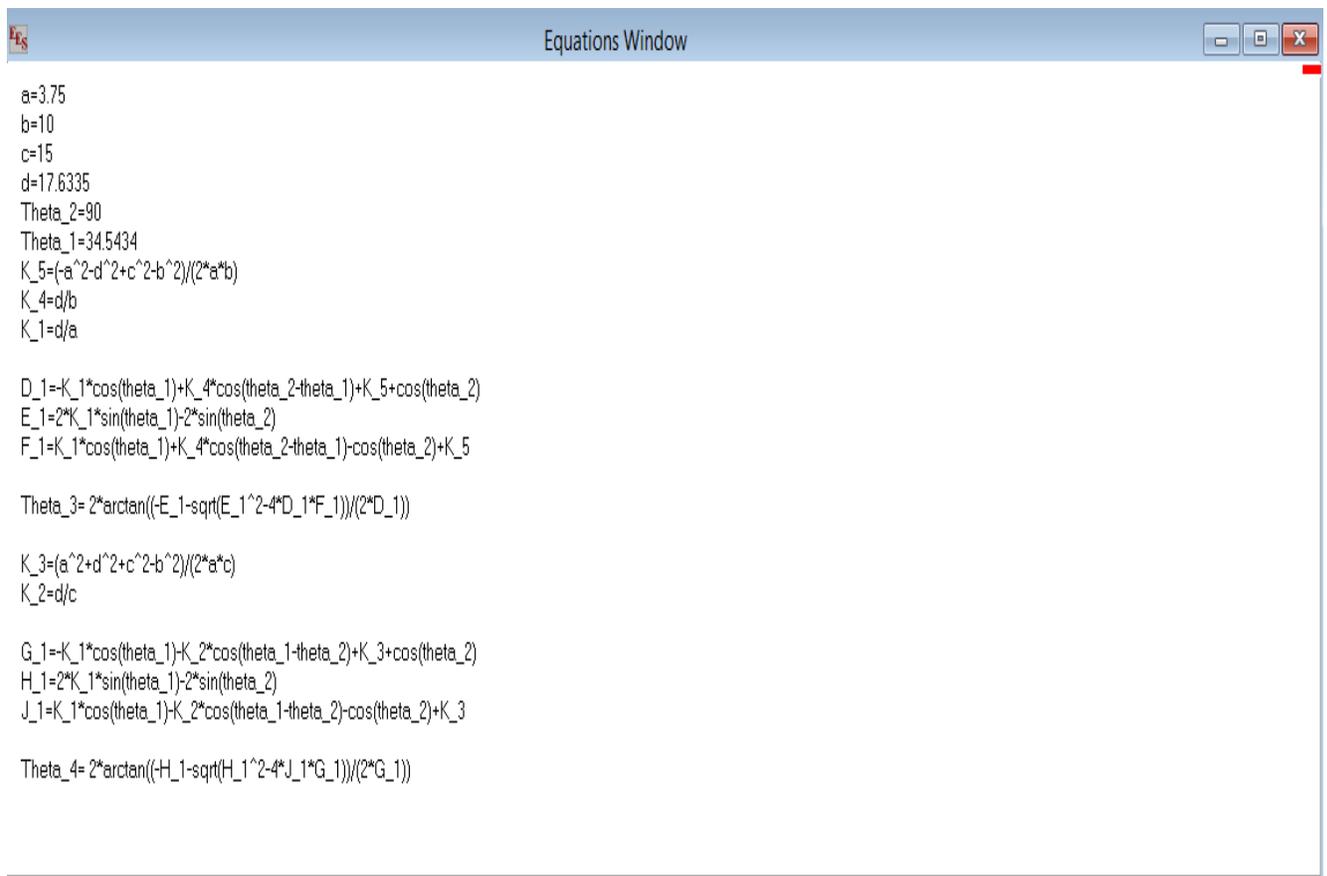
$$C = K_1 \cos\theta_1 - K_2(\cos\theta_1 \cos\theta_2 + \text{sen}\theta_1 \text{sen}\theta_2) - \cos\theta_2 + K_3$$

$$\tan\left(\frac{\theta_4}{2}\right) = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$\theta_{4,1,2} = 2\arctan\left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}\right)$$

Con esta ecuación se puede encontrar el ángulo de salida, y el mismo procedimiento se realiza para encontrar el ángulo  $\theta_3$ .

Estas ecuaciones se pueden resolver en un software o resolvidor de ecuaciones, en este caso se utilizó el software EES.



```

EES
a=3.75
b=10
c=15
d=17.6335
Theta_2=90
Theta_1=34.5434
K_5=(-a^2-d^2+c^2-b^2)/(2*a*b)
K_4=d/b
K_1=d/a

D_1=K_1*cos(Theta_1)+K_4*cos(Theta_2-Theta_1)+K_5*cos(Theta_2)
E_1=2*K_1*sin(Theta_1)-2*sin(Theta_2)
F_1=K_1*cos(Theta_1)+K_4*cos(Theta_2-Theta_1)-cos(Theta_2)+K_5

Theta_3=2*arctan((-E_1-sqrt(E_1^2-4*D_1*F_1))/(2*D_1))

K_3=(a^2+d^2+c^2-b^2)/(2*a*c)
K_2=d/c

G_1=-K_1*cos(Theta_1)-K_2*cos(Theta_1-Theta_2)+K_3*cos(Theta_2)
H_1=2*K_1*sin(Theta_1)-2*sin(Theta_2)
J_1=K_1*cos(Theta_1)-K_2*cos(Theta_1-Theta_2)-cos(Theta_2)+K_3

Theta_4=2*arctan((-H_1-sqrt(H_1^2-4*J_1*G_1))/(2*G_1))
  
```

**Figura 6.5**  
Resolviendo Ecuaciones para encontrar ángulos entre eslabones (EES)

Los resultados que se encontraron fueron estos:

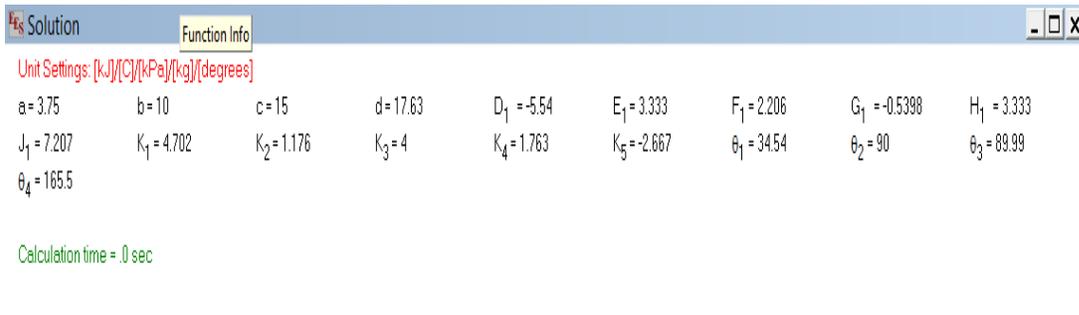
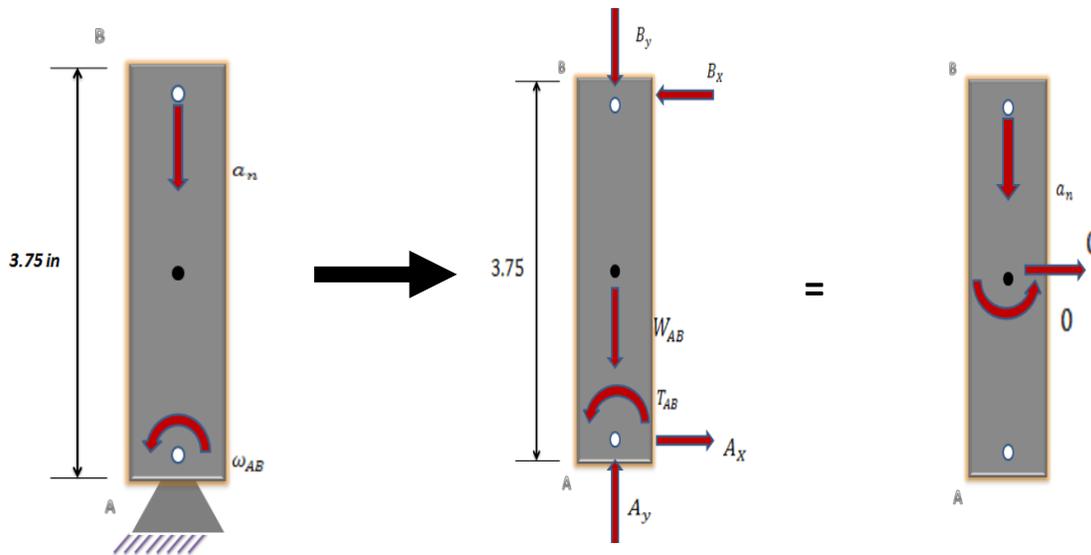


Figura 6.6  
Resultados Obtenidos de la figura 6.5 (EES)

Se observa que los ángulos que se obtuvieron son idénticos en el método de posición. Por lo que se puede afirmar que la deducción de la ecuación para el mecanismo es correcta. Con este programa se pueden obtener los ángulos  $\theta_3$  y  $\theta_4$  para los  $360^\circ$  del ángulo de entrada  $\theta_2$ .

### Análisis de Fuerzas



$$a_n = -\omega_{BC}^2(3.75J)$$

$$a_n = -3.75\omega_{BC}^2$$

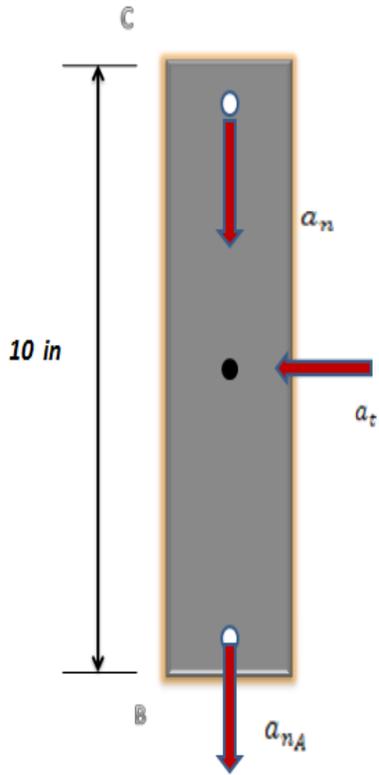
$$\omega_{AB} = \text{Constante}$$

$$a_t = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = \sum (F_y)_{eff} : A_y - B_y - W = -a_n(m_{AB})$$

$$A_y = -a_n(m_{AB}) + B_y + W \text{ ----- (1)}$$

$$\rightarrow \sum F_x = \sum (F_x)_{eff} \quad A_x = B_x \text{ ----- (2)}$$



$$a_G = a_B + a_{G/B}$$

$$a_G = -\omega_{BC}^2 r - 3.75\omega_{AB}^2$$

$$a_{G_y} = -10\omega_{BC}^2 - 3.75\omega_{AB}^2$$

$$a_{G_x} = \alpha_{BC} k \times 5j$$

$$a_{G_x} = -5\alpha_{BC}$$

Recordando que

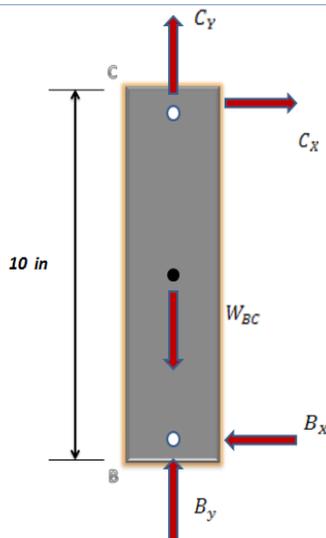
$$\omega_{BC} = -\frac{3.75\omega_{AB}}{10}$$

$$a_{G_y} = -10\left(\frac{-3.75\omega_{AB}}{10}\right)^2 - 3.75\omega_{AB}^2$$

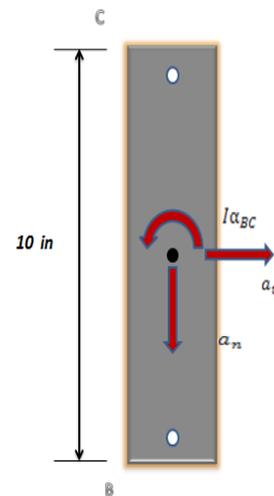
$$a_{G_y} = -\frac{3.75^2}{10}\omega_{AB}^2 - 3.75\omega_{AB}^2$$

$$I = \frac{1}{12}m_{BC}(10)^2$$

$$I = \frac{25}{3}m_{BC}$$



=



$$\sum M_C = \sum (M_C)_{eff} : -10B_x = \frac{25}{3}m_{BC} + a_t(5)m_{BC}$$

Sustituyendo  $a_t = a_x$   $B_x = \frac{5}{3}\alpha_{BC}m_{BC}$  ----- (3)

$$\sum F_x = \sum (F_x)_{eff} \therefore C_x - B_x = m_{BC}a_t$$

$$C_x = m_{BC}a_t + B_x$$

$$C_x = -\frac{10}{3}\alpha_{BC}m_{BC} \text{ -----(4)}$$

$$+\uparrow \sum F_y = \sum F_y \quad B_y + C_y - W_{BC} = -m_{BC}a_{G_y}$$

$$B_y = -C_y + W_{BC} - m_{BC}a_{G_y} \text{ -----(5)}$$

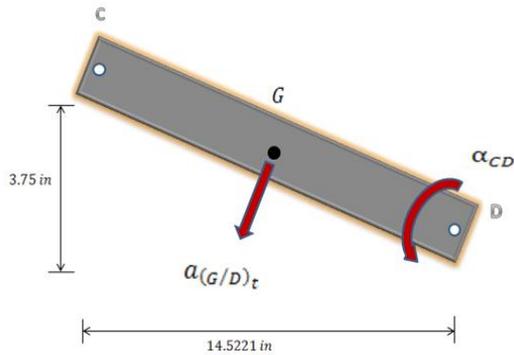
$$a_G = a_{(G/D)}$$

$$a_G = \alpha_{CD} \times r_{G/D}$$

$$a_G = \alpha_{CD}k \times (-7.26105i + 1.875j)$$

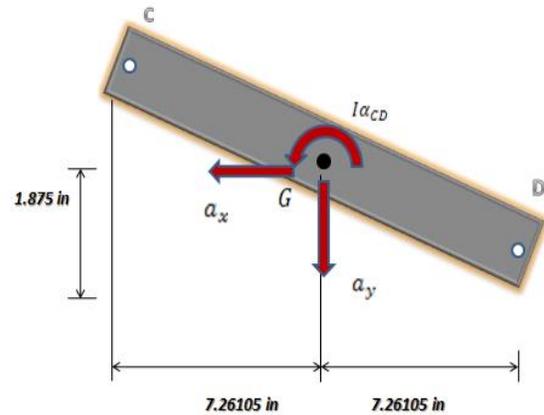
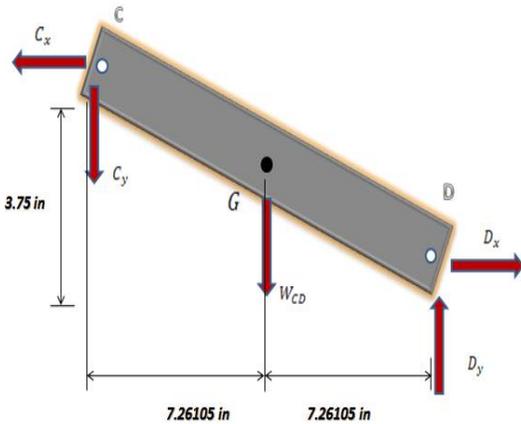
$$a_G = -7.26105j\alpha_{CD} - 1.875i\alpha_{CD}$$

$$I = \frac{1}{12}m_{CD}(15)^2 = \frac{75}{4}m_{CD}$$



$$\sum M_C = \sum (M_C)_{eff}$$

$$D_x(3.75) + D_y(14.5221) - W_{CD}(7.26105) =$$



$$I\alpha_{CD} - a_y(7.26105) - a_x(1.875)$$

$$D_y = \frac{\frac{75}{4}m_{CD}\alpha_{CD} - (7.26105)(-7.26105\alpha_{CD})m_{CD} - (1.875)(-1.875\alpha_{CD}m_{CD}) - (7.26105)m_{CD}g - (3.75)D_x}{14.5521}$$

$$D_y = \frac{74.9884m_{CD}\alpha_{CD} - (7.26105)m_{CD}g - (3.75)D_x}{14.5221} \text{ -----(6)}$$

$$\rightarrow \sum F_x = \sum (F_x)_{eff} : D_x - C_x = -m_{CD}a_x$$

$$D_x = -(-1.875m_{CD}\alpha_{CD}) - \frac{10}{3}\alpha_{BC}m_{BC}$$

$$D_x = (1.875m_{CD}\alpha_{CD}) - \frac{10}{3}\alpha_{BC}m_{BC} \text{ ----- (7)}$$

Sustituyendo  $D_x$  en  $D_Y$

$$D_y = \frac{74.9884m_{CD}\alpha_{CD} - (7.26105)m_{CD}g - (3.75)(1.875m_{CD}\alpha_{CD})\left(-\frac{10}{3}\alpha_{BC}m_{BC}\right)}{14.5221}$$

$$D_y = 4.67953m_{CD}\alpha_{CD} - 0.5m_{CD}g + 0.8607m_{BC}\alpha_{BC} \text{ ----- (8)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = \Sigma F_y$$

$$D_y - C_y - W_{CD} = -m_{CD}a_y$$

$$C_y = -(7.26105)m_{CD}\alpha_{CD} - (4.67953m_{CD}\alpha_{CD} - 0.5m_{CD}g + 0.8607m_{BC}\alpha_{BC}) - m_{CD}g$$

$$C_y = -11.94058m_{CD}\alpha_{CD} - 0.5m_{CD}g - 0.8607m_{BC}\alpha_{BC} \text{ ----- (9)}$$

Sustituimos  $C_y$  en (5)

$$B_y = -m_{BC}a_{G_y} - C_y + W_{BC}$$

$$B_y = -(-11.94058m_{CD}\alpha_{CD} - 0.5m_{CD}g - 0.8607m_{BC}\alpha_{BC}) - \left(-\frac{3.75^2}{10}\omega_{AB}^2 - 3.75\omega_{AB}^2\right)m_{BC} + m_{BC}g$$

$$B_y = \left(\frac{3.75^2}{10}\omega_{AB}^2 + 3.75\omega_{AB}^2 + 0.8607\alpha_{BC}\right)m_{BC} + 11.94058m_{CD}\alpha_{CD} + g(0.5m_{CD} + m_{BC}) \text{ ----- (9)}$$

Sustituyendo  $B_x$  en (2)

$$A_x = \frac{5}{3}\alpha_{BC}m_{BC}$$

Sustituyendo  $B_y$  en (1)

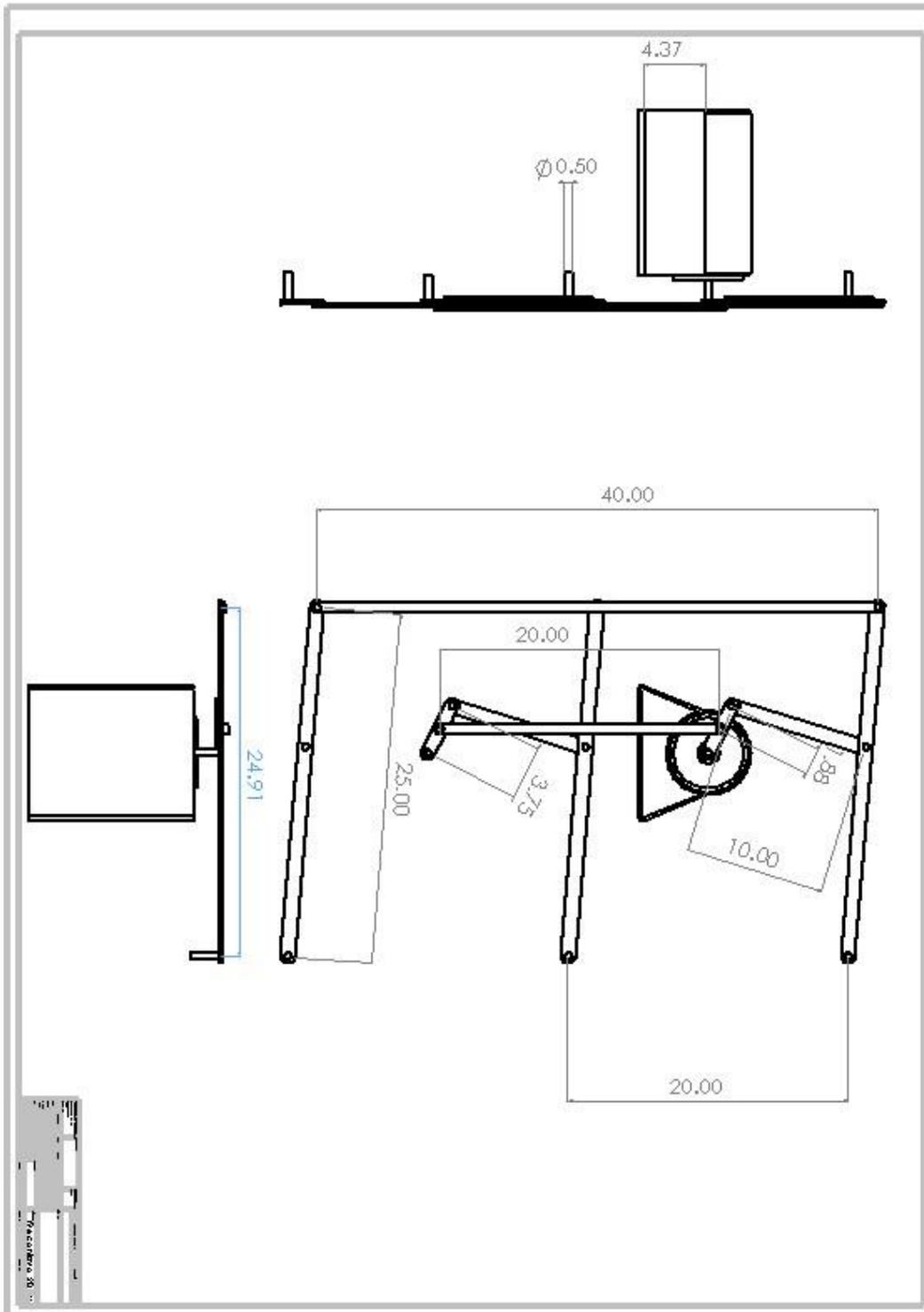
$$A_y = -a_n(m_{AB}) + B_y + W_{AB}$$

$$A_y = -(-3.75\omega_{BC}^2)(m_{AB}) + B_y + m_{AB}g$$

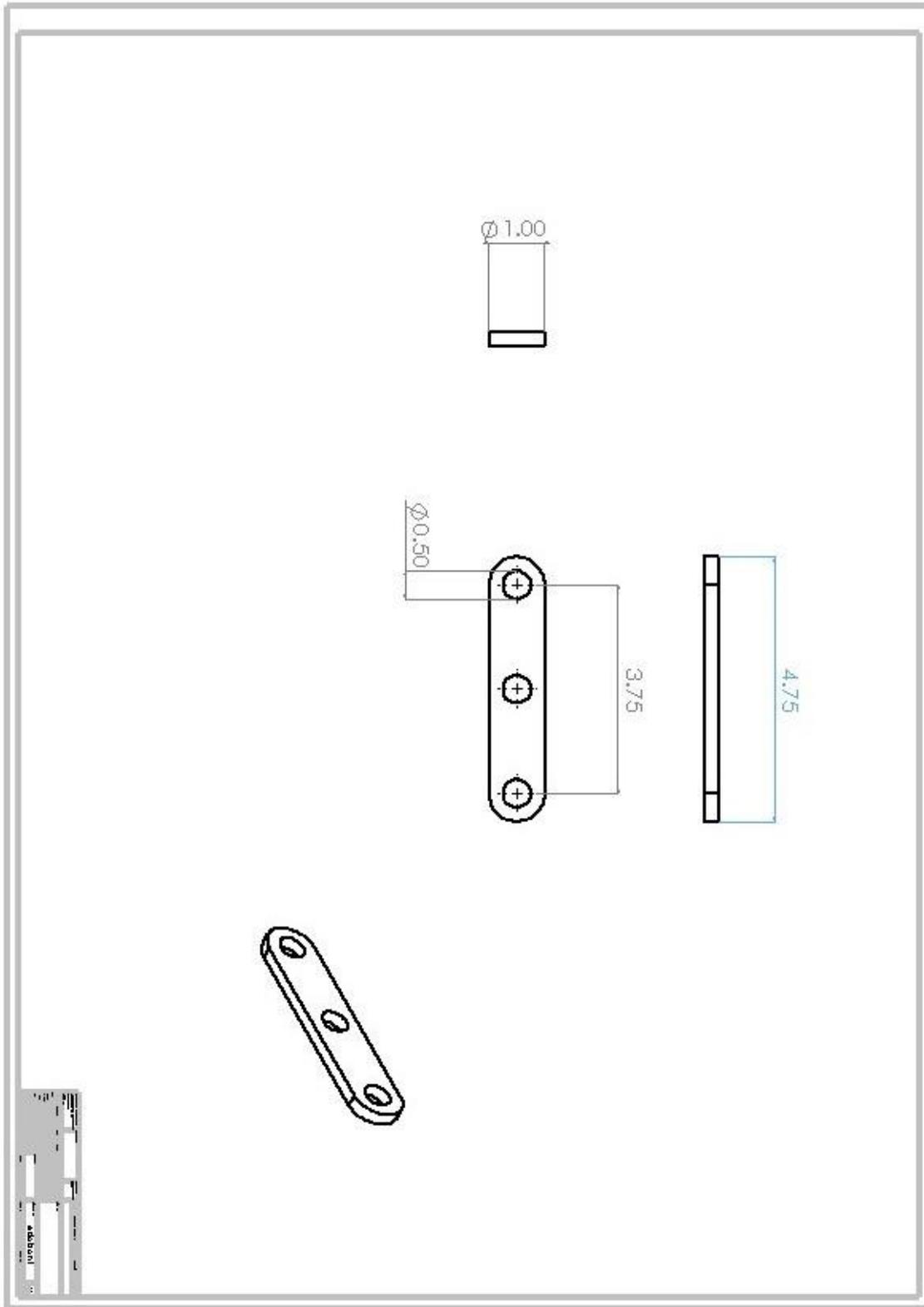
$$A_y = (3.75\omega_{BC}^2)(m_{AB}) + \left(\frac{3.75^2}{10}\omega_{AB}^2 + 3.75\omega_{AB}^2 + 0.8607\alpha_{BC}\right)m_{BC} + 11.94058m_{CD}\alpha_{CD} + g(0.5m_{CD} + m_{BC}) + m_{AB}g$$

$$A_y = (3.75\omega_{BC}^2)(m_{AB}) + \left(\frac{3.75^2}{10}\omega_{AB}^2 + 3.75\omega_{AB}^2 + 0.8607\alpha_{BC}\right)m_{BC} + 11.94058m_{CD}\alpha_{CD} + g(0.5m_{CD} + m_{BC} + m_{AB})$$

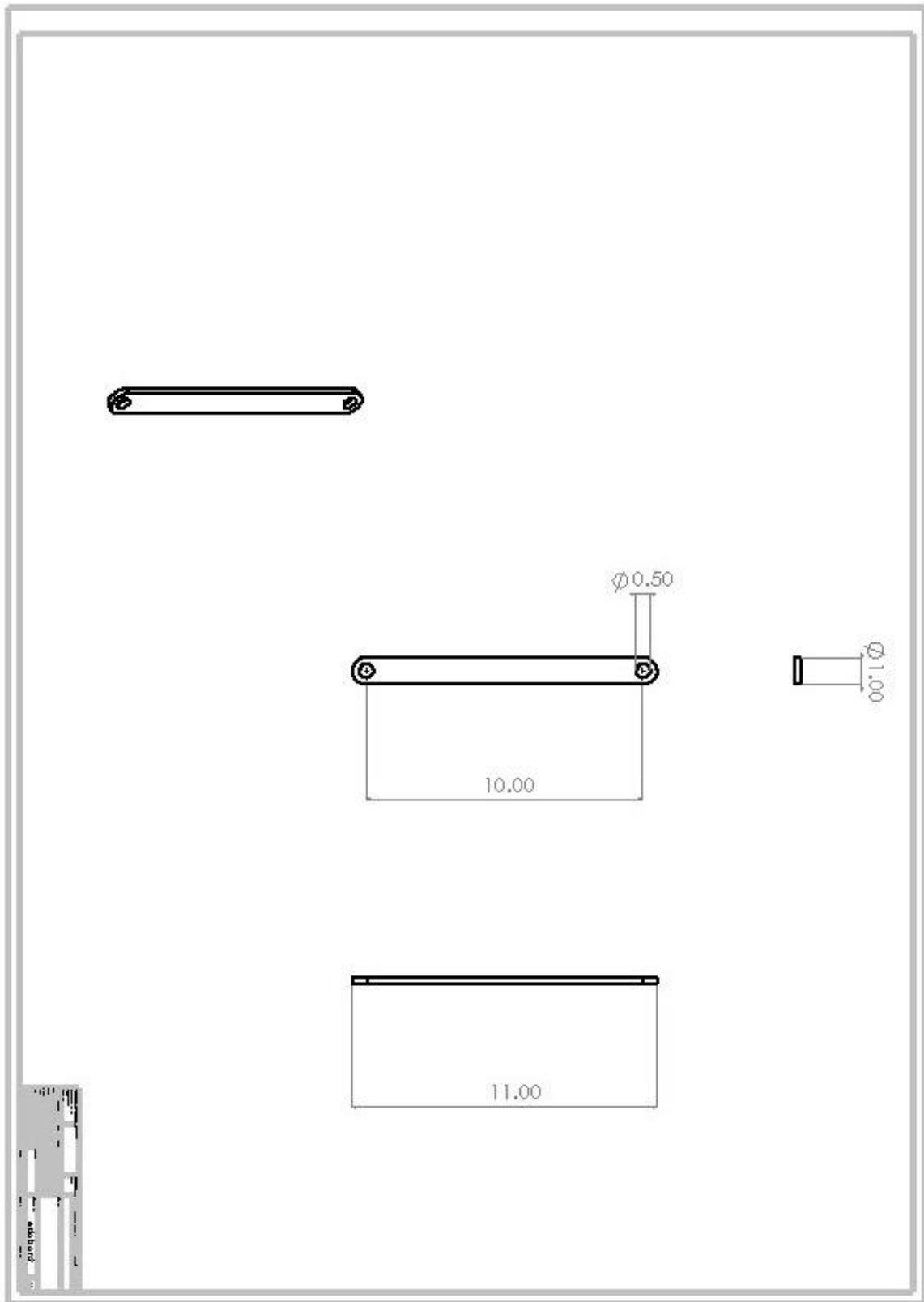
## 9.2. Planos Gráficas



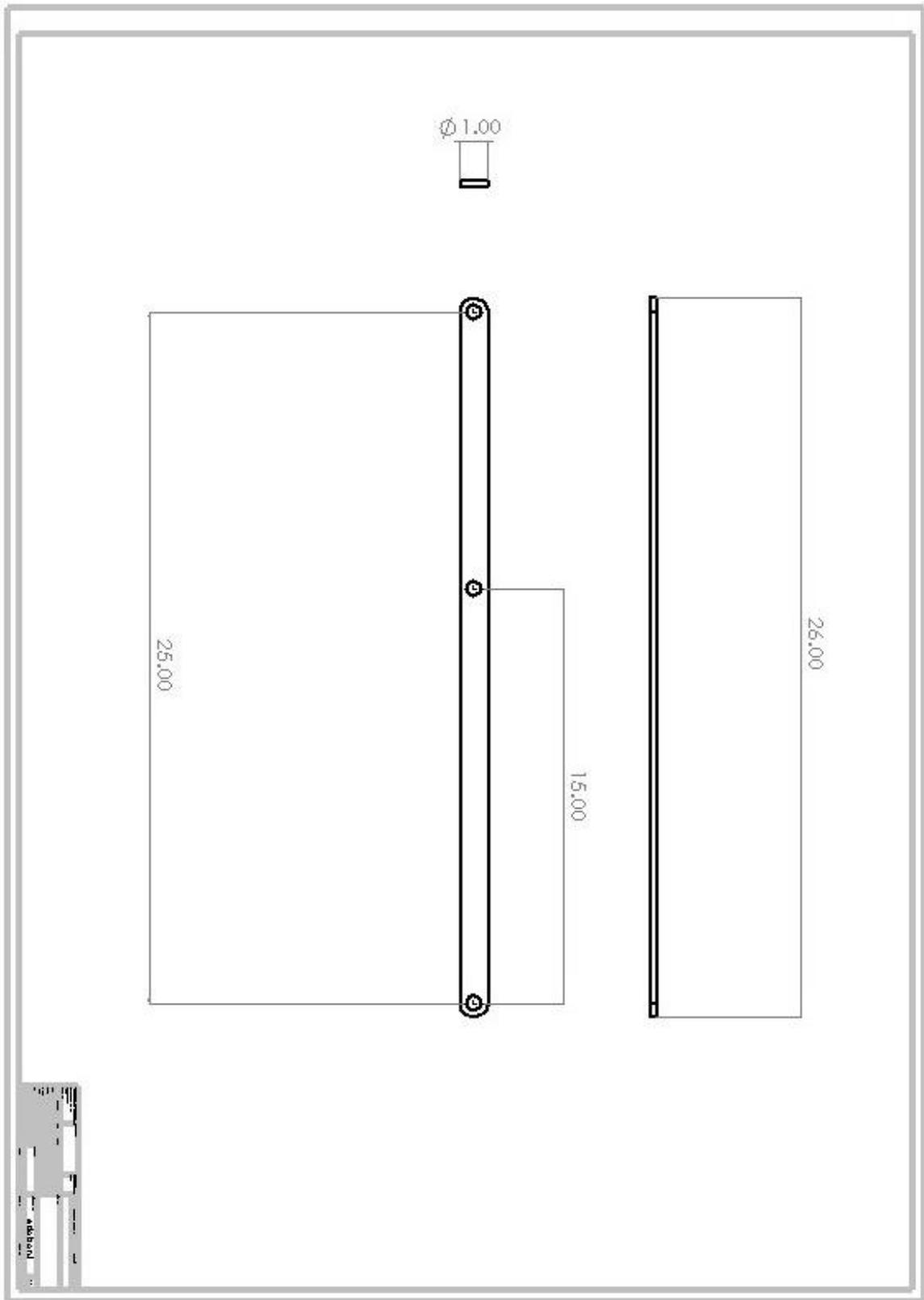
*Figura 7.1*  
*Mecanismo completo de la cortadora en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)*



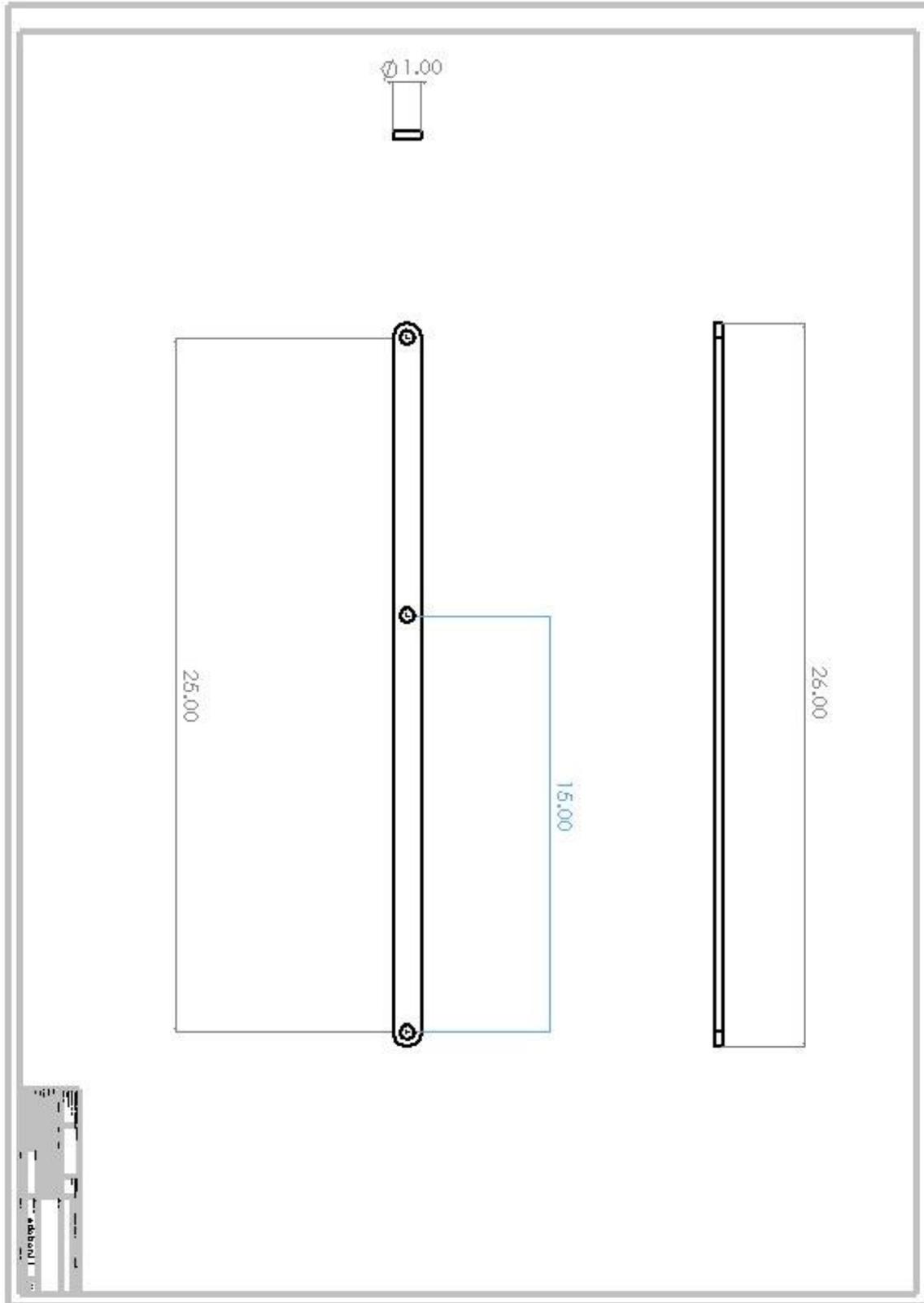
*Figura 7.2*  
Eslabón 1 en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)



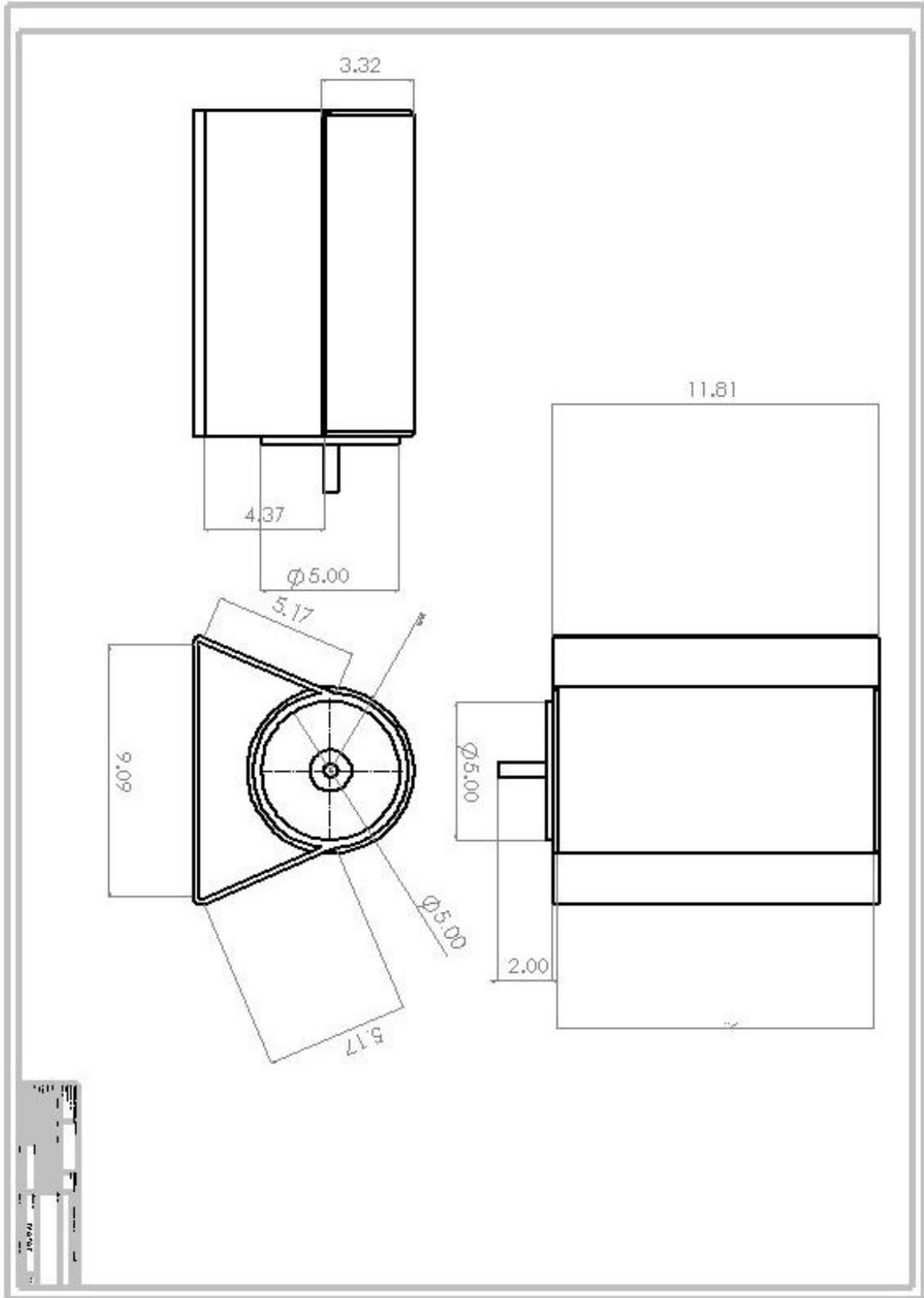
*Figura 7.3*  
Eslabón 2 en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)



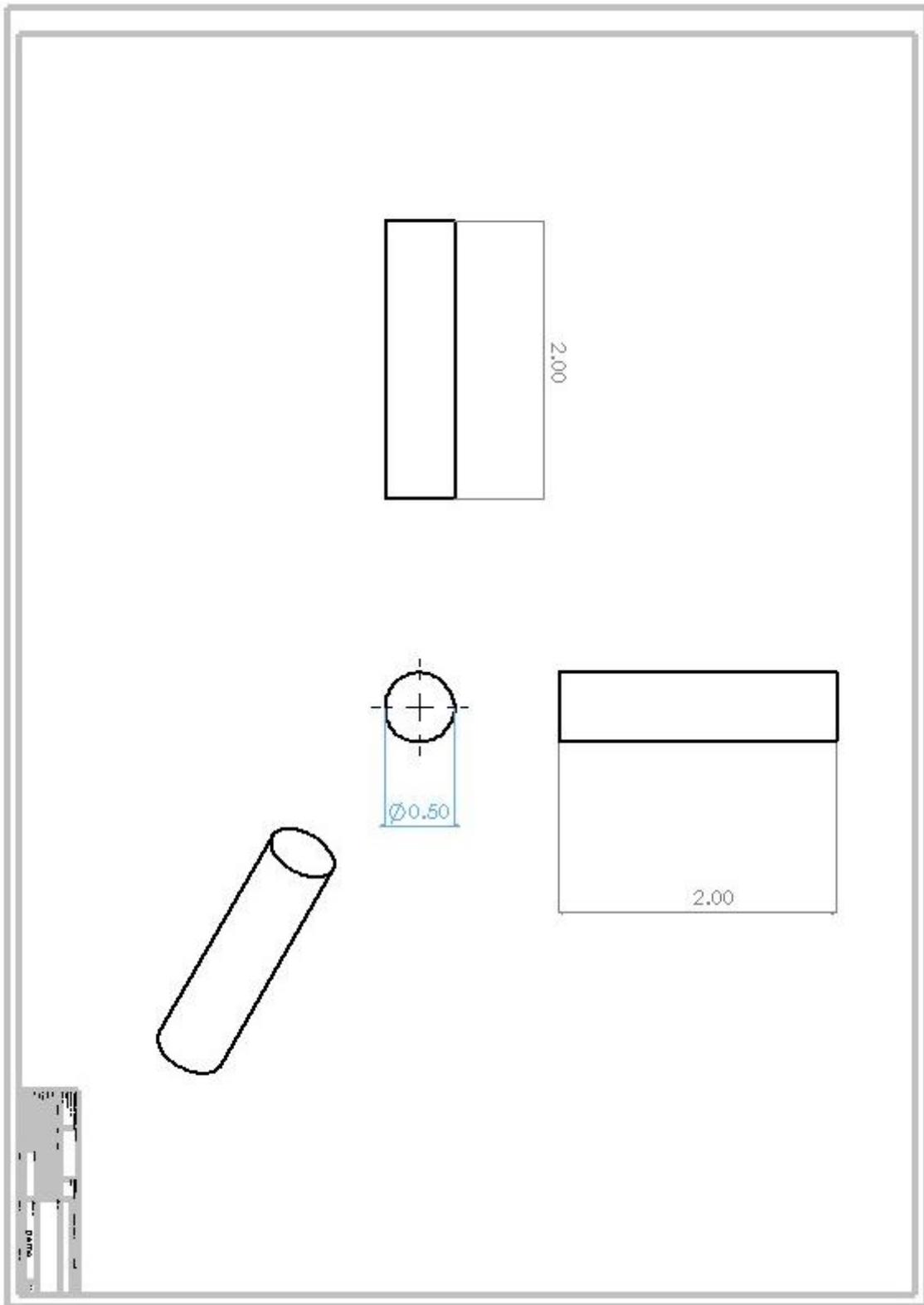
*Figura 7.4*  
Eslabón 3 en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)



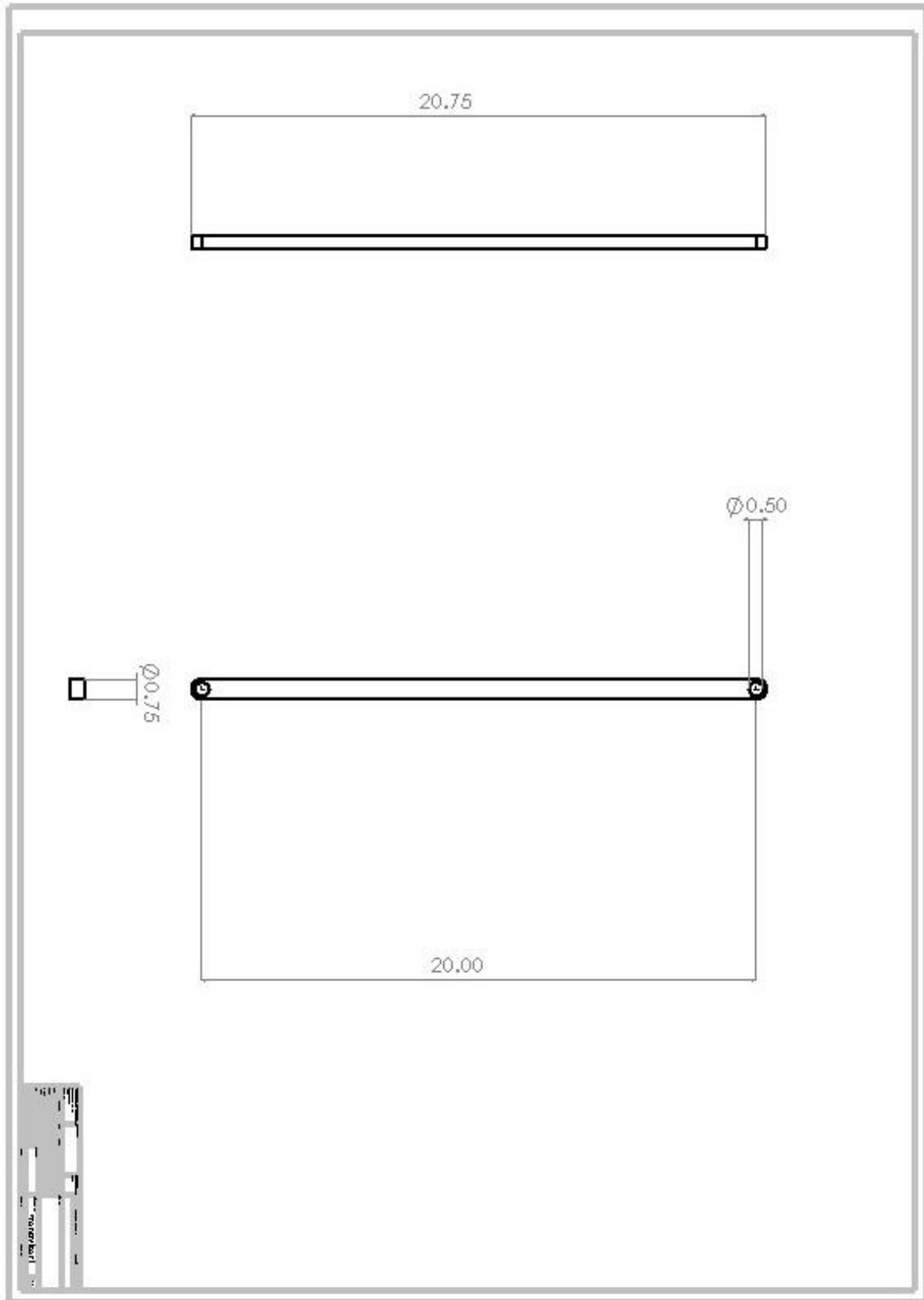
*Figura 7.5*  
Eslabón 3.1 en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)



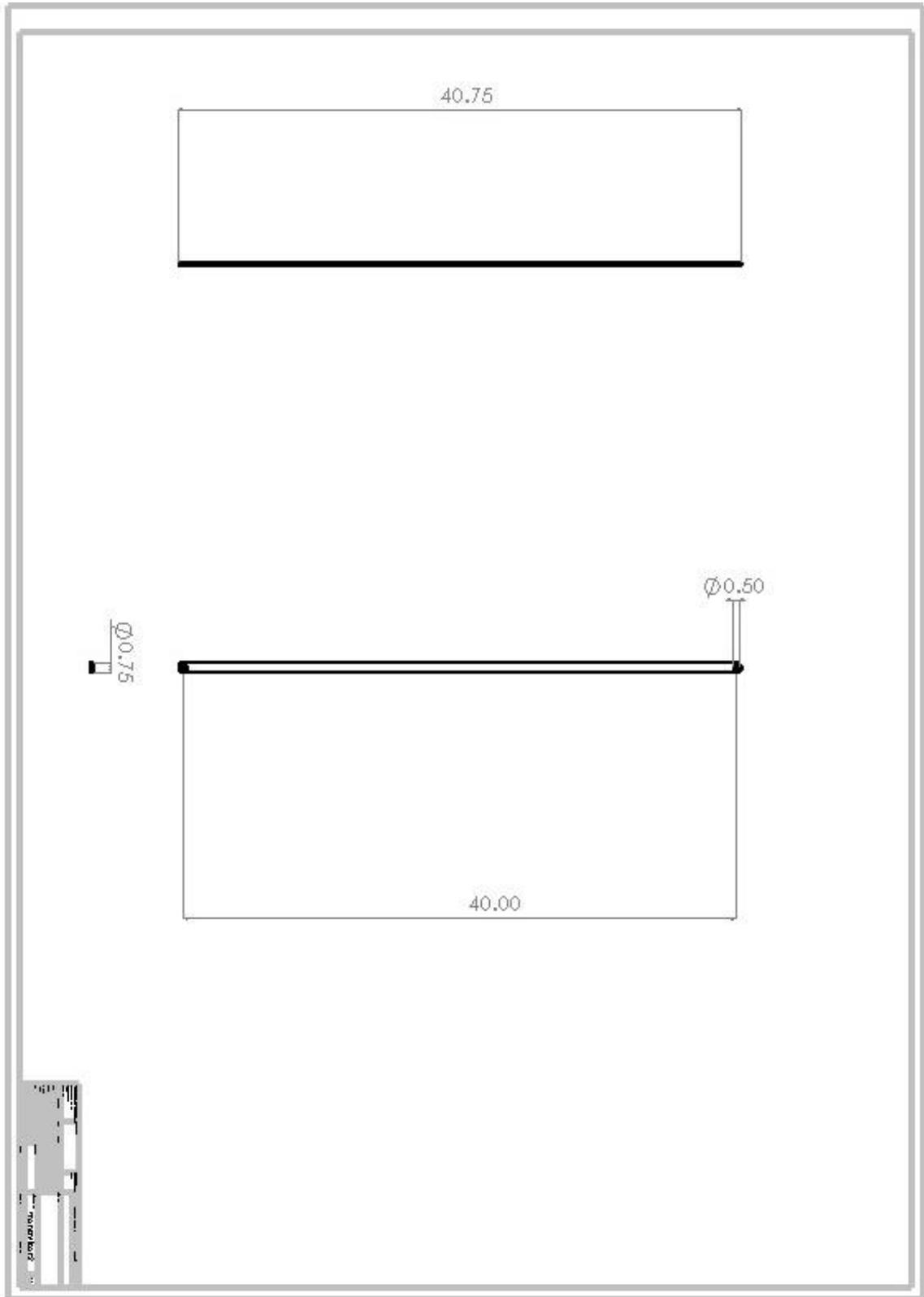
*Figura 7.6*  
 Motor en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)



*Figura 7.7*  
*Perno en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)*



*Figura 7.8*  
Transmisor de movimiento 1 en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)



*Figura 7.9*  
Transmisor de movimiento 2 en 2D (SolidWorks) (Sistema Inglés)

### 9.3. Prototipos

#### 9.3.1. Prototipo Real

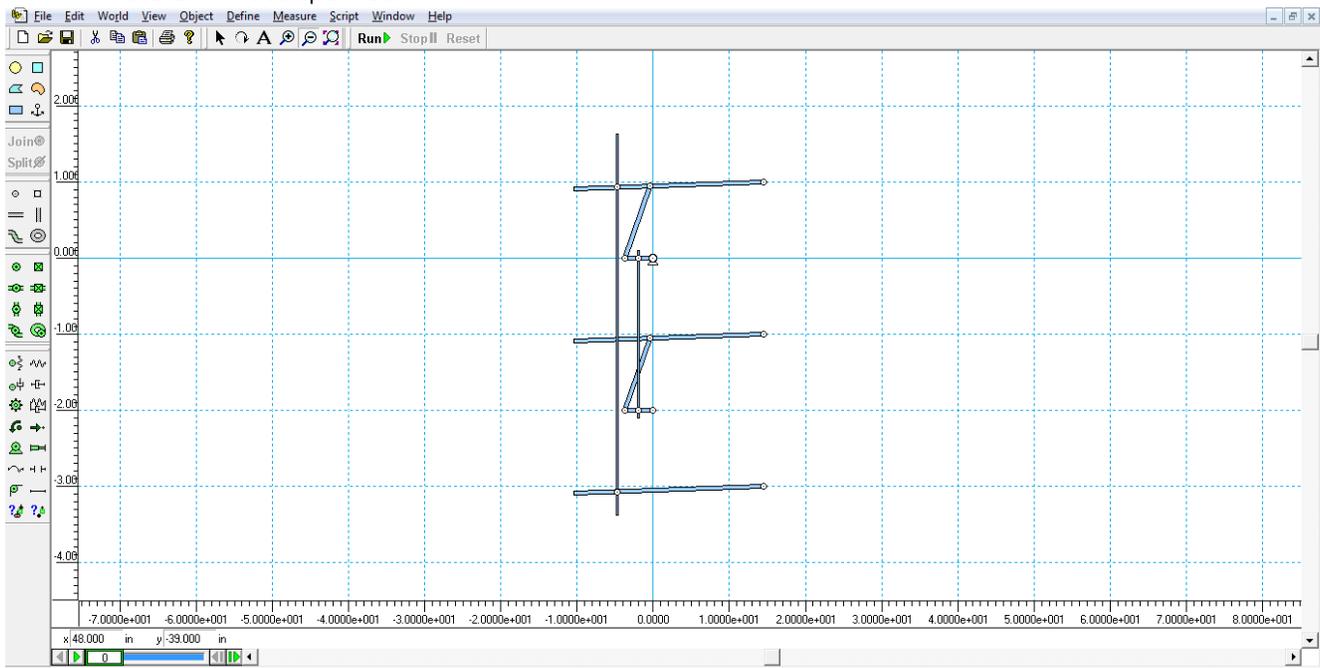


Figura 7.10  
Modelado en WorkingModel

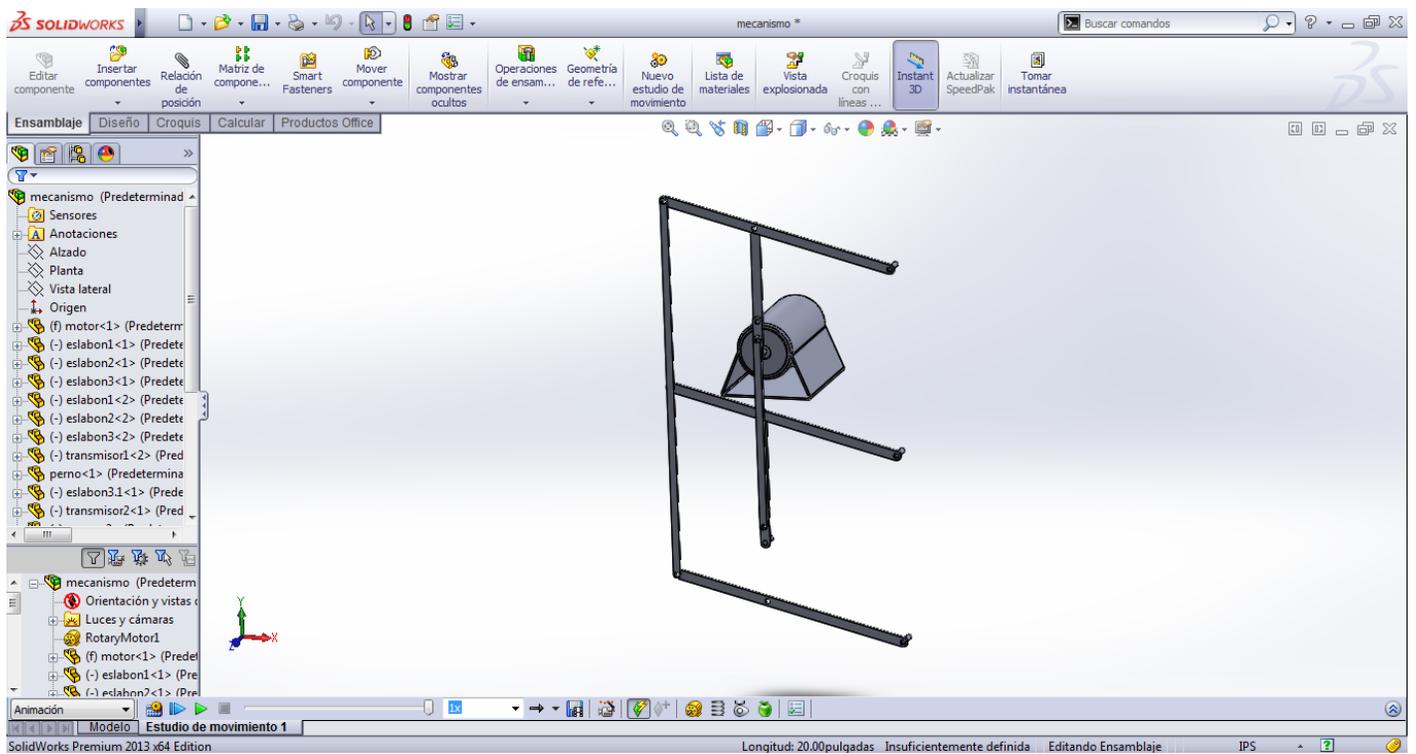


Figura 7.11  
Modelado en SolidWorks

### 9.3.2. Prototipo Propuesto

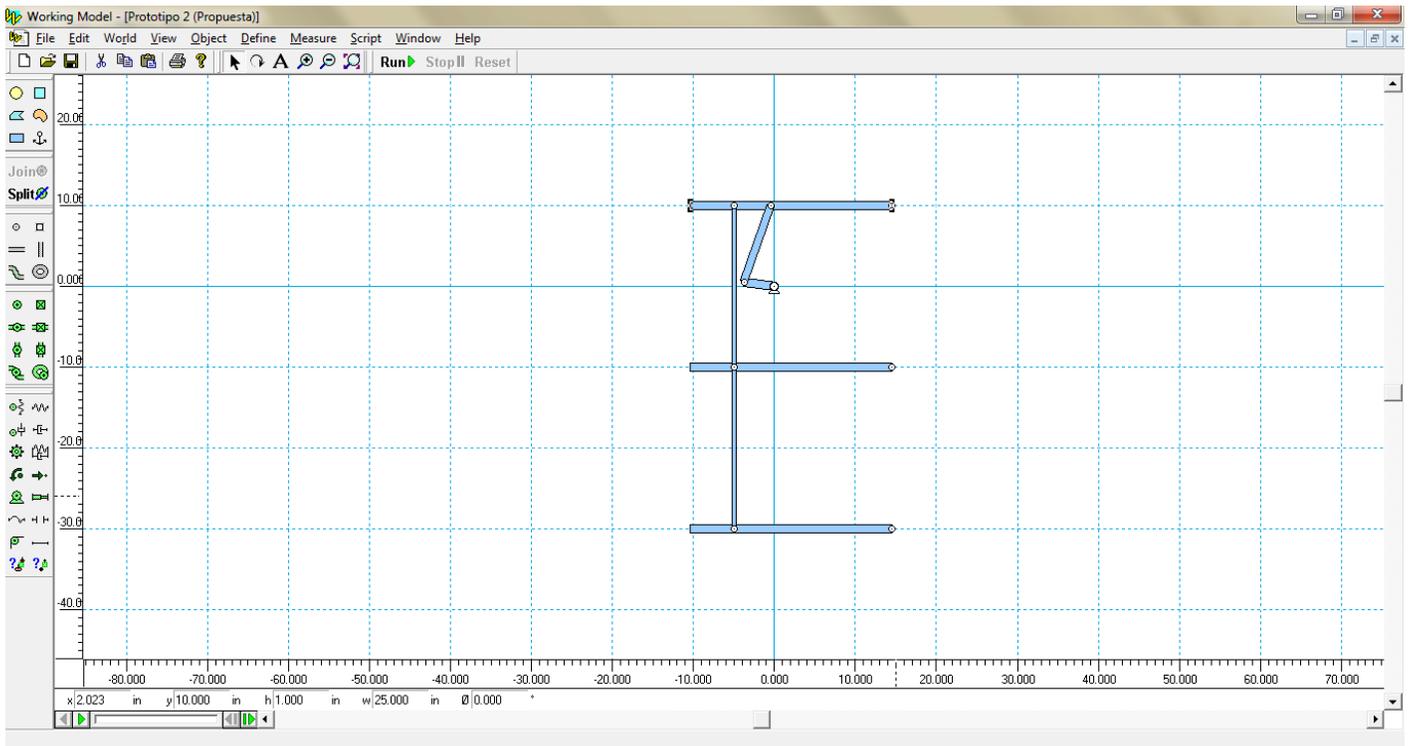


Figura 7.12  
Modelado en WorkingModel

## 9.4. Programas

### 9.4.1. Análisis de Posición (EES)

$$a=3.75$$

$$b=10$$

$$c=15$$

$$d=17.6335$$

$$\text{Theta}_2=90$$

$$\text{Theta}_1=34.5434$$

$$K_5=(-a^2-d^2+c^2-b^2)/(2*a*b)$$

$$K_4=d/b$$

$$K_1=d/a$$

$$D_1=-K_1*\cos(\text{theta}_1)+K_4*\cos(\text{theta}_2-\text{theta}_1)+K_5+\cos(\text{theta}_2)$$

$$E_1=2*K_1*\sin(\text{theta}_1)-2*\sin(\text{theta}_2)$$

$$F_1=K_1*\cos(\text{theta}_1)+K_4*\cos(\text{theta}_2-\text{theta}_1)-\cos(\text{theta}_2)+K_5$$

$$\text{Theta}_3=2*\arctan((-E_1-\sqrt{E_1^2-4*D_1*F_1})/(2*D_1))$$

$$K_3=(a^2+d^2+c^2-b^2)/(2*a*c)$$

$$K_2=d/c$$

$$G_1=-K_1*\cos(\text{theta}_1)-K_2*\cos(\text{theta}_1-\text{theta}_2)+K_3+\cos(\text{theta}_2)$$

$$H_1=2*K_1*\sin(\text{theta}_1)-2*\sin(\text{theta}_2)$$

$$J_1=K_1*\cos(\text{theta}_1)-K_2*\cos(\text{theta}_1-\text{theta}_2)-\cos(\text{theta}_2)+K_3$$

$$\text{Theta}_4=2*\arctan((-H_1-\sqrt{H_1^2-4*J_1*G_1})/(2*G_1))$$

## 10. Conclusiones

El mecanismo que se diseño tiene ciertas limitaciones, estas limitaciones son para que el mecanismo cumpla con la función de su movimiento, ya que las ecuaciones planteadas en los libros son solamente con fines didácticos, ya que el mecanismo de 4 barras viene expresado solamente en Tierra.

Con este principio se pudo obtener una solución particular con un extremo del mecanismo con una separación entre eslabones a un determinado ángulo en este caso fue de  $34.5484^\circ$ . Obteniendo así una nueva forma ecuación que puede describir la posición exacta del mecanismo.

Para el análisis de posición se utilizó las ecuaciones que proporciona el libro Mabie, estas ecuaciones son para un mecanismo de cuatro barras que se encontraba en tierra, al introducir estas ecuaciones con el mecanismo a analizar, estas no proporcionaban los resultados correctos, esto es porque las ecuaciones descritas en este libro son para un mecanismo que se encuentra en tierra, es decir, no tienen algún tipo de inclinación, estas ecuaciones no pudieron cumplir con el movimiento del mecanismo, se usaron las ecuaciones con números complejos, al deducir las ecuaciones con los números complejos y utilizarlas para el mecanismo estas si describen la posición de dicho mecanismo.

Las ecuaciones que se encuentran en los libros son para enseñanzas didácticas, las ecuaciones que se requerían para el mecanismo es para un caso en particular, en el cual el movimiento que tienen los eslabones son muy diferente a los que se encuentran en los libros de enseñanzas.

Para tener una precisión aun mayor, podemos decir que es más eficiente el uso de la ecuación de Euler con la utilización de los números complejos, y así poder trabajar en un rango o margen de error menos más seguro.

## 11. Bibliografía

- Mabbie, Hamilton, Reinholtz. 2011. 2ª Edición. Mecanismos y dinámica de maquinaria. Editorial LIMUSA WILEY, México.
- Mott, Robert L. 1992. 2ª. Edición. Diseño de elementos de máquinas. Editorial Prentice Hall, México.
- Budynas, Richard y Nisbett J. 2010. 8va Edición. Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. Editorial Mc-Graw Hill, México.
- Norton, Robert L. 2009. 4ª Edición. Diseño de maquinaria. Editorial Mc-Graw Hill, México
- Beer, Ferdinand y Johnston E. Russell. 2010. 9ª edición. Mecánica Vectorial para ingenieros Diámica. Editorial Mc-Graw Hill, México
- Industry, News. Waterjetting 22ª – Mining horizontal coal. 10 de Junio de 2014. <http://www.flowtechenergy.com/oilfield/waterjetting-22a-mining-horizontal-coal/>. 04 de Septiembre de 2014.
- Summers, David A. 2005. 2ª edición. Waterjetting Technology. Editorial E & FN SPON, Londres, Inglaterra.

## 12. Glosario

**Algoritmo:** Es un conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos que no generen dudas a quien deba realizar dicha actividad

**Biela:** Es un elemento mecánico que sometido a esfuerzos de tracción o compresión, transmite el movimiento articulando a otras partes de la máquina

**Cantiléver o ménsula:** Se refiere a un tipo de viga denominado más comúnmente voladizo que se caracteriza por estar apoyada en sólo uno de sus extremos mediante un empotramiento.

**Cuña:** Es una máquina simple que consiste en una pieza de madera o de metal con forma de prisma triangular.

**Diseño cinemático:** Ilustra la conectividad entre barras y las uniones (articulaciones) de un mecanismo o máquina más allá de las dimensiones o forma de las partes que lo constituyen. Normalmente las barras se representan como objetos geométricos, tales como líneas, triángulos o cuadrados, que sostienen las versiones esquemáticas de las articulaciones del mecanismo o máquina.

**Eslabón:** Un eslabón es cada uno de los anillos o elementos que forman una cadena.

**Eslabones:** Un conjunto de piezas unidas rígidamente entre sí, sin movimiento posible entre ellas, se denomina eslabón o miembro.

**Esterelitografía:** Es una forma de tecnología de manufactura (o impresión 3D) utilizada para la producción de modelos, prototipos, patrones, o piezas definitivas.

**Leva:** Es un elemento mecánico que está sujeto a un eje por un punto que no es su centro geométrico, sino un alzado de centro. En la mayoría de los casos es de forma ovoide. El giro del eje hace que el perfil o contorno de la leva toque, mueva, empuje o conecte con una pieza conocida como seguidor.

**Mecanismo:** es una combinación de operadores cuya función es *producir, transformar o controlar un movimiento*.

**Movilidad del mecanismo:** número de grado de libertad que posee el mecanismo

**Silo:** Es una construcción diseñada para almacenar grano y otros materiales a granel.

**Socavar:** Es la excavación causada por el agua.

**Tolva:** Se denomina tolva a un dispositivo similar a un embudo de gran tamaño destinado al depósito y canalización de materiales granulares o pulverizados, entre otros.

## 13. Anexos

### 13.1. Anexo 1 Cronograma de actividades

Actividad	Semana															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Recolección de información y análisis de alternativas.	■	■														
Investigación de funcionamiento y operación de los elementos seleccionados de la cortadora.			■	■												
Elaboración de diagramas del equipo de corte					■	■	■									
Selección de elementos por especificaciones y calidad de los componentes seleccionados								■	■	■						
Simulación y verificación de lo propuesto											■	■	■			
Revisión y conclusiones														■	■	■

*Figura 8.1*  
Cronograma de actividades

### 13.2. Anexo 2 Mapa conceptual de fundamento teórico

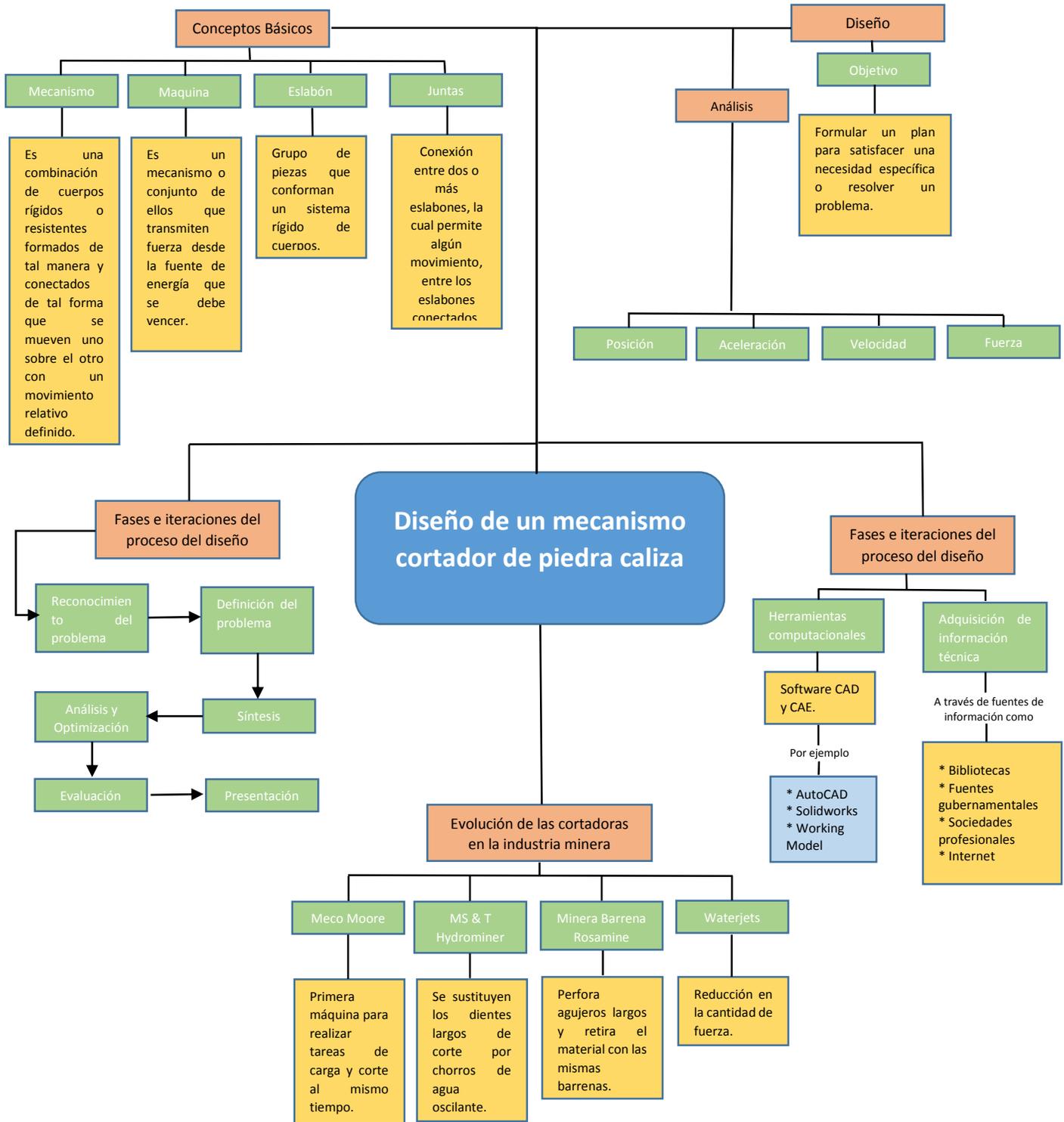


Figura 8.2  
Mapa Conceptual de marco teórico

### 13.3. Anexos diferentes al proyecto

#### 13.3.1. Cartas de Presentación



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez

"2014, Año de Octavio Paz"

Tuxtla Gutiérrez, Chis.,  
No. De oficio: DGTyV/2090  
Fecha: 26/08/2015

**ASUNTO: PRESENTACIÓN DEL ALUMNO  
Y AGRADECIMIENTO**

**Ing. José Luis Méndez Navarro**  
Director  
Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez  
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas  
**PRESENTE**

El Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez, tiene a bien presentar a sus finas atenciones al (la) alumno(a): **Josué Ameth Jiménez Gallegos** número de control **10270234** carrera de: **Ingeniería Mecánica** quien desea desarrollar en ese organismo el proyecto de Residencias Profesionales denominado **Diseño de un mecanismo cortador de piedra caliza** cubriendo un total de 500 horas, en un periodo de cuatro a seis meses, en el periodo Agosto-Diciembre 2014.

Es importante hacer de su conocimiento que todos los alumnos que se encuentran inscritos en esta Institución cuentan con un seguro contra accidentes personales con la empresa Aseguradora Interacciones S.A. de C.V. Según póliza No. 100 6861100, e inscripción en el IMSS.

Así mismo, hacemos patente nuestro sincero agradecimiento por su buena disposición y colaboración para que nuestros alumnos, aun estando en proceso de formación, desarrollen un proyecto de trabajo profesional, donde puedan aplicar el conocimiento y el trabajo en el campo de acción en el que se desenvolverán como futuros profesionistas.

Al vernos favorecidos con su participación en nuestro objetivo, sólo nos resta manifestarle la seguridad de nuestra más atenta y distinguida consideración.

ATENTAMENTE

  
**LIC. HIGINIO GARCIA MENDOZA**  
JEFE DEL DEPTO. DE GESTION TECNOLOGICA Y VINCULACIÓN



  
**SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA**  
Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez  
Departamento de Gestión Tecnológica y Vinculación



Carretera Panamericana Km. 1080, C. P. 29050, Apartado Postal 599  
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; Tels. (961) 61 54285, 61 50380, Conmut. Ext. 0  
[www.ittg.edu.mx](http://www.ittg.edu.mx)



RSGC 247  
Dentro de la  
Tuxtla Gutiérrez  
Alcaldía



"2014, Año de Octavio Paz"

Tuxtla Gutiérrez, Chis.,  
No. De oficio: DGTyV/2090  
Fecha: 26/08/2015

**ASUNTO: PRESENTACIÓN DEL ALUMNO  
Y AGRADECIMIENTO**

Ing. José Luis Méndez Navarro  
Director  
Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez  
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas  
**PRESENTE**

El Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez, tiene a bien presentar a sus finas atenciones al (la) alumno(a): **Josué Ameth Jimenéz Gallegos** número de control **10270234** carrera de: **Ingeniería Mecánica** quien desea desarrollar en ese organismo el proyecto de Residencias Profesionales denominado **Diseño de un mecanismo cortador de piedra caliza** cubriendo un total de 500 horas, en un periodo de cuatro a seis meses, en el periodo Agosto-Diciembre 2014.

Es importante hacer de su conocimiento que todos los alumnos que se encuentran inscritos en esta Institución cuentan con un seguro contra accidentes personales con la empresa Aseguradora Interacciones S.A. de C.V. Según póliza No. 100 6861100, e inscripción en el IMSS.

Así mismo, hacemos patente nuestro sincero agradecimiento por su buena disposición y colaboración para que nuestros alumnos, aun estando en proceso de formación, desarrollen un proyecto de trabajo profesional, donde puedan aplicar el conocimiento y el trabajo en el campo de acción en el que se desenvolverán como futuros profesionistas.

Al vernos favorecidos con su participación en nuestro objetivo, sólo nos resta manifestarle la seguridad de nuestra más atenta y distinguida consideración.

ATENTAMENTE

  
LIC. HIGINIO GARCIA MENDOZA  
JEFE DEL DEPTO. DE GESTION TECNOLÓGICA Y VINCULACIÓN



  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN  
PÚBLICA  
Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez  
Departamento de Gestión Tecnológica y Vinculación



Carretera Panamericana Km. 1080, C. P. 29050, Apartado Postal 599  
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; Tels. (961) 61 54285, 61 50380, Conmut. Ext. 0

[www.ittg.edu.mx](http://www.ittg.edu.mx)



RSGC 347  
Serial Name: 2014-08-13  
Terminal: 00000000000000000000  
Abanca: 00000000000000000000

Figura 8.3

Cartas de presentación de Jiménez Gallegos Josué Ameth y Ríos Aguilar Javier

### 13.3.2. Cartas de aceptación



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez

"2014, Año de Octavio Paz"

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas. 27/Agosto/2014

DIRECCIÓN  
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA  
DEPTO. DE METAL-MECÁNICA  
OFICIO No. DMM/843/2013

**ASUNTO: ACEPTACION RESIDENCIA PROFESIONAL**

**LIC. HIGINIO GARCIA MENDOZA**  
**JEFE DEL DEPTO. DE GESTIÓN TECNOLÓGICA Y VINC.**  
**PRESENTE.**

Con base al oficio DGTyV/2090/14 emitido por el departamento a su digno cargo, le comunico a usted que el **C. JOSUE AMETH JIMENEZ GALLEGOS** con número de control, **10270234** realizará su **PROYECTO DE RESIDENCIA PROFESIONAL** en este departamento denominado **"DISEÑO DE UN MECANISMO CORTADOR DE PIEDRA CALIZA"**, cubriendo un total de 500 horas, en un periodo de cuatro a seis meses, en el periodo Agosto – Diciembre 2014.

Siendo la fecha de inicio el día 15 de Agosto de 2014 hasta el 15 de Diciembre de 2014.

Sin otro asunto en particular, quedo de Usted.

**ATENTAMENTE**  
**"CIENCIA Y TECNOLOGÍA CON SENTIDO HUMANO"**

  
**ING. JOSÉ MANUEL RASGADO BEZARES**  
**JEFE DEL DEPTO. DE METAL-MECÁNICA.**

C.c.p. Archivo.  
l'JM RB/vjg\*



Carretera Panamericana Km. 1080, C. P. 29050, Apartado Postal 599  
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; Tels. (961) 61 54285, 61 50380, Conmut. Ext. 0  
[www.ittg.edu.mx](http://www.ittg.edu.mx)



RSOC 347 38  
Sector: Metales  
Terminación: 2014.07.15  
Actividad: Proceso Educativo



"2014, Año de Octavio Paz"

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas. 27/Agosto/2014

DIRECCIÓN  
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA  
DEPTO. DE METAL-MECÁNICA  
OFICIO No. DMM/843/2013

**ASUNTO: ACEPTACION RESIDENCIA PROFESIONAL**

**LIC. HIGINIO GARCIA MENDOZA**  
**JEFE DEL DEPTO. DE GESTIÓN TECNOLÓGICA Y VINC.**  
**PRESENTE.**

Con base al oficio DGTyV/2090/14 emitido por el departamento a su digno cargo, le comunico a usted que el **C. JOSUE AMETH JIMENEZ GALLEGOS** con número de control, **10270234** realizará su **PROYECTO DE RESIDENCIA PROFESIONAL** en este departamento denominado "**DISEÑO DE UN MECANISMO CORTADOR DE PIEDRA CALIZA**", cubriendo un total de 500 horas, en un periodo de cuatro a seis meses, en el periodo Agosto – Diciembre 2014.

Siendo la fecha de inicio el día 15 de Agosto de 2014 hasta el 15 de Diciembre de 2014.

Sin otro asunto en particular, quedo de Usted.

**ATENTAMENTE**  
**"CIENCIA Y TECNOLOGÍA CON SENTIDO HUMANO"**

  
**ING. JOSÉ MANUEL RASGADO BEZARES**  
**JEFE DEL DEPTO. DE METAL-MECÁNICA.**

C.c.p. Archivo.  
I'JMRB/vjg"



Carretera Panamericana Km. 1080, C. P. 29050, Apartado Postal 599  
Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; Tels. (961) 61 54285, 61 50380, Conmut. Ext. 0  
[www.ittg.edu.mx](http://www.ittg.edu.mx)



REGOC 347 30  
Sector Base 2014.07.12  
Atención: Oficina de Planeación

*Figura 8.4*

Cartas de aceptación de Jiménez Gallegos Josué Ameth y Ríos Aguilar Javier