



## INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TUXTLA GUTIÉRREZ

*“Diseño, construcción y experimentación de un prototipo de amortiguador gradual de vibraciones por fricción”*

**Ingeniería Mecánica**

**Residente:**

**Yair Eusebio Hernández Moreno**

**Asesor interno:**

**M.I. Lorenzo Marciano Vázquez**

**Asesor externo:**

**Dr. Eladio Martínez Rayón**

**Co-asesor externo:**

**M.C. Luis Fernando Castro López**

*Tuxtla Gutiérrez Chiapas, a 16 de diciembre del 2015*



<b>1. Introducción</b> .....	5
<b>2 Objetivo.</b> .....	5
<b>3. Justificación.</b> .....	5
<b>4. Alcances y limitaciones</b> .....	7
<b>5. Contacto</b> .....	7
5.1 Contacto Hertziano .....	8
5.1.1 <i>Contacto puntual esfera plano</i> .....	8
5.1.2 <i>Contacto puntual entre dos esferas</i> .....	10
5.1.3 <i>Contacto lineal entre dos cilindros</i> .....	11
5.1.4 <i>Contacto cilindro sobre superficie plana</i> .....	13
5.2 Contacto no Hertziano .....	14
5.2.1 <i>Contacto plano</i> .....	14
5.2.2 <i>Modelos de contacto con rugosidad</i> .....	16
5.2.2.1 <i>Modelo de Greenwood and Williamson</i> .....	17
5.2.2.2 <i>Modelo de Chang</i> .....	18
5.2.2.3 <i>Modelo de Zhao</i> .....	20
<b>6. Modelos de fricción.</b> .....	22
6.1 Modelos de fricción estáticos.....	23
6.1.1 <i>Modelo de coulomb</i> .....	23
6.1.2 <i>Fricción de coulomb más fricción viscosa</i> .....	24
6.1.3 <i>Fricción estática de coulomb y viscosa</i> .....	24
6.1.4 <i>Efecto de fricción stribeck</i> .....	25
6.2 Modelos de fricción dinámicos.....	26
6.2.2 <i>Modelo de Bristel</i> .....	28
6.2.3 <i>Modelo de Lugre</i> .....	28
6.2.4 <i>Modelo de Leuven</i> .....	30
<b>7. Ciclos de histéresis.</b> .....	31
<b>8. Amortiguadores graduales por fricción</b> .....	34
8.1 Amortiguador EDR .....	35
8.2 Amortiguador Shapia.....	40



8.3 Amortiguador EDR de Zhou Xiyuan y Peng Lingyun.....	43
8.5 Amortiguador VRF.....	49
8.6 Amortiguador de elemento secuencial fricción-resorte.....	54
<b>8. Conclusiones del estado del arte.....</b>	<b>58</b>
<b>9. Propuesta del prototipo de amortiguador.....</b>	<b>59</b>
<b>10. Aproximación analítica del amortiguador.....</b>	<b>60</b>
<b>11. Modelo numérico.....</b>	<b>64</b>
<b>12. Diseño del prototipo de amortiguador.....</b>	<b>74</b>
<b>13. Construcción del prototipo de amortiguador.....</b>	<b>75</b>
<b>14. Experimentación con el prototipo de amortiguador.....</b>	<b>81</b>
14.1 Instrumentación.....	81
14.2 Sensores.....	83
14.3 Metodología de la experimentación.....	84
14.4 Resultados de la experimentación.....	84
<b>15. Conclusiones.....</b>	<b>89</b>
<b>16. Recomendaciones.....</b>	<b>89</b>
<b>17. Trabajos futuros.....</b>	<b>89</b>
<b>18. Referencias.....</b>	<b>90</b>



## Resumen

En el capítulo uno se hace una breve descripción de los diferentes modelos de contacto existentes como son los que se basan en la teoría de Hertz denominados no-conformes, dando lugar al contacto puntual y al contacto lineal. Dentro de los llamados conformes se encuentran el contacto plano y los modelos de contacto con rugosidad, entre otros.

En contacto puntual se dan los siguientes casos: contacto esfera sobre placa, esfera sobre esfera. Dentro del contacto lineal se encuentran: contacto cilindro sobre cilindro, contacto cilindro sobre placa. En estos casos se considera tomar a los cuerpos en contacto como un semiespacio elástico con el propósito de estimar las deformaciones locales y los esfuerzos generados debido al contacto entre los dos cuerpos.

Por otro lado se encuentran el contacto plano, donde el área de contacto es considerable en comparación con el tamaño de los cuerpos, como en el caso del contacto puntual y del contacto lineal. Un ejemplo se puede encontrar en el caso de un perno dentro de su barreno con una holgura muy pequeña donde el área de contacto ya es significativa. Dentro de este capítulo se toma en consideración el contacto tipo plano (contacto de un indentador rígido sobre un plano) en tres casos de estudio: en el primero se considera que no existe la fricción, en el segundo se considera que el indentador no tiene ningún deslizamiento sobre el plano y en el tercer estado el indentador ya involucra un deslizamiento. En cada uno de estos casos se obtienen diferentes ecuaciones que nos permiten aproximar los esfuerzos generados en la zona de contacto de los cuerpos.

En las superficies de los diversos materiales se encuentran rugosidades que, pese a los esfuerzos humanos, aún no se logran eliminar por completo y obtener una superficie totalmente lisa. Estas rugosidades son de gran influencia en el análisis de contacto, por ese motivo también se describen algunos modelos de contacto con rugosidad en los diferentes regímenes de deformación: elástico, elastoplástico y plástico. Los modelos que se abordan son los siguientes: modelo de Greenwood y Williamson, modelo de Chang y el modelo de Zhao.

A lo largo del tiempo se han desarrollado diferentes modelos con el propósito de describir el fenómeno de fricción, incorporando dentro de sus análisis diferentes fenómenos que suceden durante el movimiento relativo de los cuerpos en contacto. Debido a lo anterior, se elabora un estado del arte de los modelos de fricción con mayor aplicación en la comunidad científica y en la industria. Dentro de los modelos de fricción estáticos se contemplan los siguientes modelos: de Coulomb, de Coulomb más viscoso, Coulomb más viscosa mas zona estática, zona estática más viscosa más efecto Stribeck. En los modelos de fricción dinámicos se encuentra el modelos de: Dahl, Bristle, Luge y de Leuven.

Se elaboró una revisión bibliográfica de los amortiguadores graduales por fricción desarrollados en los últimos diez años. Esta revisión bibliográfica tiene como finalidad destacar las ventajas y desventajas de cada uno de los dispositivos. Con base en lo anterior, se busca encontrar las áreas de oportunidad de esta investigación, así como establecer las aportaciones resultantes.



## 1. Introducción

A lo largo del tiempo se ha requerido el uso de diferentes máquinas para reducir el esfuerzo humano realizando diversos trabajos. Dentro de una maquinaria existen diversos elementos mecánicos, los cuales pueden estar fijos o en movimiento. Cuando las superficies de dichos elementos entran en contacto y se oponen mutuamente al movimiento se produce una fuerza denominada fricción. El constante rozamiento produce desgaste en las superficies que interactúan aunque la mayor parte de estas son de nivel microscópico, de ahí la importancia del estudio del contacto en uniones mecánicas.

Hoy en día las industrias han incorporado el uso de nuevos materiales por las cualidades únicas que presentan, por otro lado se han empleado diversas geometrías en las maquinarias, aunado esto hace posible la aparición de nuevas máquinas con mayor eficiencia y un consumo energético cada vez menor. Debido al uso de dichos materiales y a los nuevos diseños de las máquinas el estudio del contacto mecánico se hace aún más complejo, lo cual demanda a la comunidad científica a retomar nuevamente la investigación sobre el contacto mecánico.

Actualmente se implementa el uso de nuevas tecnologías para el cálculo, simulación y análisis del contacto mecánico, una de ellas es el método de elementos finitos (F.E.A.) lo cual es el modelado de productos y sistemas con el propósito de encontrar y resolver potenciales (o actuales) problemas estructurales y de rendimiento. Los beneficios de trabajar con este método son: predecir y mejorar el rendimiento y fiabilidad del producto, reducir la creación de prototipos físicos y pruebas, evaluar los diferentes diseños y materiales, optimizar el diseño. Existe una amplia gama de diversos programas computacionales que contienen el método de elemento finito, gracias a ello se obtiene una mejora continua en la investigación sobre el contacto mecánico.

## 2 Objetivo.

Diseñar, construir y realizar pruebas experimentales de un amortiguador gradual de vibraciones por fricción.

## 3. Justificación.

La fricción es un método factible de amortiguamiento para sistemas que funcionan en condiciones extremas de trabajo, como son los álabes de turbina de gas. Por otro lado, la fricción es el método recurrente para el alistamiento sísmico de manera relativamente simple. Debido a estas razones y mayormente a su gran capacidad de disipación de energía, los amortiguadores por fricción han tenido la atención de la comunidad científica.



Existe una gran diversidad de amortiguadores de impacto, los cuales son utilizados en diferentes campos de la ingeniería. Se pueden encontrar en aplicaciones industriales en general, así como en aplicaciones más específicas tales como militares, ferroviarias, ingeniería civil y marítima. Dentro de los propósitos de la aplicación de estos dispositivos se encuentran: aumento de la vida útil de equipos y máquinas, mayor seguridad para el operario y aumento de productividad al permitir operar máquinas a mayores velocidades.

Los amortiguadores por fricción gradual han sido desarrollados con la finalidad de proporcionar amortiguamiento a un sistema en un rango más amplio de excitación. El primer caso de amortiguamiento gradual se dio con el desarrollo del EDR (energy dissipating Restraint), en el que la fuerza entre las superficies friccionantes se incrementa linealmente con la deformación. En la última década se han desarrollado algunos prototipos de amortiguadores graduales por fricción; algunos de estos con numerosas piezas (diseños complejos) y en otros casos se han limitado a modelos matemáticos propuestos.

Con base en lo anterior, se propone diseñar y construir un amortiguador gradual de vibraciones que cumpla con las siguientes características:

1. Bajo costo y manufactura simple.
2. Disminuir o evitar la necesidad de ajustes de unión costosas.
3. Disminuir la rigidez inicial provista al sistema amortiguado.
4. Disminuir la influencia del desgaste en el desempeño del amortiguador.
5. Ampliar el rango de excitación para el cual pueda proveerse un efectivo amortiguamiento.

Se propone que este amortiguador funcione sin una precarga por lo que la fuerza de fricción inicial es nula. La fuerza de fricción nula en combinación con un resorte de paso variable permitirá una reducción significativa de la rigidez inicial del amortiguador en comparación con los amortiguadores de fricción existentes hasta ahora. Con esta configuración se pretende desarrollar una carga normal en la zona de contacto nula al principio y que aumentará paulatinamente en función del desplazamiento de un vástago (energía provista por la excitación). Luego entonces, la fuerza de fricción máxima para una excitación dada estará determinada por el desplazamiento máximo del vástago (dependiente de la excitación) y por parámetros geométricos del amortiguador. A partir de lo anterior, este modelo propuesto se desplazará poco para pequeñas excitaciones y proveerá fuerzas de fricción pequeñas, por lo contrario, para excitaciones grandes se desplazará magnitudes grandes y proveerá fuerzas de fricción grandes. Esto conllevaría a un rango más amplio de trabajo en las cuales se proveería amortiguamiento. Adicionalmente para este modelo propuesto no se necesitan ajustes muy precisos entre los componentes de trabajo y el desgaste puede no ser tan perjudicial como en el caso de los modelos de amortiguador con precarga, existentes en la literatura.



#### 4. Alcances y limitaciones

- El prototipo será diseñado y construido para su implementación en el laboratorio de diseño del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- El diseño estará basado en las capacidades y limitaciones de los instrumentos de medición, equipos y espacio disponibles para la implementación del banco experimental a desarrollar.
- El prototipo será construido e instrumentado para realizar pruebas experimentales que permitan caracterizar el comportamiento del sistema bajo diferentes magnitudes de excitación.
- El proyecto concluye con la construcción del banco experimental, la entrega de planos técnicos de los componentes y reporte de estudios experimentales realizados.

#### 5. Contacto

La mecánica de contacto clásica parte de la investigación del físico alemán Heinrich Hertz,[1] quien en 1882 resolvió el problema del contacto entre dos cuerpos elásticos con superficies curvas. Actualmente esta importante solución clásica, supone el fundamento para problemas modernos de la mecánica de contacto.

El desarrollo matemático de contacto de Hertz tiene las siguientes suposiciones:

- i) Las superficies son continuas y no-conforme
- ii) Las deformaciones son pequeñas
- iii) Cada sólido puede considerarse como un semiespacio elástico.
- iv) Las superficies no tienen fricción.

Heinrich Hertz introdujo la simplificación de que cada cuerpo puede considerarse como un semiespacio elástico cargado sobre una pequeña región elíptica de su superficie, con el propósito de calcular las deformaciones locales.

Esta idea es usada generalmente en la obtención de los esfuerzos generados durante el contacto entre cuerpos elásticos. Sin embargo, para que esta simplificación sea justificable, dos condiciones deben ser satisfechas: Las dimensiones del área de contacto deben ser pequeñas comparadas; a) con las dimensiones de cada cuerpo y b) con el radio de curvatura relativo de las superficies de cada uno de ellos.

En la Fig. 1, podemos apreciar el contacto hertziano, dado entre dos cuerpos elásticos, designamos  $2a$ , al ancho del área de contacto, al radio relativo de curvatura de los cuerpos  $r$ , al radio de cada cuerpo  $r_1$  y  $r_2$ , a la longitud lateral  $y$ , y a la profundidad  $z$ .

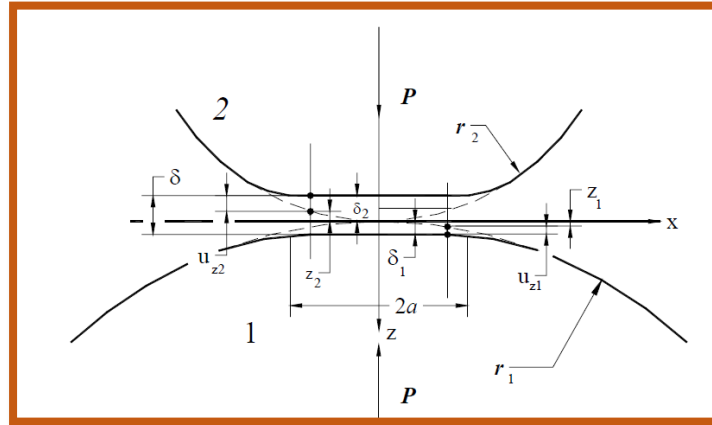


Fig.1.Contacto Hertziano [1].

De esta forma, la carga  $P$  que actúa sobre los cuerpos producirá una distribución de presión  $p(x)$  de ancho  $2a$  en la superficie de los dos semiespacios elásticos, los desplazamientos normales sobre las superficies,  $u_{z1}$  y  $u_{z2}$ .

Hertz empleo un polinomio cuadrático para aproximar la ecuación de una circunferencia trasladada de su centro a uno de sus cuadrantes, realizando algunas simplificaciones matemáticas.

A continuación se muestran los distintos casos de contacto Hertziano.[2]

## 5.1 Contacto Hertziano

### 5.1.1 Contacto puntual esfera plano

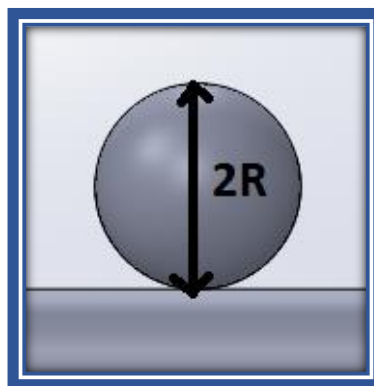


Fig.2 Contacto esfera- plano.



Dentro del estudio del contacto puntual esfera plano (ver fig.2) se encuentran parámetros muy importantes como el módulo elástico equivalente, donde se encuentra la relación de las constantes elásticas como: el módulo de Young y el coeficiente de poisson de cada uno de los materiales en contacto, dicho modulo equivalente está dada por la ecuación 1.

$$e = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (1)$$

Otro parámetro es el semiancho del contacto, lo cual es la mitad del área de contacto entre los dos cuerpos, donde se involucra la fuerza normal aplicada, el módulo elástico equivalente y el diámetro de la esfera dicho parámetro puede ser calculado a través de la ecuación 2.

$$a = .721(eDF)^{1/3} \quad (2)$$

Dentro del área de contacto se encuentran esfuerzos generados debido a la carga externa (ver fig.3).dichos esfuerzos se distribuyen a lo largo del semiancho de contacto, dentro de estos existen esfuerzos principales como lo son: el esfuerzo normal y el esfuerzo cortante dado por las ecuaciones 3 y 4 respectivamente. El último esfuerzo mencionado se localiza a una profundidad dada por la ecuación 5.

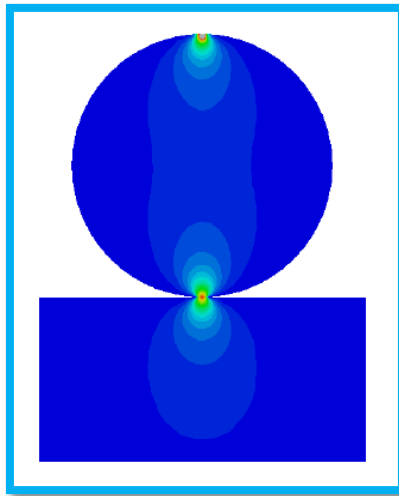


Fig.3 Esfuerzos generados en el contacto esfera-plano. [3]

$$P_{\text{máx}} = .918 \left( \frac{F}{D^2 e^2} \right)^{1/3} \quad (3)$$

$$\tau_{\text{máx}} = .31 P_{\text{máx}} \quad (4)$$

$$Z_m = 0.47a \quad (5)$$

### 5.1.2 Contacto puntual entre dos esferas.

En el contacto entre dos esferas se encuentra en la forma: convexo –convexo y convexo –cóncavo (ver fig.4 y 5). En el estudio del contacto esfera puede estimar parámetros sobresalientes como lo es el módulo elástico equivalente de las dos esferas el cual puede ser estimado mediante la ecuación 1.

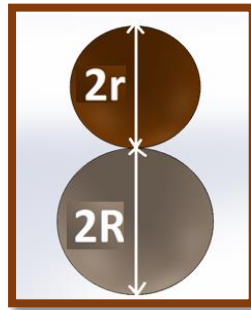


Fig.4 Contacto entre dos esferas

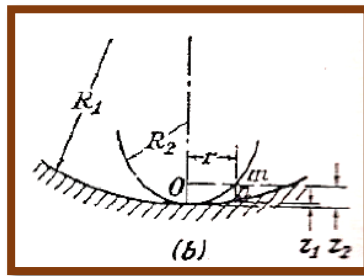


Fig.5 Contacto esfera tipo convexo-cóncavo [3].

$$e = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (1)$$

El semiancho de contacto que es el área de contacto de los dos cuerpos está dado por la ecuación 2, donde se encuentra inmerso el módulo elástico equivalente, la fuerza normal aplicada y el diámetro equivalente de los cuerpos en contacto dada por la ecuación 6.

$$a = .721(eDF)^{1/3} \quad (2)$$

$$D = 2 \left( \frac{r^*R}{r+R} \right) \quad (6)$$

La distribución del esfuerzo normal se puede observar en la (fig.6), donde se observa un esfuerzo normal máximo el cual está determinado por la ecuación 3. Otro parámetro estimado es el esfuerzo cortante máximo dado por la ecuación 4, así como la localización de este a cierta profundidad dada por la ecuación 5.

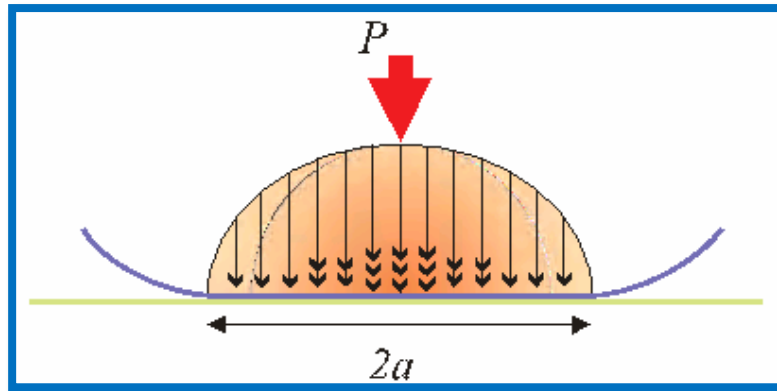


Fig.6 Distribución de esfuerzos en el ancho de contacto. [4]

$$P_{\text{máx}} = 0.918 \left( \frac{F}{D^2 e^2} \right)^{1/3} \quad (3)$$

$$\tau_{\text{máx}} = 0.31 P_{\text{máx}} \quad (4)$$

$$Z_m = 0.47a \quad (5)$$

### 5.1.3 Contacto lineal entre dos cilindros.

El contacto lineal entre dos cilindros se da cuando estos se acomodan de forma en que sus ejes quedan paralelos entre sí, como se puede observar en la (fig.7), dicho contacto deriva parámetros importantes como lo es el área de contacto a través de una línea determinada por la ecuación 7. Dentro de la ecuación del semiancho de contacto se encuentra: el módulo elástico equivalente que contienen los módulos elásticos y los coeficientes de poisson de cada cilindro, el cual está determinado por la ecuación 1, el diámetro equivalente de los dos cilindros dada por la ecuación 6, la fuerza normal aplicada y la longitud del cilindro en contacto.

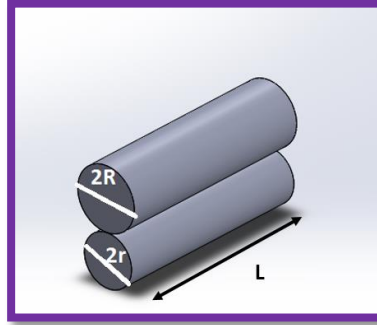


Fig.7 Contacto entre dos cilindros.

$$a = 1.60 \left( \frac{eDF}{L} \right)^{1/2} \quad (7)$$

$$e = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$D = 2 \left( \frac{r^*R}{r+R} \right) \quad (6)$$

La distribución de la presión de la presión a lo largo de la línea de contacto es un parámetro muy importante (ver fig.8).dentro de esta distribución se encuentra una presión máxima dada por la ecuación 8. Otro esfuerzo generado por el contacto es el esfuerzo cortante máximo dado por la ecuación 9, localizado a una profundidad dada por la ecuación 10.

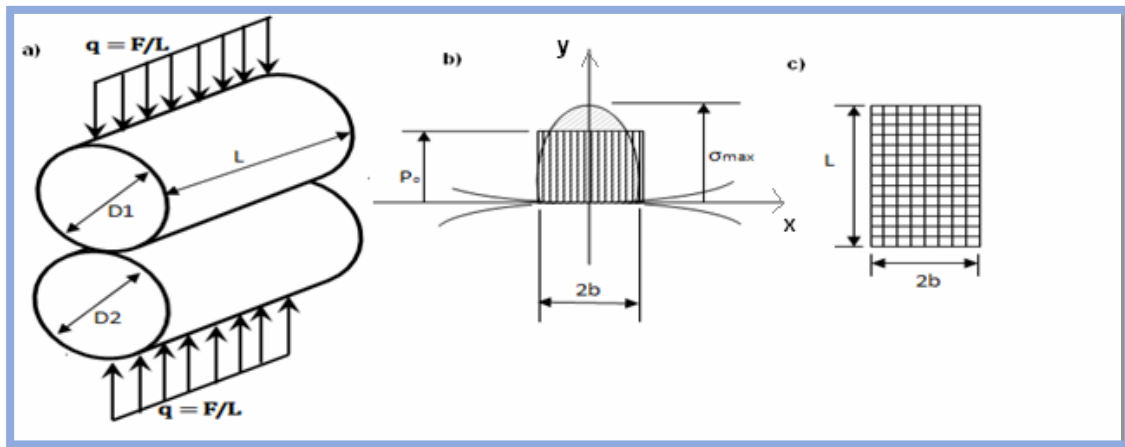


Figura 8. Contacto entre dos cilindros, donde: a) carga distribuida a lo largo de la longitud de los cilindros ( $q$ ), b) distribución de presión y c) rectángulo de contacto a lo largo de la longitud  $L$  [4].

$$P_{\text{máx.}} = .798 \left( \frac{F}{DeL} \right)^{1/2} \quad (8)$$

$$\tau_{\text{máx.}} = 0.3P_{\text{máx}} \quad (9)$$

$$Zm = .78a \quad (10)$$

#### 5.1.4 Contacto cilindro sobre superficie plana.

Para la estimación de los esfuerzos generados en el contacto cilindro placa ver (fig.9) se obtiene: el modulo elástico equivalente de los cuerpos en contacto determinado por la ecuación 1, el diámetro y la longitud del cilindro para luego obtener el semiancho de contacto dado por la ecuación 7.

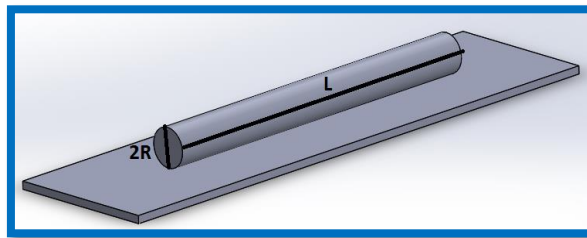


Fig.9 Contacto cilindro sobre superficie plana.

$$e = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$a = 1.60 \left( \frac{eDF}{L} \right)^{1/2} \quad (7)$$

La distribución del esfuerzo normal se puede apreciar en la (fig.10), dentro de esta distribución se encuentra un esfuerzo normal máximo dado por la ecuación 8.

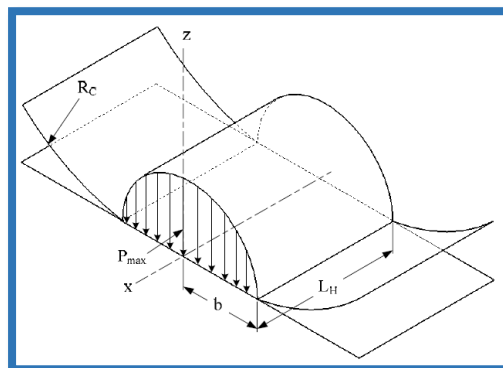


Fig.10 Distribución de presión y presión máxima [5].

$$P_{\text{máx}} = .798 \left( \frac{F}{DeL} \right)^{1/2} \quad (8)$$

Dentro de los esfuerzos generados se encuentran los esfuerzos cortantes máximos dada por la ecuación 9, los cuales pueden provocar deformaciones plásticas, estos esfuerzos son difíciles de detectar ya que se encuentran a cierta profundidad del área de contacto determinado por la ecuación 10. En algunos casos al someter a ciclos de carga a los cuerpos en contacto los esfuerzos cortantes provocan la aparición de grietas, las cuales se originan por debajo de la superficie hasta prolongarse a ella.

$$\tau_{\text{máx.}} = 0.3P_{\text{máx}} \quad (9)$$

$$Z_m = .78a \quad (10)$$

## 5.2 Contacto no Hertziano

### 5.2.1 Contacto plano.

El contacto plano es un tipo de contacto conforma debido a que el área de contacto es considerable en comparación al tamaño de los cuerpos. La diferencia principal entre el contacto plano respecto del contacto tipo Hertziano (no conforme) reside en la concentración de los esfuerzos, ya que en el contacto Hertziano los esfuerzos se concentran en la parte central de los cuerpos (ver fig11). En la (fig. 12) se observa una concentración de esfuerzos totalmente distinta en comparación a la (fig.10), en esta los esfuerzos tienen una alta concentración en las esquinas del indentador rígido.

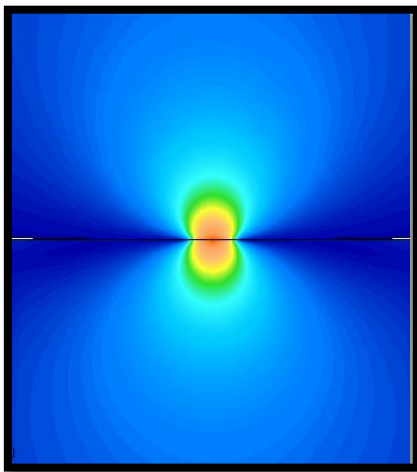


Fig.11 Contacto puntual esfera –plano. [5]

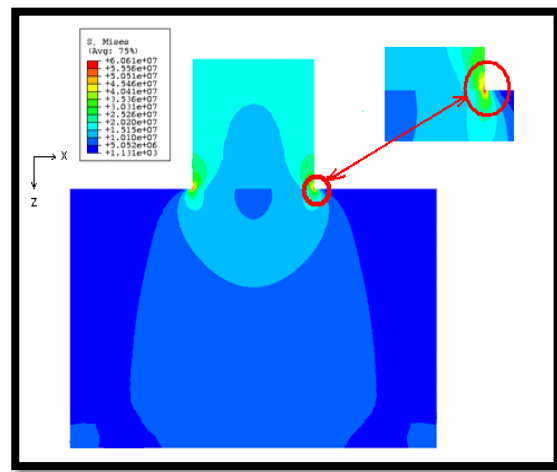


Fig.12 Indentador rígido sobre plano. [4]

A) *Contacto de un indentador rígido sobre plano (sin fricción).*

En el primer caso de contacto se considera una fuerza externa aplicada a un indentador rígido con esquinas afiladas ver (fig.13) el cual estará en contacto sobre un plano elástico, con la condición de que no existe fricción en el indentador rígido la distribución de esfuerzo normal está dada por (ec.11), dicho esfuerzo está en función de una distancia  $x$ , que va desde el centro del indentador hasta la esquina de este. La aproximación del esfuerzo cortante se denota por (ec.12).

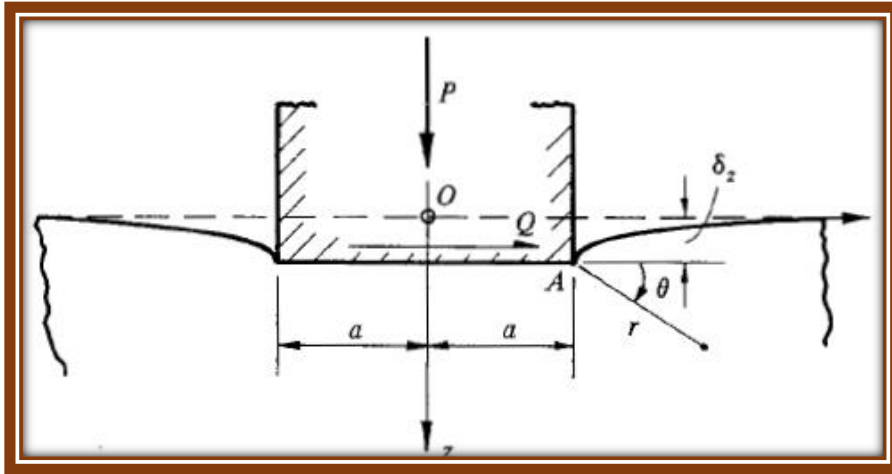


Fig.13 Indentador rígido sobre plano [1].

$$p(x) = \frac{P}{\pi(a^2 - x^2)^{1/2}} \quad (11)$$

$$\tau_1 \approx -\frac{P}{2\pi(2ar)^{1/2}} * \text{sen}\theta \quad (12)$$

B) *Contacto de un indentador rígido sobre un plano (sin deslizamiento).*

En este caso de estudio la superficie del sólido se adhiere completamente al indentador durante la penetración (fricción infinitamente grande). La estimación de los esfuerzos normales generados y de la tracción tangencial está dada por la ecuación (13).

$$p(x) + iq(x) \approx \frac{(2 - 1\nu)}{(3 - 4\nu)^{1/2}} \frac{P + iQ}{\pi(a^2 - x^2)^{1/2}} \\ \times [\text{COS}\{\eta \ln\left(\frac{a+x_1}{a-x_1}\right)\} + i \text{sen}\{\eta \ln 3\left(\frac{a+x_1}{a-x_1}\right)\}] \quad (13)$$

siendo:

$$v=0.3$$

$$\eta = (1/2 \pi) \ln(3 - 4v)$$

donde:

p=esfuerzo normal

iq= tracción tangencial

*C) Contacto de un indentador rígido sobre un plano (con deslizamiento).*

En el tercer caso se tiene el deslizamiento de un indentador con una velocidad relativamente pequeña sobre un plano donde los esfuerzos generados están dados por la ecuación (14).

$$p(x) = \frac{P \cos \pi \gamma}{\pi (a^2 - x^2)^{1/2}} \left( \frac{a+x}{a-x} \right)^\gamma \quad (14)$$

siendo:

$$\cot \pi \gamma = - \frac{2(1 - v)}{\mu(1 - 2v)} \quad (15)$$

$$v=0.3$$

$$\mu=0.5$$

donde:

p=esfuerzo normal

v=coeficiente de Poisson.

$\mu$ =coeficiente de fricción.

### 5.2.2 Modelos de contacto con rugosidad

En las superficies de los diversos materiales se encuentran rugosidades que, pese a los esfuerzos humanos, aún no se logran eliminar por completo y obtener una superficie totalmente lisa. Estas rugosidades son de gran importancia en el estudio del problema de





contacto, puesto que cuando dos superficies se unen, los contactos suceden en pequeñas áreas, debido a la rugosidad de ambas superficies. Al sumar todas esas pequeñas áreas se obtiene el contacto real de las superficies. (Ver fig.14) por ese motivo también se describen algunos modelos de contacto con rugosidad en los diferentes regímenes de deformación: elástico, elastoplástico y plástico.

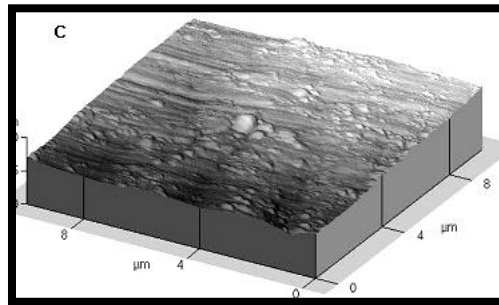


Fig.14 Área real de contacto [6].

#### 5.2.2.1 Modelo de Greenwood and Williamson.

Este modelo [7] supone que las rugosidades (asperezas) de las superficies en contacto tienen la forma de esferas con un mismo radio de curvatura y que la altura de las asperezas se distribuye estocásticamente alrededor de un valor medio (ver fig.15).

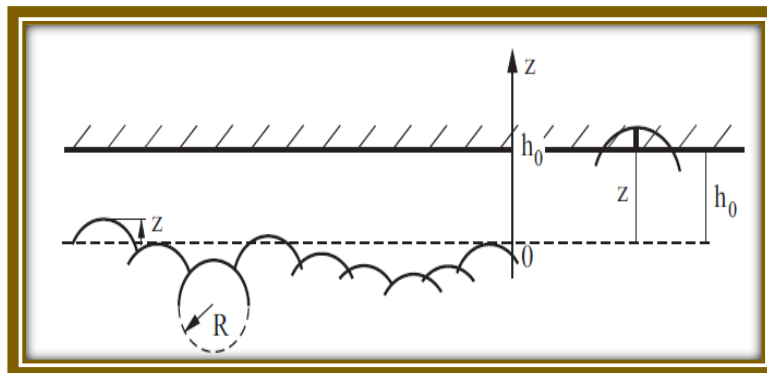


Fig.15 Modelo de Greenwood y Williamson [7].

La aproximación del módulo elástico equivalente es dada por la ecuación 3. El área aproximada de contacto, siendo la razón entre el área y la fuerza normal está regida por la ecuación 16. Los esfuerzos generados por la fuerza sobre el área aproximada de contacto está dada por la ecuación 17, otro parámetro importante en este modelo es la distribución de altura de las esferas como se puede observar (ver fig.15), dicha distribución de altura se da por la ecuación 18.

$$e = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$\frac{A}{F_N} \approx \left( \frac{R}{l} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{3.3}{e} \quad (16)$$

$$\langle \sigma \rangle \approx \frac{F_N}{A} \approx 0.3 * e \left( \frac{l}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$\Phi(z) = \left( \frac{1}{2\pi l^2} \right)^{1/2} e^{-\frac{z^2}{2l^2}} \quad (18)$$

siendo:

$$l = \sqrt{\langle z^2 \rangle}$$

donde:

$F_N$  = fuerza normal.

$R$  = radio de curvatura de las esferas.

$e$  = Modulo de elasticidad equivalente.

#### 5.2.2.2 Modelo de Chang.

El modelo de Chang [8] presenta un modelo de asperezas elastoplástico, para analizar el contacto de superficies rugosas. El modelo se basa en la conservación del volumen durante la deformación plástica. Se toma en cuenta la deformación en dos regímenes una elástica y otro elastoplástico.

##### A) Comportamiento elástico

En este régimen el modelo de Chang adopta las suposiciones del modelo de Greenwood y Williamson las cuales son:

1. La superficie rugosa es isotrópica.
2. Las asperezas son esféricas cerca de la cumbre de la superficie.
3. Todas las asperezas tienen el mismo radio  $R$  pero su altura varia aleatoriamente.
4. Las asperezas están separadas y no hay interacción entre ellas.
- 5.- Las asperezas se deforman únicamente durante el contacto.



En este modelo se presentan estimaciones de parámetros importantes, cumpliendo la condición de que  $\omega_c > \omega$  dentro de un régimen elástico teniendo que  $\omega_c$  y  $\omega$  están dadas por las ecuaciones 20 y 21 respectivamente.

$$\omega_c = \left( \frac{\pi KH}{2e} \right)^2 R \quad (20)$$

siendo:

$$K = 0.454 + 0.41v$$

donde:

Y=resistencia a la cedencia

H=Dureza del material más blando.

$$\omega = \left( \frac{\pi P_{max.}}{2e} \right)^2 R \quad (21)$$

Uno de los parámetros importantes que se tienen es el área de contacto que está dada por la ecuación 22.

$$A = \pi R \omega \quad (22)$$

Otro parámetro es el módulo de Young equivalente, que está compuesto por los módulos elásticos de los materiales en contacto y los coeficientes de poisson, esta modulo equivalente está dado por la ecuación 3.

$$e = \left( \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (1)$$

Para la estimación de la presión máxima sobre al área de contacto se tiene la ecuación 23.

$$P_{max} = \frac{2e}{\pi} \left( \frac{\omega}{R} \right)^{1/2} \quad (23)$$

## B) Comportamiento elastoplástico.

En este caso se hizo un análisis del comportamiento de una semiesfera deformable (ver fig.16) recibiendo una presión y en la cual se denota que existe una conservación de volumen dada por la ecuación 24. Las líneas punteadas y continuas en la esfera muestran la situación de antes y después de la deformación. Debido a la carga normal aplicada F dada por la ecuación 25, se genera un aplastamiento denominado interferencia  $\omega$  que está



dada por la ecuación 21, dentro de un área de contacto de radio  $a$ , dada por la ecuación 25.

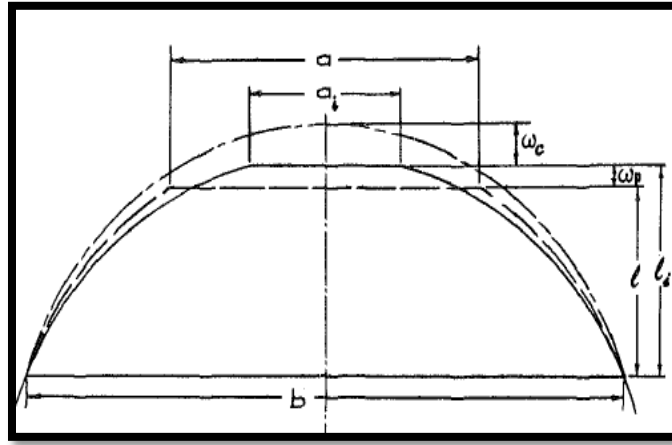


Fig.16 Modelo de Conservación del volumen [8].

$$v = \frac{\pi l}{6} \left( \frac{3}{4} a^2 + \frac{3}{4} b^2 + l^2 \right) \quad (24)$$

$$F = \pi R \omega \left( 2 - \frac{\omega c}{\omega} \right) KH \quad (25)$$

$$\omega = \left( \frac{\pi k H}{2e} \right)^2 R \quad (21)$$

$$a = \pi R \omega \left( 2 - \frac{\omega c}{\omega} \right) \quad (25)$$

La interferencia crítica  $\omega c$  dada por la ecuación 20, marca la transición del régimen de deformación elástico al elastoplástico, cumpliendo la condición  $\omega \geq \omega c$ .

$$\omega c = \left( \frac{\pi K H}{2e} \right)^2 R \quad (20)$$

### 5.2.2.3 Modelo de Zhao.

En este modelo [9] se realizó una manipulación matemática para estimar el área de contacto y la carga de contacto dentro de los tres regímenes de deformación: elástico, elastoplástico y plástico.

### A) Comportamiento elástico.

En este régimen se hace la aproximación del módulo elástico equivalente por la ecuación 3, que está conformado por los módulos elásticos del material y de los coeficientes de Poisson, el área de contacto es aproximada a través de la ecuación 22, así también la carga en el área de contacto como la presión máxima, dada por la ecuación 26 y 27 respectivamente.

$$e = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$A_e = \pi R \omega \quad (22)$$

$$W = \left( \frac{4}{3} \right) e R^{1/2} \omega^{3/2} \quad (26)$$

$$Pm = \frac{4e}{3\pi} \left( \frac{\omega}{R} \right)^{1/2} \quad (27)$$

### B) Comportamiento elastoplástico.

En este modelo se hacen las estimaciones cuando se encuentra en transición de régimen elástico al régimen elastoplástico cuando la condición es:  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ , tomando en cuenta parámetros como la presión media dada por la ecuación 28, ejercida sobre el área de contacto dada por la ecuación 29, así también la carga ejercida sobre el área de contacto donde esta es dada por la ecuación 30

$$.Pa = H - H(1 - k) \left( \frac{\ln \omega_2 - \ln \omega}{\ln \omega_2 - \ln \omega_1} \right) \quad (28)$$

$$Aep = \pi R \omega \left[ 1 - 2 \left( \frac{\omega - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \right)^3 + 3 \left( \frac{\omega - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \right)^2 \right] \quad (29)$$

$$wep = \left[ H - H(1 - k) \frac{\ln \omega_2 - \ln \omega}{\ln \omega_2 - \ln \omega_1} \right] \times \left[ 1 - 2 \left( \frac{\omega - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \right)^3 + 3 \left( \frac{\omega - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \right)^2 \right] \quad (30)$$

donde:

$$\omega = \left( \frac{\pi k H}{4e} \right)^2 R \quad (21)$$

$$\omega_1 = \left( \frac{3\pi k H}{2e} \right)^2 R \quad (31)$$

$$\omega_2 \geq 54\omega_1 \quad (32)$$



### C) Régimen plástico

En el régimen puramente plástico cuando  $\omega \geq \omega_2$  la presión media dada por la ecuación 33 permanece constante a la dureza del material más blando, el área de contacto es igual a la intersección geométrica del plano con el perfil original no deformado de la aspereza esta se rige por la ecuación 34, la carga de contacto es igual al área de contacto multiplicada por la presión media, esta se rige por la ecuación 35.

$$Pa = H \quad (33)$$

$$Ap = 2\pi R\omega \quad (34)$$

$$wp = 2\pi R\omega H \quad (35)$$

## 6. Modelos de fricción.

La fuerza de fricción es un fenómeno natural e inevitable que siempre esta presente en superficies en contacto. Este fenómeno produce efectos de gran importancia como: sobrecalentamiento, desgaste, mayor consumo de energía entre otros. debido a lo anterior a través de los años se han creado diferentes modelos de fricción, con el propósito de describir el fenómeno de fricción, incorporando dentro de sus análisis diferentes fenómenos que suceden durante el movimiento relativo de los cuerpos en contacto. Los modelos creados parten del siguiente modelo [10] para realizar sus estimaciones (ver fig.17). en donde una masa  $m$  es movida con una velocidad relativa  $V_r$  con respecto a la base  $B$ .

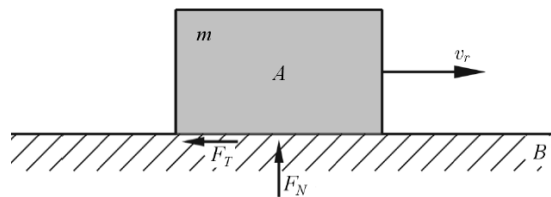


Fig.17 Modelo usado para estimaciones [10].

Los modelos de fricción se clasifican en dos partes: modelos estáticos y modelos dinámicos (Ver fig.18). Los modelos estáticos no son capaces de describir todos los efectos de la fricción, como el pre-deslizamiento, histéresis y el efecto Stribeck. Estos fenómenos ocurren en las regiones de baja velocidad y en el pre-deslizamiento. Para incorporar estos efectos producidos por la velocidad, es necesario utilizar los modelos dinámicos de fricción. A continuación se analizarán algunos de estos modelos de fricción.

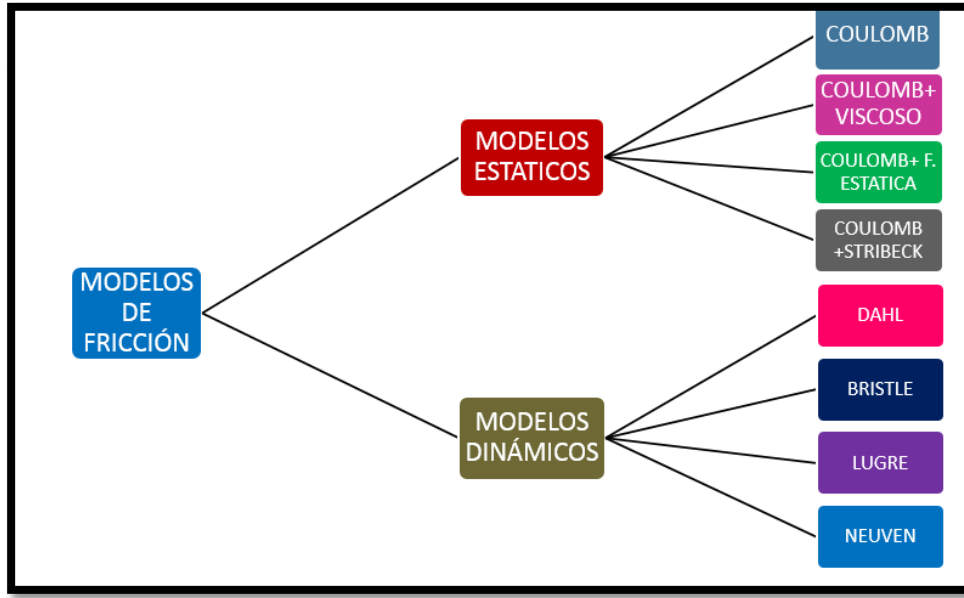


Fig.18 Modelos de fricción.

## 6.1 Modelos de fricción estáticos.

### 6.1.1 Modelo de coulomb

El modelo básico de fricción, llamado modelo de Coulomb (ver fig.19) sigue la idea de que la fricción se opone al movimiento pero supone que la magnitud de la fricción es constante e independiente de la velocidad y el área en contacto, dicho modelo queda expresado por la ecuación 36.

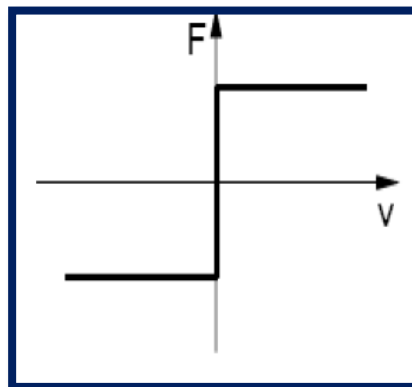


Fig.19 Modelo de fricción de coulomb [11].

$$F = F_c \operatorname{sgn}(v) \quad (36)$$

### 6.1.2 Fricción de coulomb más fricción viscosa

El modelo de Coulomb en conjunto con las investigaciones de Reynolds sobre el flujo de fluido viscoso realizadas en 1866, se han utilizado para describir la fricción en cualquier situación incluyendo medios lubricados. La Fig.20 muestra un modelo que ha combinado el modelo de Coulomb y la ecuación de fricción viscosa dada por la ecuación 37. Esta ecuación expresa que la fuerza de fricción es proporcional –con el factor  $f_v$  y a la velocidad para todo el intervalo de velocidades.

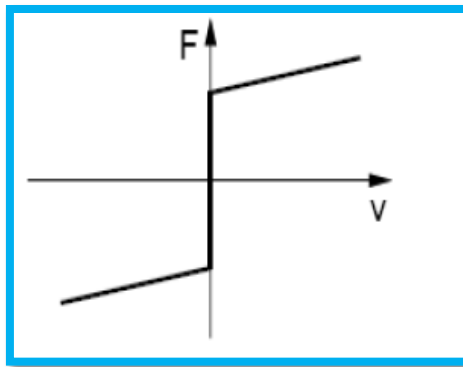


Fig.20 Modelo de fricción de coulomb mas fricción viscosa.[11].

$$F = F_v v \quad (37)$$

### 6.1.3 Fricción estática de coulomb y viscosa

De acuerdo con la (fig.17) si se le aplica una fuerza gradual a la masa  $m$ , se encontrará que la masa  $m$  no comenzara a moverse instantáneamente, sino que comenzara a deslizarse después de un valor de fuerza  $F_s$ . Donde  $F_s$  es la fuerza de fricción estática (ver fig.19) dada por la ecuación 38. Arthur Morin fue quien introdujo el concepto de fricción estática en 1833 (ver fig. 21).



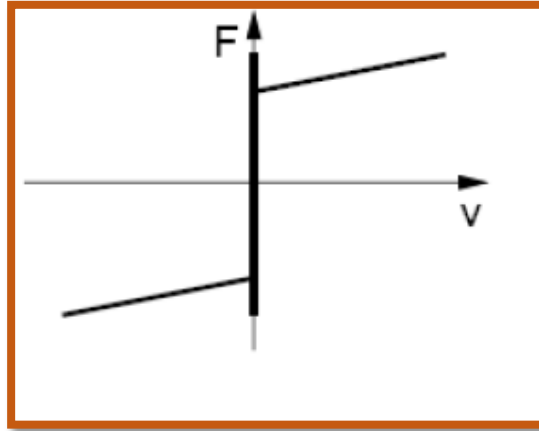


Fig.21 Modelo de fricción estática, de coulomb y viscosa [12].

$$F = F_s \operatorname{sgn}(v) \quad (38)$$

#### 6.1.4 Efecto de fricción stribeck.

Un trabajo más completo sobre el comportamiento de la fricción a bajas velocidades apareció a principios del siglo XX. En 1902, stribeck realizó un análisis extenso sobre la fricción y la dependencia de la velocidad. El realizó experimentos sobre cojinetes mecánicos en los que encontró una relación más específica de la fricción en un intervalo más detallado de velocidades. Actualmente, los resultados de Stribeck son conocidos como curva stribeck. Dicho modelo puede observarse en la (figura 22) y su modelo está dado por la ecuación 37.

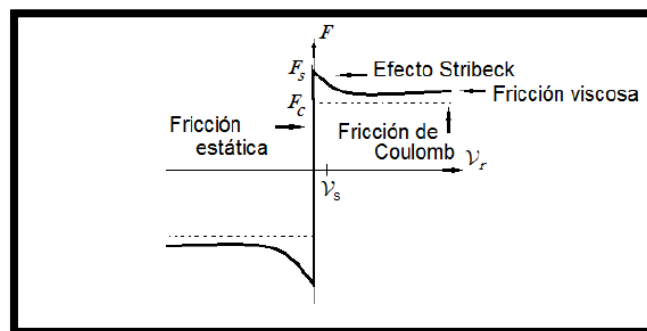


Fig.22 Efecto Stribeck.[13]

$$F = F_v v + F_s \operatorname{sgn}(v) \quad (37)$$

La Curva de stribeck [14] generalmente esta dividida en 4 regiones :

- I. Fricción Estática (o *Stiction*)
- II. Lubricación por capa limite
- III. Mixta
- IV. Lubricación completa ó Hidrodinámica.

En la Fig. 23, las regiones I, II y III son mejor conocidas como el *efecto Stribeck*. Así, a través del tiempo se ha intentado captar la fricción estática, el modelo de Coulomb, la fricción viscosa y el *efecto Stribeck* en un sólo modelo como se muestra en la (fig.21).

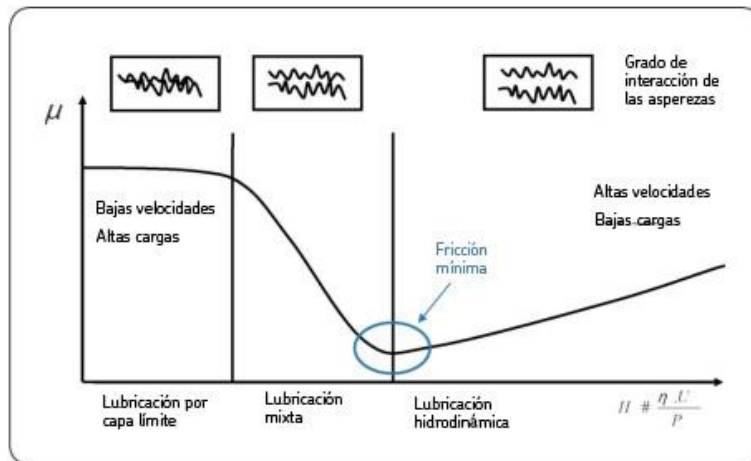


Fig.23 curva de stribeck [14].

## 6.2 Modelos de fricción dinámicos.

### 6.2.1 Modelo de Dahl.

Las superficies maquinadas que componen el area de contacto son idealmente lisas. Al realizar el maquinado se tienen desviaciones como rugosidades, ondulaciones y errores de corte, las cuales no permiten una superficie totalmente lisa. Teniendo como resultado

pequeñas áreas de contacto, cuando se tienen a dos superficies en contacto. Al sumar todas esas pequeñas áreas se obtiene el contacto real de las superficies.

En los años setentas se desarrollaron los llamados modelos de fricción dinámica, incluyendo el modelo de Dahl (1968,1976). Este modelo [10] presenta a las asperezas como micro-resortes los cuales se oponen cuando una carga tangencial es aplicada (ver fig. 24). Si la deflexión es lo suficientemente grande (es decir cuando la fuerza de fricción alcanza su máximo valor) el contacto se rompe y luego se da lugar al deslizamiento.

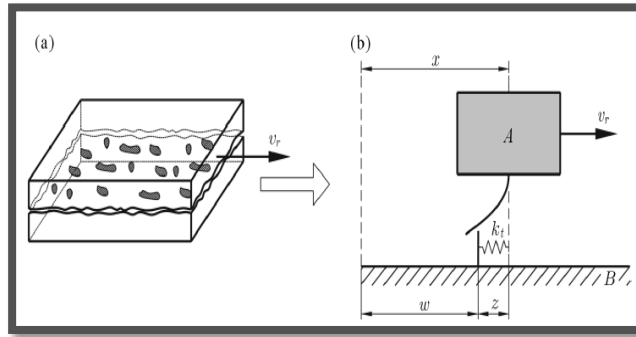


Fig. 24 Modelo de Dahl, donde a) contacto entre dos superficies maquinadas, b) desplazamiento total de un cuerpo rígido sobre la zona elástica (\$z\$) y la zona plástica (\$\omega\$) [10].

De acuerdo al modelo de Dahl el desplazamiento \$x\$ de un cuerpo rígido es elastoplástico, y puede tener dos componentes: una elástica \$z\$ y otra plástica \$\omega\$.

$$x = z + \omega$$

La componente elástica es relacionada con la deflexión de las asperezas en contacto con la deflexión elástica de las asperezas. Esta tiene una relación mutua con la fuerza de fricción dada por la ecuación 38.

$$F_T = k_t z \quad (38)$$

Esta deflexión está dada por la ecuación 39.

$$\frac{dz}{dt} = v_r \left( 1 - \frac{Kt}{FC} \operatorname{sgn}(v_r) z \right)^\alpha \quad (39)$$

Siendo:

$$FC = \mu FN \quad (40)$$

\$0 < \alpha < 1\$, materiales frágiles

\$\alpha \geq 1\$, materiales dúctiles

donde:

$Kt$ =coeficiente de rigidez de contacto tangencial.

$v_r$ =velocidad relativa entre los dos cuerpos en deslizamiento

$FC$ =fuerza de fricción de coulomb

$\alpha$ =describe la dependencia de la deflexión tangencial sobre la fuerza tangencial.

### 6.2.2 Modelo de Bristel

El modelo de cerdas fue introducido por Haessig y Friedland [15]. Este modelo describe el contacto entre las superficies como si fueran cerdas elásticas. Esto es, cuando las superficies intentan desplazarse una sobre otra, las cerdas se deforman como resortes oponiéndose al deslizamiento como en la (Fig.25) De esta forma se intenta describir la región estática (Sticktion).

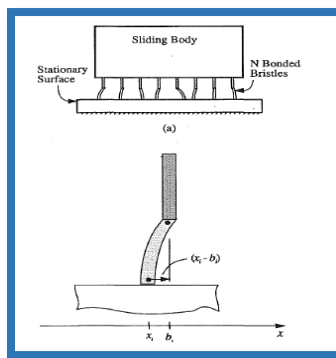


Fig.25 Modelo de Bristel [15].

Por tanto, considerando  $N$  cerdas, y llamando  $z$  al estado de deformación de las cerdas, la fuerza de fricción se puede modelar mediante la ecuación 41 donde  $\sigma_0$  es la rigidez de las cerdas y  $(x_i - b_i)$  es la deformación de la  $i$ -ésima cerda. Al aumentar el número de cerdas la complejidad del método incrementa.

$$F = \sum_{i=1}^N \sigma_0(x_i - b_i) \quad (41)$$

### 6.2.3 Modelo de Lugre.

El modelo de Lugre [16] al igual que el modelo de cerdas, este modelo asume que las superficies son muy irregulares a nivel microscópico y por tanto, el contacto entre ellas se realiza a través de las asperezas. Estas asperezas se modelan como cerdas elásticas. Así, cuando una superficie intenta desplazarse sobre otra, las cerdas se comportan como resortes originando la fuerza de fricción (Fig.26). A diferencia del modelo de Bristle, el

modelo de Lugre considera una deflexión promedio de las cerdas  $z$  dada por la ecuación 42.

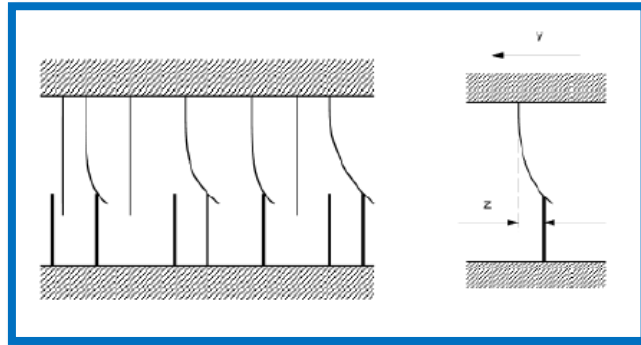


Fig.26 Modelo de Lugre [16].

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \quad (42)$$

El modelo de Lugre propone que la fuerza generada por las cerdas está dada por la ecuación 43.

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + f(v) \quad (43)$$

Siendo:

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-\left| \frac{v}{v_s} \right|^\alpha} \quad (44)$$

$$f(v) = \sigma_2 v \quad (45)$$

donde:

$F_c$ =fricción de coulomb.

$F_s$ =fricción zona estática.

$f(v)$ =fricción viscosa.

$\sigma_0$ =rigidez de las cerdas

$\sigma_1$ =amortiguamiento en el predeslizamiento.

$\sigma_2$ = parametro asociado con la viscosidad.

#### 6.2.4 Modelo de Leuven

La estructura del modelo de fricción integrada[17] mejor conocido como de leuven, mejora el modelo de Luge incorporando un comportamiento historico con memoria no local en el predeslizamiento. Este tipo de histeresis ocurre en los predeslizamientos no periodicos y esto es una mejora con respecto a la realidad(ver fig. 27 y 28) El modelo toma dos ecuaciones como la del modelo de Luge. Este consiste en una ecuación de la fuerza de fricción y una ecuación de estado. De nuevo el estado de la variable  $z$  representa la deformación media de las asperezas debido al contacto de las superficies. La fuerza de fricción y la deformación del estado  $z$  están dadas por las ecuaciones 46 y 47 respectivamente.

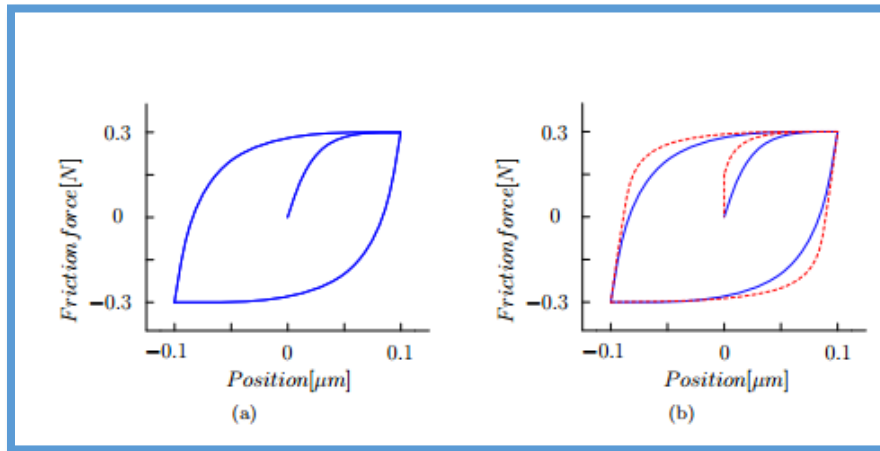


Fig.27 Comportamiento del modelo donde: a) Dhal y b) Luge con una entrada sinusoidal con dos diferentes frecuencias [12].

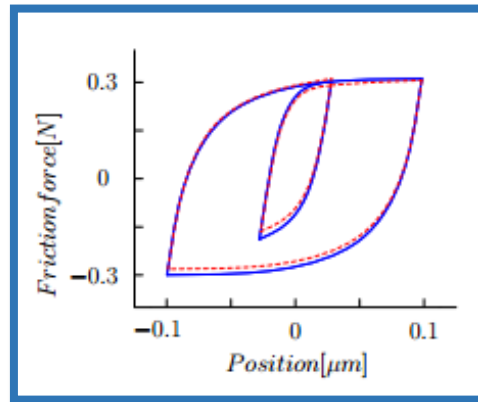


Fig.28 Comparación cualitativa entre el comportamiento de modelo de Luge (líneas punteadas) la realidad (línea sólida) en reversiones de velocidad [12].

$$F = F_h(z) + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (46)$$

$$\frac{dz}{dt} = v \left( 1 - \operatorname{sgn} \left( \frac{Fd(z)}{s(v) - Fb} \right) * \left| \frac{Fd(z)}{s(v) - Fb} \right|^\alpha \right) \quad (47)$$

## 7. Ciclos de histéresis.

Los ciclos de histéresis [18] son formas de medir energía disipada, los cuales son frecuentemente utilizados. Un ciclo de histéresis puede ser obtenida por la magnitud de la fuerza contra el desplazamiento que se tendrá debido a esta fuerza. Si existe cualquier amortiguación en el sistema la representación gráfica de esta queda grabada como un ciclo y el área encerrada es proporcional a la cantidad de energía disipada en el sistema dentro de un periodo. Los ciclos de histéresis tienen diferentes interpretaciones de acuerdo al tipo de fuerza grabada durante la medición. A continuación se presentarán tres tipos de ciclos de histéresis.

- Ciclo Externo-refleja la relación entre la fuerza externa aplicada y los desplazamientos considerados en el sistema.
- ciclo interno Interno-Si el desplazamiento está relacionada con las fuerzas internas que aparecen en los sistemas.
- Ciclo de histéresis con amortiguamiento-cuando las fuerzas son tomadas en consideración.

En la figura 29 se muestran diferentes ciclos de histéresis con diferentes fuerzas de excitación como lo son las fuerzas externas ( $F_e$ ) e internas ( $F_i$ ). Las fuerzas internas se pueden dividir en fuerzas de restitución ( $F_s$ ) y fuerzas de amortiguación ( $F_d$ ).

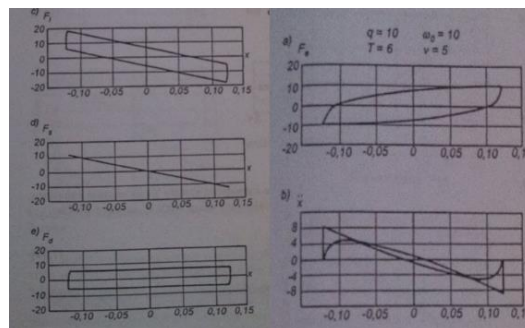


Fig.29 Ciclos de histéresis. lado izquierdo: fuerzas internas, lado derecho fuerzas: externas.[18]

Se toma un ejemplo para ilustrar como se crean los ciclos de histeresis[19] , en este caso se tomo un contacto superficial acero-acero, con una frecuencia de excitación de 14 Hz y una fuerza normal de 10.40 N. Lo primeros datos que se toman en cuenta es la fuerza y el desplazamiento de los cuerpos los cuales son medidos por sensores.

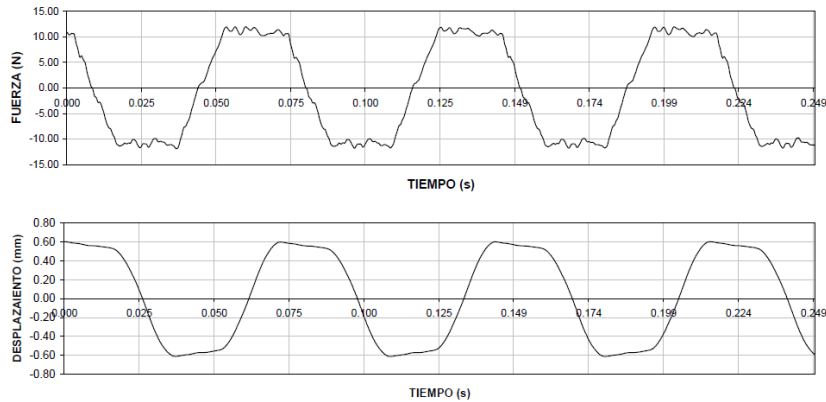


Fig.30 Gráficas de respuesta en el dominio del tiempo para una fuerza de excitación 12 N, fuerza normal 10.48 N y frecuencia de excitación 14 Hz [19].

Teniendo la fuerza y el desplazamiento dado pueden crearse los ciclos de histeresis (ver fig.31).se puede observar que la frecuencia de excitación va cambiando al igual los ciclos de histeresis varían su forma de acuerdo a la excitación de entrada.

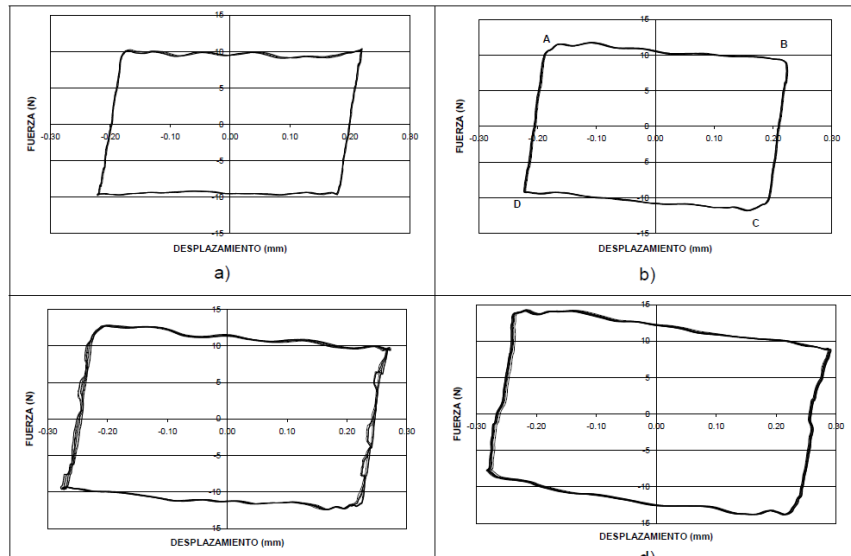


Fig. 31 Curvas de histéresis para contacto superficial acero – acero, fuerza normal 10.48 N y frecuencia de excitación: a) 10 Hz, b) 14 Hz, c) 16 Hz, d) 20 Hz [19].



En la figura 32 se observa un ejemplo de un ciclo de histéresis donde se muestra que al aumentar la frecuencia de excitación las curvas de histéresis experimentan un incremento en su forma geométrica, y por lo tanto se tiene una mayor disipación de energía, además de mostrar una rotación en sentido de las manecillas del reloj.

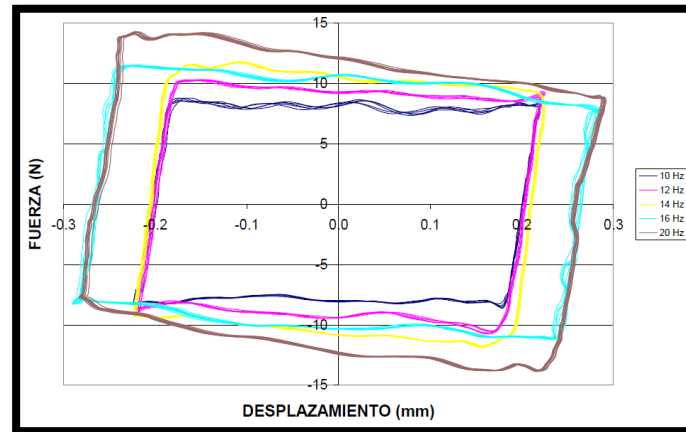


Fig.32 Ejemplo de un ciclo de histéresis de un contacto superficial acero-acero.[19]

La forma más sencilla de interpretar un ciclo de histéresis es obtener el área que se encierra, dentro del ciclo lo cual se interpreta como la energía disipada. En la figura 33 se observa un ciclo de histéresis donde se han trazado dos valores  $x_k$  y  $f_k$ , utilizados para hallar la pendiente y con esto el valor de la rigidez de contacto tangencial la cual se da por las asperezas de las superficies en contacto.

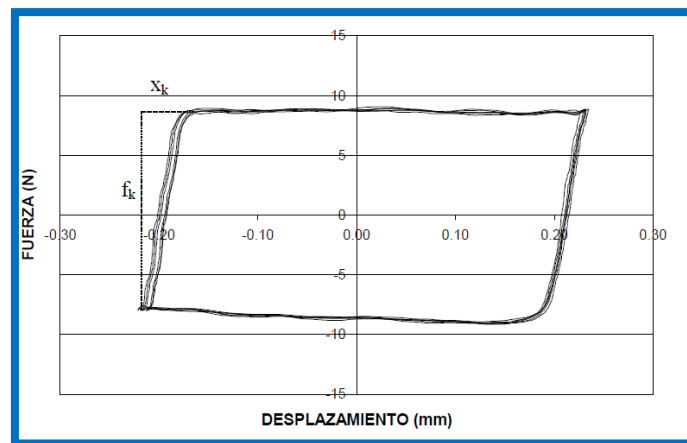


Fig.33 Ciclo de histéresis para encontrar la rigidez de contacto [19].

- Enfoque de macro deslizamiento y microdeslizamiento.

El reconocimiento de la influencia de la fricción sobre sistemas dinámicos ha sido una gran motivación para los investigadores durante muchos años, desde mecanismos de frenado hasta amortiguamiento en alabes de turbina. La fricción es importante para determinar la respuesta dinámica del sistema y puede tener efectos adversos como vibraciones fricción-inducida y desgaste prematuro.

En el análisis de respuestas dinámicas de estructuras que tienen contacto con fricción, se usan dos tipos de enfoques: los métodos de macro deslizamiento y micro deslizamiento. El enfoque macro asume una fuerza disipativa única actuando en la interfaz entre las superficies de deslizamiento. Este enfoque es frecuentemente descrito como un modelo de fricción estática.

El enfoque micro toma en cuenta un conocimiento detallado de las características de las superficies deslizando, e incluye: rugosidad, asperezas, fenómeno de adhesión, histéresis de fricción, límite de ciclos, lubricación de la superficie y otros parámetros tribológicos, etc. Este enfoque es frecuentemente usado en los así llamados modelos dinámicos.

El micro deslizamiento se refiere a la parte del ciclo de histéresis entre adherencia y deslizamiento donde la fuerza tangencial queda en función del desplazamiento relativo. Durante micro deslizamiento, el deslizamiento toma lugar solamente entre las partes de la superficie de contacto, mientras las otras partes no están sometidas a algún movimiento relativo. La rigidez tangencial de contacto es a pendiente inicial del ciclo de histéresis después de un cambio de movimiento.

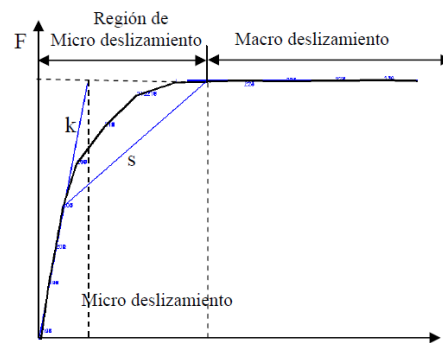


Fig.34 Comportamiento típico de micro y macro deslizamiento [19].

## 8. Amortiguadores graduales por fricción

Se realiza una revisión bibliográfica de los amortiguadores graduales por fricción desarrollados en los últimos diez años, donde se analiza los componentes de cada amortiguador así como su funcionamiento, las pruebas que se realizaron y los ciclos de histéresis formados en cada uno de ellos. Al final de la descripción de cada amortiguador se hacen algunas observaciones con las cuales se buscan algunas áreas oportunidades para la creación de un nuevo prototipo de amortiguador.

### 8.1 Amortiguador EDR

El amortiguador EDR [20] (Energy dissipating restraint) está compuesto por cuñas de bronce como mecanismo de fricción, el rango de deslizamiento a través de la carcasa es limitado por toques que se encuentran en los extremos (ver fig.35). Un resorte helicoidal genera las fuerzas de carga la cual es transmitida a las cuñas, donde estas generan fricción entre sí. Mediante una tuerca se puede realizar los ajustes necesarios para mantener una precarga en el sistema. La principal característica del EDR es un incremento de la fuerza de fricción proporcional a la deformación.

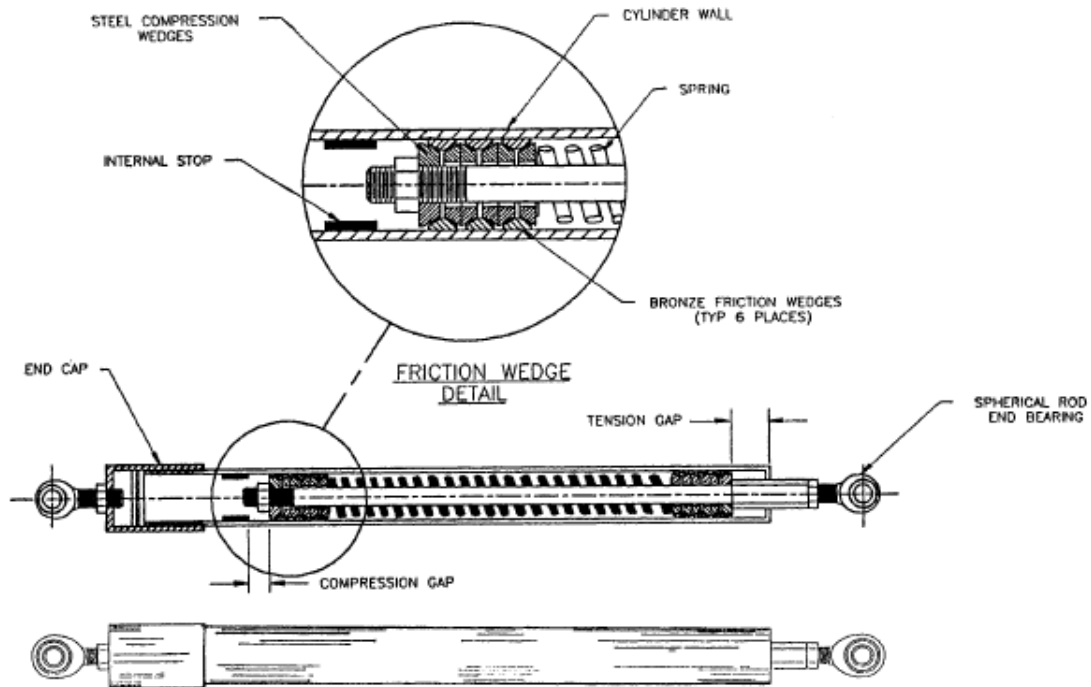


Fig.35 Vista externa e interna del amortiguador EDR [20].

EL funcionamiento del mecanismo se puede observar en las siguientes figuras, donde se va describiendo el comportamiento de los elementos así como el ciclo de histéresis generado por la fuerza desplazamiento.

En la (fig. 36) se puede observar al amortiguador en una posición inicial, dicho elemento tiene una precarga aplicada, dicha precarga puede ir variando de acuerdo al apriete de la tuerca que se alcanza a apreciar.

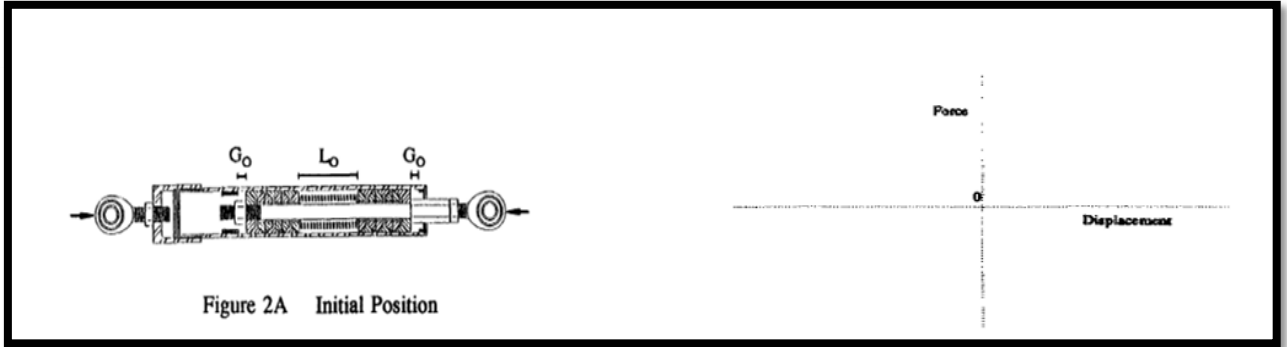


Fig.36 EDR en posición inicial.

En la figura 37 se puede observar un desplazamiento en A-B por la fuerza externa aplicada, el resorte a un no se comprime, pero en ciclo de histéresis se nota una rigidez en 0-A esto es debido a la precarga que el dispositivo tiene.



Fig.37 Desplazamiento inicial, contacto con tope.

En la figura 38 se tiene un aumento lineal de la rigidez B-C esto es debido a que el resorte es comprimido debido a la fuerza y al tope por el cual se está evitando el desplazamiento.

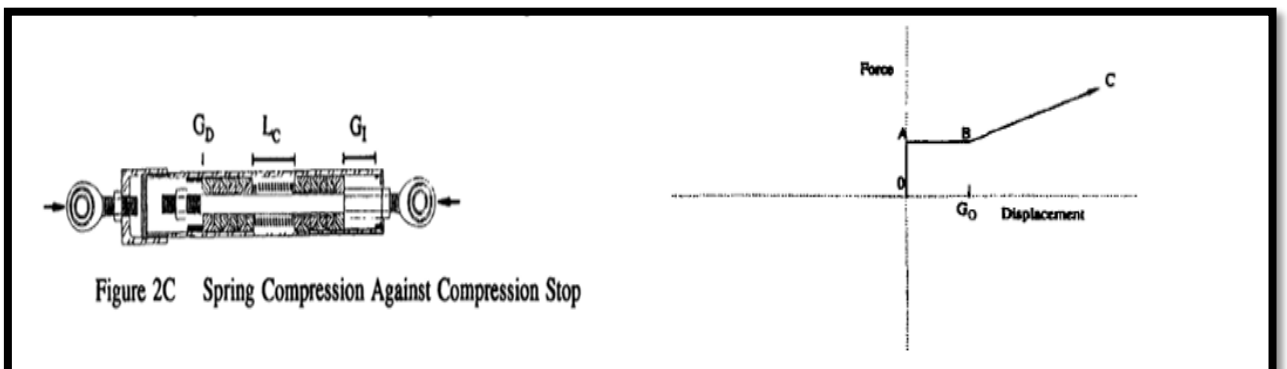


Fig.38 Compresión del resorte.

En la figura 39 se puede observar un cambio de sentido de la carga aplicada esto también se ve reflejado en el ciclo de histéresis en los puntos C-D y en D-E la fuerza constante debida a la restitución del resorte.

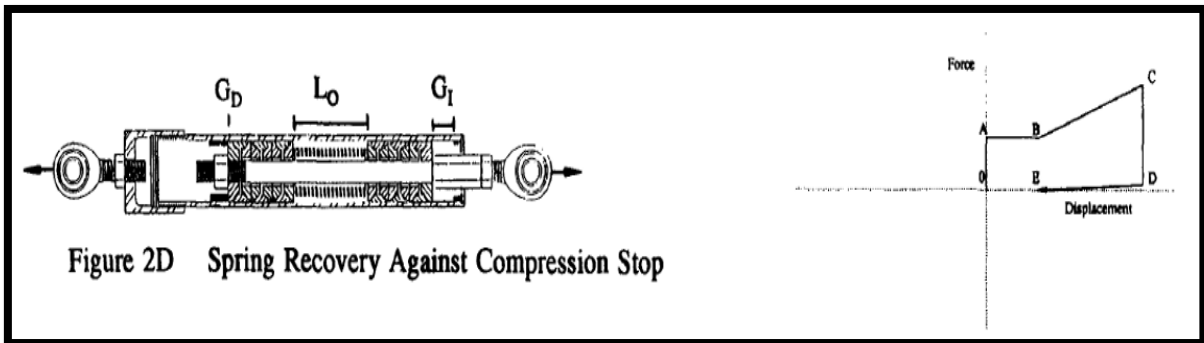


Fig.39 Descompresión del resorte.

En la figura 40 en el punto E-F se aprecia la rigidez generada por la fricción de las cuñas puesto que aún no interviene la rigidez debida al resorte ni los topes aun no entran en contacto. En los puntos F-D se observa que la fuerza se mantiene constante debido a la tolerancia que se tiene entre los topes con respecto al núcleo.

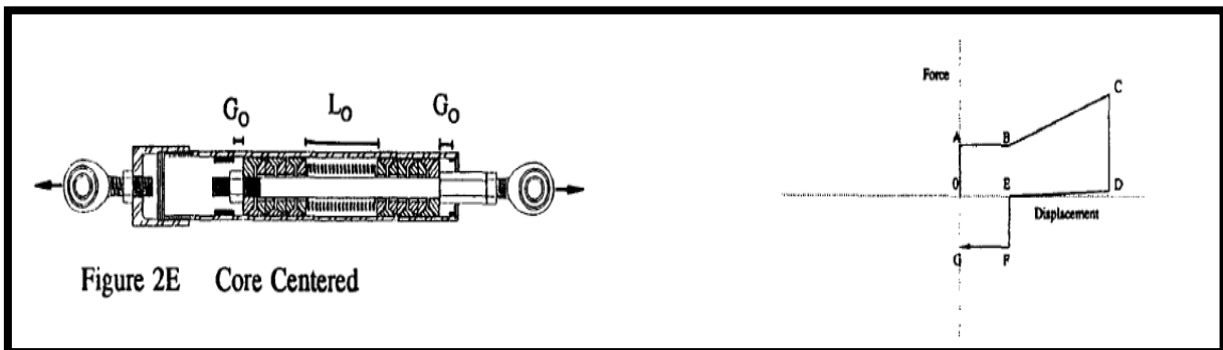


Fig.40 Núcleo centrado.

En la figura 41 en el punto G-H la fuerza aún se mantiene constante aunque ya se mantenga un contacto del núcleo con los topes, se nota que el resorte aun no es comprimido por el tope en el extremo derecho.

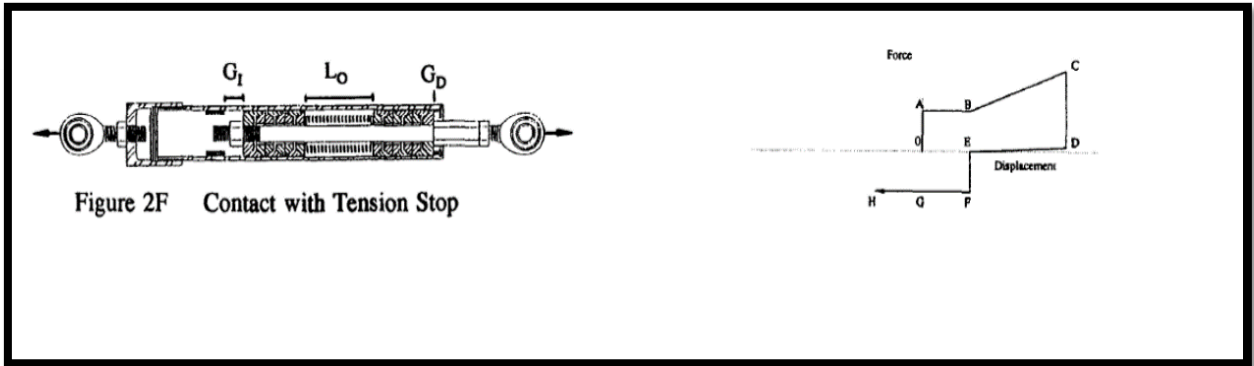


Fig.41 Contacto con el tope.

Nuevamente la fenomenología se repite en las figuras 42-44, pero en sentido contrario debido al cambio de sentido de la fuerza.

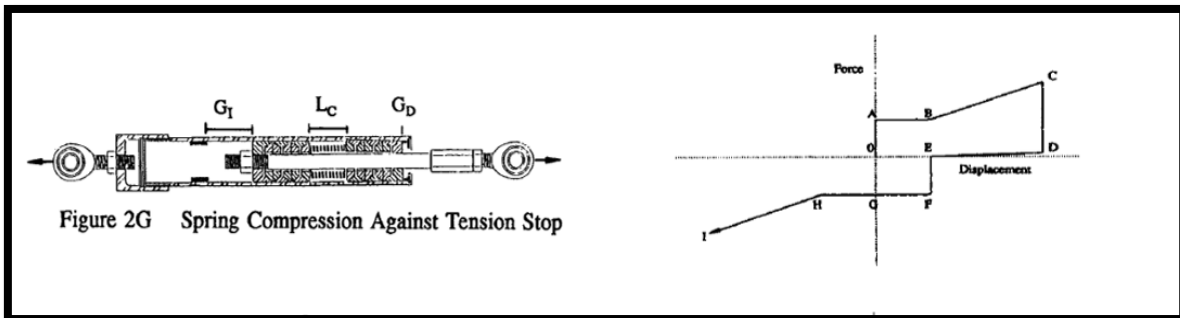


Fig.42 Compresión del resorte.

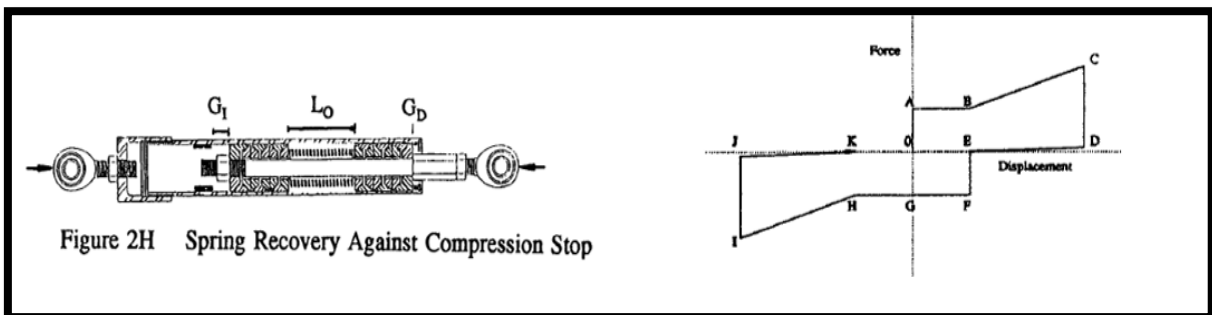


Fig.43 Descompresión del resorte y cambio de sentido debido a la carga.

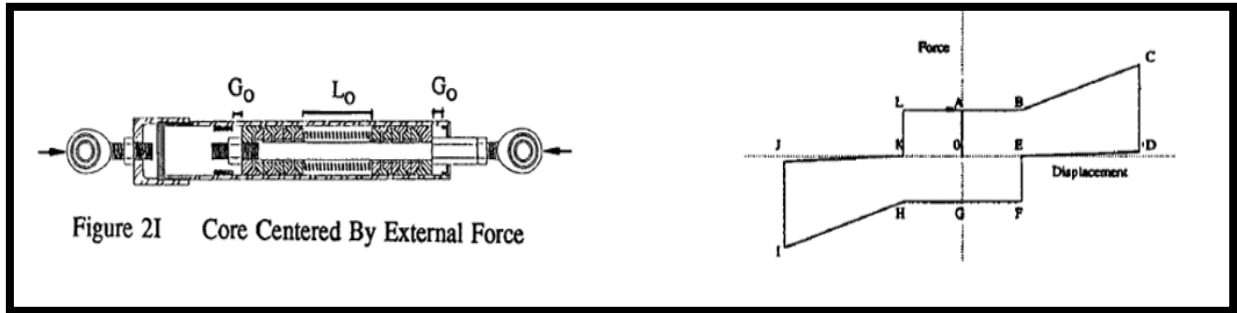


Fig.44 Cuerpo centrado por la fuerza externa.

Dependiendo de la constante del resorte, la precarga, la configuración del núcleo (cuñas), y el tamaño de la cavidad, [21] pueden capturarse diferentes tipos de comportamientos históricos. Dos ciclos de histéresis típicos para diferentes ajustes del dispositivo se muestran en la Fig.45.

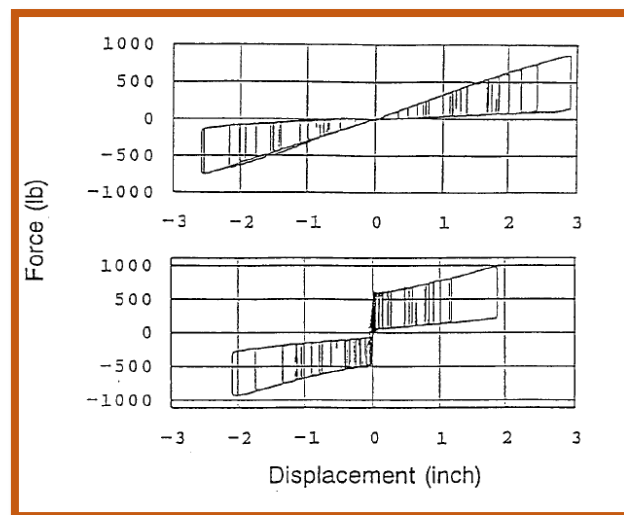


Fig.45 Ciclos de histéresis típicos del amortiguador EDR [21].

Observaciones:

Las exigencias del diseño en este amortiguador requieren de tolerancias muy pequeñas para lograr un ajuste con el cual las cuñas entren en contacto con el cilindro exterior al recibir una precarga dada por el resorte. Un ajuste con holgura fuera de límite podría ocasionar que no se alcance el contacto entre los elementos, que no exista fricción y en consecuencia que no funcione el amortiguador. Finalmente esto hace que se requiera un maquinado de precisión lo cual encarece el costo de fabricación del producto.

Una variación en la cilindridad podría ocasionar, en casos extremos, la existencia de zonas en las cuales se tenga presión de contacto excesiva, así mismo, pueden existir zonas en las cuales se pierda el contacto entre los elementos friccionantes. Por otro lado variaciones dimensionales en las cuñas, las cuales son consideradas idénticas, pueden ocasionar que algunas cuñas se encuentren en contacto mientras que otras estén fuera de operación. Los casos planteados anteriormente exigen un maquinado preciso ya que de lo contrario estos problemas pueden ocasionar un funcionamiento deficiente del amortiguador.

Suponiendo que el amortiguador haya sido maquinado de acuerdo con las características de diseño, el desgaste de las piezas en contacto debido a la operación del amortiguador llevaría a una pérdida de carga normal y en consecuencia a una disminución de la fuerza de fricción. Esto afectaría disminuiría la capacidad de amortiguamiento del dispositivo. El efecto del desgaste puede ser compensado al aumentar la precarga del sistema y si en algún caso extremo esta compensación no sea suficiente, los elementos tendrán que ser reemplazados. Tanto en el ajuste como en el reemplazo se generaran costos de mantenimiento.

## 8.2 Amortiguador Shapia.

El prototipo de amortiguador usado en la investigación de Andre Filiatrault, Ramapada Kar y Robert Tremblay [22] denominado "Shapia" está compuesto por ensamble típico de anillos elásticos (ver fig. 46) consiste en: un anillo exterior (1) uno interior con una superficie cónica de acoplamiento. (2). y medios anillos (3). Las medidas y tolerancias en dicho amortiguador son las siguientes: Diámetro exterior: 65 mm, Longitud: 710 mm, Capacidad de fuerza:  $\pm 200$  kN Capacidad máxima de desplazamiento:  $\pm 50$  mm

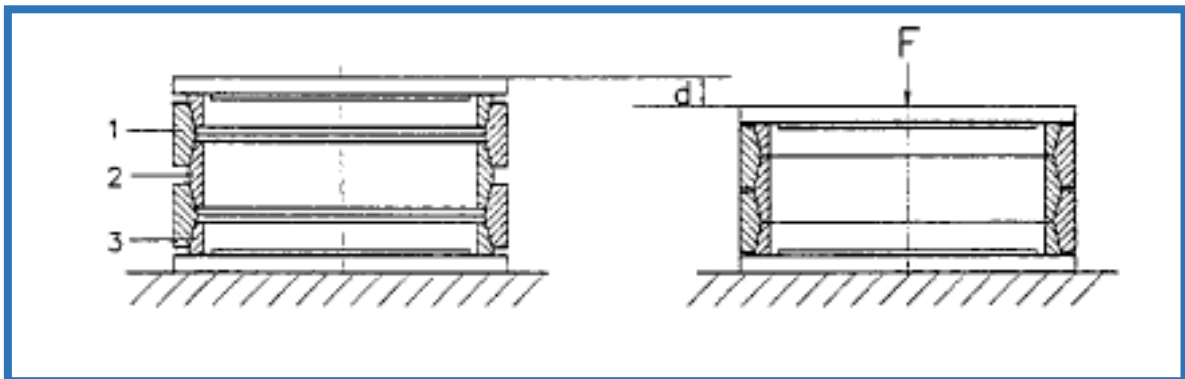


Fig.46 Ensamble típico de anillos, antes de la carga y después de la carga.

A medida que se le aplica una carga de compresión al amortiguador (ver fig.47) por medio de la barra izquierda (rod end left) esta se desliza hacia la derecha y la brida LC comprime a la columna de anillos en dirección axial, donde los anillos exteriores son sujetos a tensión circunferencial mientras que los anillos internos experimentan



compresión. El conjunto de anillos es detenido por medio de bridas en sus extremos. Cuando la fuerza se invierte de dirección esta actúa como una carga de tensión y la brida RC comprime a los anillos.

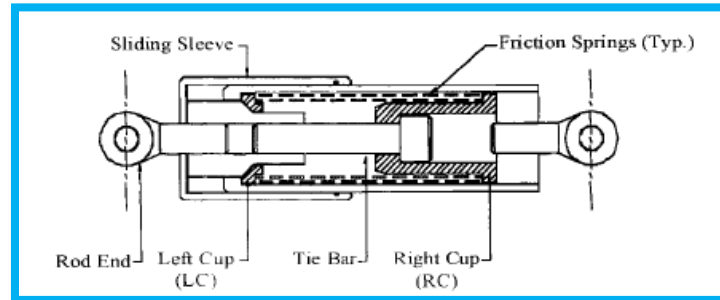


Fig.47 Vista longitudinal mostrando componentes de amortiguador Shapia.

El amortiguador es previamente cargado con un porcentaje pequeño de la máxima capacidad de fuerza a través de una central localizada en la barra interior (tie-bar). Durante la prueba se utilizó un simulador de terremotos de la escuela politécnica de Montreal que puede alcanzar una carrera pico a pico de 250 mm, un rango de frecuencia de 0-50 Hz, y una velocidad sinusoidal de 1 m/s. El amortiguador fue insertado entre el simulador de terremotos y un marco de reacción rígida anclado fuertemente al piso. Una fuerza máxima de 110 kN y un desplazamiento máximo de 25 mm fueron alcanzados durante esta prueba. El desplazamiento límite de 25mm representa el 50 % de la capacidad del amortiguador lo cual estima el nivel esperado de deformación en las construcciones equipadas con estos amortiguadores para limitar el daño estructural. Dentro del programa se realizaron cuatro pruebas inspiradas por el documento titulado "Guidelines for the Testing of Science Isolation and Energy Dissipating Devices" preparado por el centro de evaluación e innovación tecnológica. Se realizó la prueba (Benchmark) para verificar la rigidez inicial, las características de fricción y el número de ciclos de carga el amortiguador fue sometido a 10 ciclos con un desplazamiento de 25mm y una frecuencia de 0.5 Hz. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 1 .Parámetros obtenidos a partir del ciclo de histéresis.

Parameter (1)	Numerical values (2)
Elastic stiffness $K_o$	23.2 kN/mm
Loading slip stiffness $r_L K_o$	3.48 kN/mm
Unloading slip stiffness $r_U K_o$	1.39 kN/mm
Slip force $F_s$	28 kN
Residual recentering force $F_c$	9 kN

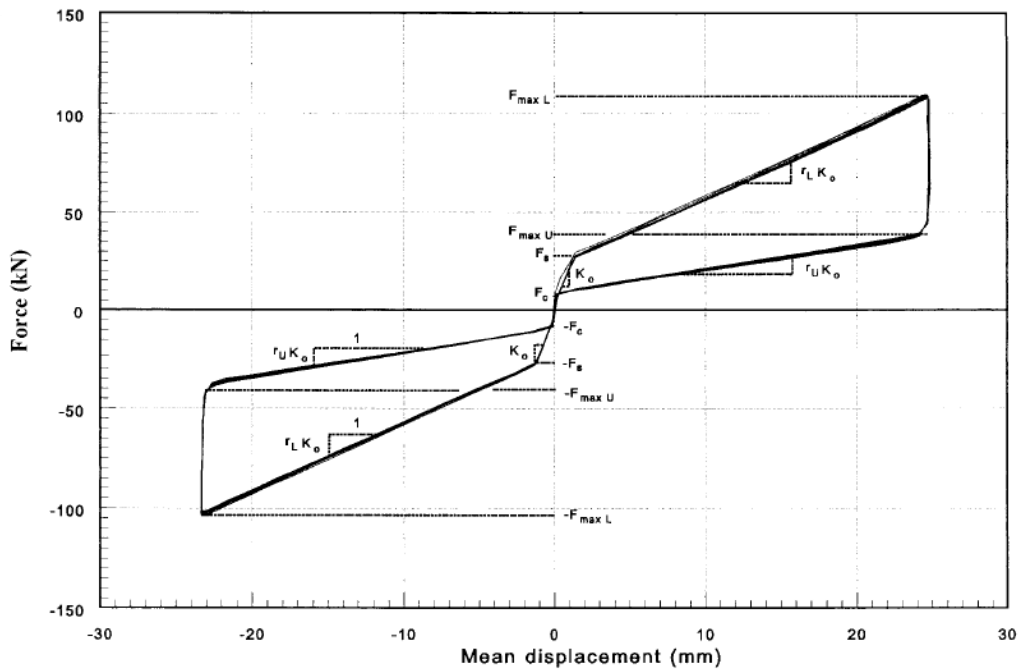


Fig.48 Ciclo de histéresis del amortiguador grabado durante la prueba Benchmark.

Como se puede observar en la (Fig.49) la energía disipada va decreciendo con respecto a los números de ciclos que van transcurriendo hasta llegar a un 92%.

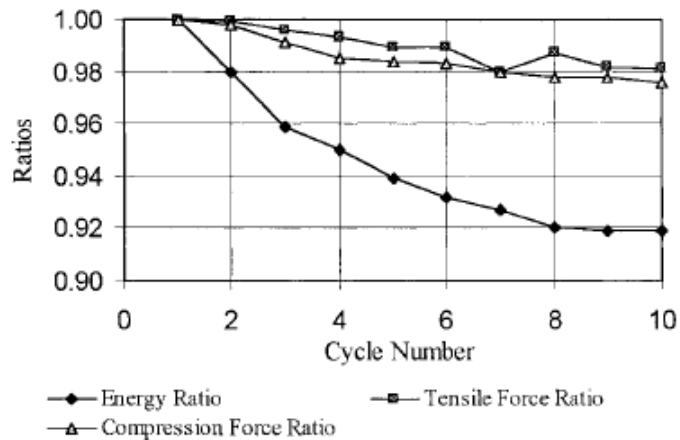


Fig.49 radio de energía disipada por una fuerza de compresión y tensión durante prueba Benchmark.

#### Observaciones:

Este amortiguador requiere tolerancias y ajustes precisos en la cilindridad y en los aros elásticos para lograr que la disipación de la energía sea homogénea cuando estos se encuentren en rozamiento. En este tipo de maquinado el costo se vuelve elevado debido a que se requieren tolerancias y ajustes muy precisos.

Debido al desgaste que van sufriendo los anillos elásticos debido al rozamiento la energía disipada y la eficiencia requerida va decreciendo. Este desgaste puede ser compensado con un ajuste en la precarga, puede ocurrir que en algún caso extremo que el ajuste en la precarga no sea suficiente los anillos tendrán que ser reemplazados. Estos ajustes y reemplazos generaran gastos de mantenimiento.

#### 8.3 Amortiguador EDR de Zhou Xiyuan y Peng Lingyun.

Un nuevo tipo de amortiguador inteligente [23], que se basa en la moderación de disipación de Energía (EDR), se presenta en este documento. El EDR por Nims y Kelly, el cual tiene un ciclo de histéresis triangular, que se comporta como un sistema de rigidez variable activa (AVS) y posee las características básicas de un amortiguador viscoso lineal pero tiene dificultad en la captura de la salida y la gran carrera de forma simultánea las cuales son necesarias para aplicaciones prácticas en estructuras de ingeniería. Con el fin de superar esta limitación, la superficie de fricción en el EDR se divide en dos partes, con coeficientes de fricción bajos y altos. Los ciclos de histéresis triangular y de doble bandera tienen algunas características que no se observaron en algunos dispositivos normales de disipación de energía (como amortiguadores metálicos, Amortiguador de fricción Pall, etc.). En primer lugar, la fuerza de recuperación del modo de histéresis triangular es proporcional a la deformación del resorte. En segundo lugar, los dos ciclos de histéresis son de auto centrado, es decir, durante la descarga a cero, el dispositivo volverá a su posición inicial sin deformación residual. De acuerdo con las pruebas realizadas por Nims y Kelly, la fuerza de salida máxima es de sólo el 35 kN. Por lo tanto, el aumento de la fuerza de salida y el desplazamiento del EDR pueden ser problemas claves para aplicaciones prácticas de la ingeniería.

La fuerza de fricción en EDR está en proporción a la deformación por compresión del resorte, que es igual a la deformación del amortiguador, así, lo que significa que el resorte debe tener capacidad suficiente para la deformación elástica. Por ejemplo, se encontró que 10 centímetros o más cuando la fuerza de restitución de varios cientos kN es útil en aplicaciones prácticas en estructuras de ingeniería, los dos tipos de muelles utilizados normalmente, de resorte de discos y resortes helicoidales, fueron incapaces de satisfacer el requisito anteriormente mencionado.

Recientemente, se descubrió además que, en el EDR (ver figura 50) y la fricción propuesta amortiguador variable, el resorte y las cuñas se pueden eliminar de los dispositivos y pueden ser reemplazados por componentes de auto-esfuerzo destacando compuestos por un eje y un anillo o un tubo corto cuyo diámetro exterior es ligeramente mayor que el diámetro interior del cilindro (cubierta exterior del amortiguador). La fuerza normal necesaria aplicada sobre la superficie de contacto entre el anillo y el cilindro del amortiguador puede



ser cedido por precarga, debido a la expansión inicial del cilindro cuando el anillo fijo al eje que es ligeramente más grande es presionado dentro del cilindro(ver fig.50)

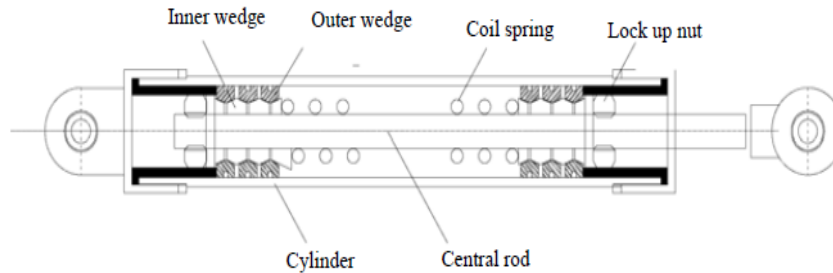


Fig.50 Configuración del EDR.

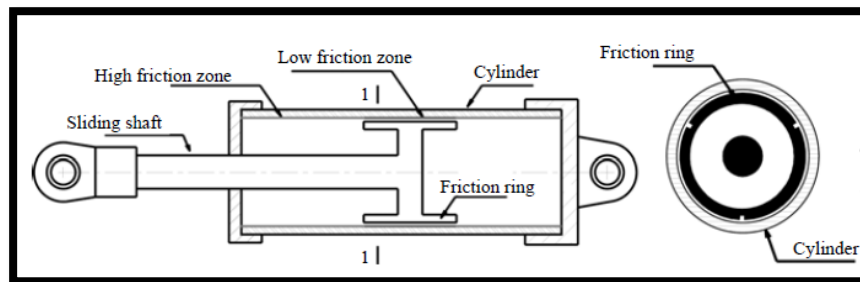


Fig.51 Configuración del EDR de Zhou y Peng.

Una vez introducido el conjunto eje anillo dentro del cilindro, el esfuerzo se tendrá en las superficies de contacto. La resistencia friccional se presenta cuando el eje se desliza a lo largo de la superficie del cilindro, de esta manera el anillo y el cilindro se encuentran en un estado de auto-esfuerzo de tal forma que el resorte y las cuñas pueden ser removidos y la fuerza de precarga radial se utiliza para producir la fuerza normal necesaria a la superficie de fricción. Por otra parte en este nuevo modelo se tiene que el coeficiente de fricción dentro de la superficie interior del cilindro no es uniforme, ya que a la mitad del cilindro se considera como la zona de fricción baja y las demás partes se consideran como la zona de alta fricción. La longitud de la zona de baja fricción es normalmente igual o ligeramente más grande que el anillo. Teóricamente, la fricción fuerza producida es proporcional al desplazamiento del anillo de fricción el ciclo de histéresis formado es triangular (ver fig.52).

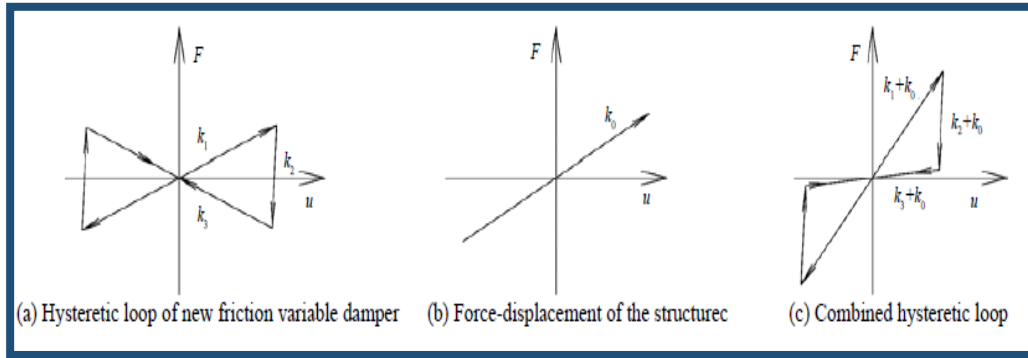


Fig.52 Ciclo de histéresis de nuevo amortiguador.

Para la investigación del desempeño histórico del amortiguador de fricción de Zhou se hicieron algunos análisis por elemento finito.

Los parámetros usados para el cilindro fueron: el espesor de la pared  $b_1$  8.5 mm, longitud 400 mm, y el radio interior 55 mm. Los parámetros del anillo de fricción son: el espesor de la pared  $b_0$  es igual a  $b_1$ , longitud 100 mm, y el radio externo 55.05 mm. El coeficiente fricción entre el anillo y la zona de baja fricción es de 0.05 y en la zona de alta fricción es 0.5.

Los parámetros de deslizamiento de la superficie de fricción son: la zona de baja fricción es localizada a la mitad del cilindro y la longitud es igual a la longitud del anillo de fricción, 100 mm. El resto de la longitud es considerada como la zona de alta fricción. El módulo de Young del material elástico isotrópico utilizado para el: cilindro, eje y el anillo de fricción es  $E = 2.1 \times 10^5$  MP y el coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ . En la figura 53 se muestra el ciclo de histéresis con una amplitud de desplazamiento de 120 mm y una fuerza de 321 kN.

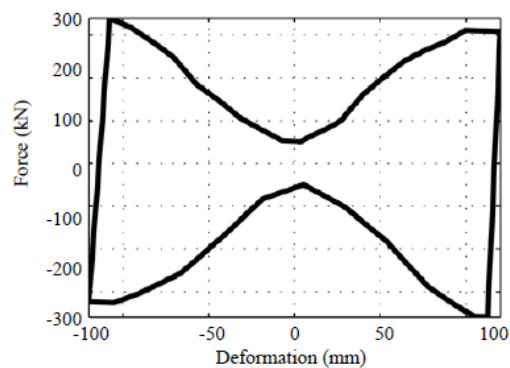


Fig. 53 Ciclo de histéresis

Se puede observar en la parte media de la figura que la fricción no llega a cero debido a la fricción que existe, entre el anillo y la zona de baja fricción.

El esfuerzo en el contorno, debido a la fricción cuando el eje y el anillo se desplazan 53 mm hacia la izquierda (cuando quedan 47 mm del anillo de fricción en contacto con la zona de baja fricción) se muestra en la figura 54. Se puede notar que el esfuerzo es más grande en la zona de alta fricción en comparación con la zona de baja fricción. Cuando el eje se sigue desplazando hacia la izquierda el esfuerzo se sigue incrementando debido a que entra la zona de alta fricción como se muestra en la figura 55.

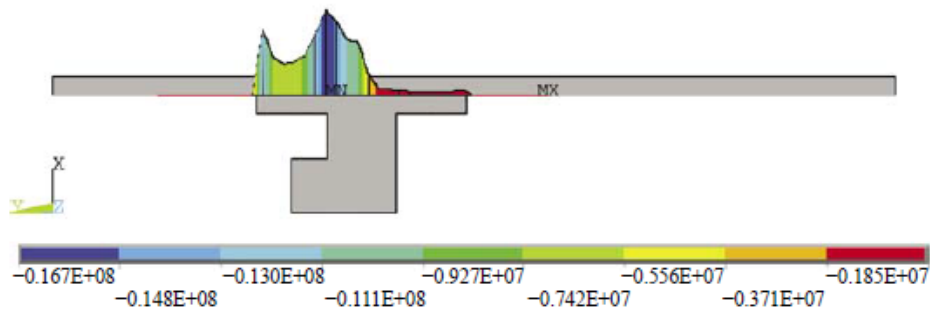


Fig.54 Análisis de esfuerzo entre zona de baja y alta fricción.

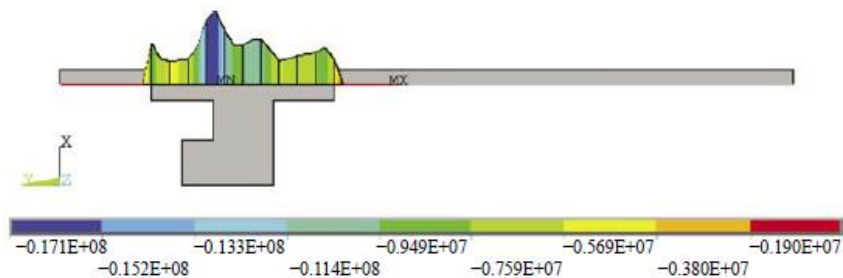


Fig.55 Análisis de esfuerzo de la zona de alta fricción.

Con el fin de ilustrar la eficacia de la amortiguador de zhou , una estructura típica que se encuentra en los Ángeles california proporcionada por programa IDARC[24], el peso total y las frecuencias más bajas de la estructura fue de 106,000 kN (23,348 kips),.33,1.06,1.97 respectivamente. Se montaron 32 amortiguadores (ver fig.56).y se tomaron como referencia cuatro eventos sísmicos.

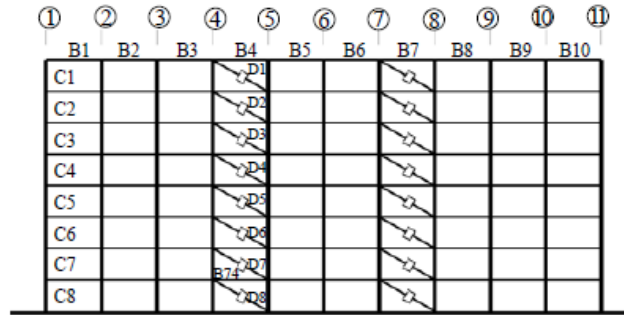


Fig.56 Estructura empleada para análisis.

Uno de los eventos sísmicos tomados como referencia fue the El Centro, California, during the Imperial Valley, California earthquake of May 18, 1940; donde a continuación se muestra el desplazamiento relativo en el nivel más alto de la estructura con el amortiguador montado y sin amortiguador (ver figura 57).

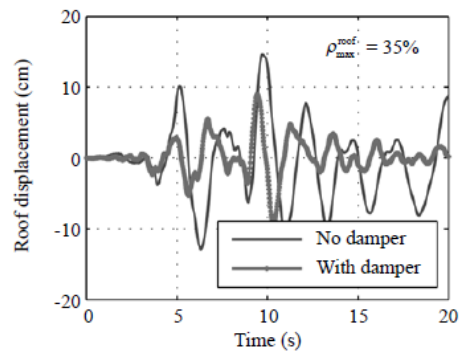


Fig.57 Desplazamiento relativo del nivel más alto de la estructura, con amortiguador y sin amortiguador.

El ciclo de histéresis formado durante la simulación de este evento sísmico, específicamente en el amortiguador uno (nivel más alto) y ocho (nivel más bajo), se puede observar en la figura 58.

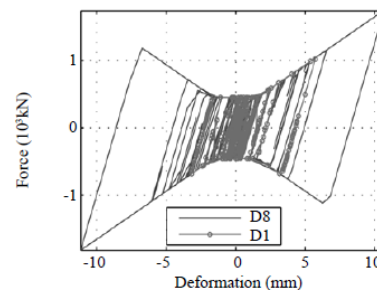


Fig.58 Ciclo de histéresis formado por movimiento sísmico, california 1940.

#### Observaciones:

Este amortiguador fue modelado por elemento finito, sin embargo, puesto que no se realizaron pruebas experimentales, el modelo numérico no fue validado.

Este amortiguador es ensamblado con un ajuste de interferencia de 0.05 mm, sin embargo cualquier variación dentro de las tolerancias manejadas en la fabricación afecta directamente a la eficiencia del amortiguador.

El autor señala dos zonas de fricción con diferentes coeficientes de fricción dados en la pared interior del cilindro externo, las cuales no se especifican si son de diferentes materiales o condiciones superficiales distintas. Cualquiera de las dos opciones mencionadas puede resultar difíciles de maquinar.

En este caso no hay forma de compensar los efectos del desgaste, por lo que el amortiguador al presentar una baja en su eficiencia requeriría un reemplazo de las piezas o en un caso extremo el reemplazo del dispositivo por completo.

#### 8.4 Amortiguador VDF.

El amortiguador pasivo variable de fricción [24] fue desarrollado en Japón para mejorar el comportamiento en estructuras durante eventos sísmicos largos que pudieran ocurrir en un futuro no muy lejano. El VDF está diseñado para disminuir la fuerza de fricción cuando el desplazamiento excede un valor predeterminado (ver fig.59), en comparación con los amortiguadores convencionales de fricción (Sano et al. 2003) Las pruebas de cargas dinámicas se llevaron a cabo en un marco de acero a gran escala con el fin de comprobar el rendimiento del amortiguador propuesto.

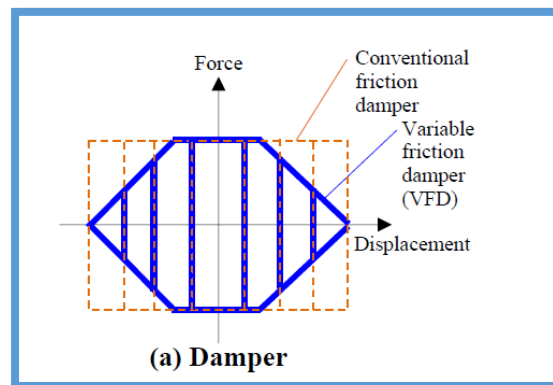


Fig.59 Diagrama conceptual de relaciones fuerza-desplazamiento. Azul: VDF, naranja: amortiguador de fricción convencional.

En la figura 60 se puede apreciar el funcionamiento del VDF en (a) se tiene al amortiguador en un estado neutral donde se puede observar que se tiene una altura máxima esto genera que el resorte de discos tenga una precarga, debido a esta altura máxima y a la precarga se tiene una mayor fricción, en (b) se puede notar que hay una carga aplicada lo cual hace



girar a los rodamientos y se genera un desplazamiento entre las placas, esto provoca una reducción de altura, en consecuencia a esa reducción la carga normal dada por el resorte de discos, disminuye junto con la fricción de los materiales. Debido a lo anterior se puede deducir por que obtiene el ciclo de histéresis mostrado en la fig.58

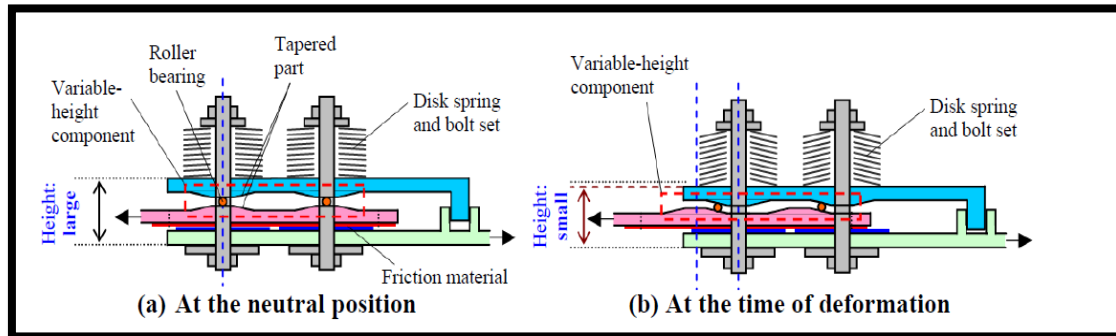


Fig.60 Mecanismo de funcionamiento VDF.

Observaciones:

El maquinado de las placas podría elevar el costo debido a las ondulaciones que se presentan sobre la superficie, puesto que se requiere de máquinas de mucha precisión.

La transmisión de la carga normal a través del rodamiento no permite aprovechar por completo el área de contacto entre los elementos friccionantes.

El amortiguador está diseñado para producir un decremento de la fuerza friccional cuando el desplazamiento exceda un valor predeterminado. En esta parte se realiza un hincapié puesto que en máquinas o estructuras lo que importa es disipar más energía en cuanto los desplazamientos sean más grandes mitigando así las vibraciones causadas ante una excitación de entrada.

Se observa que en este dispositivo está compuesto por diversos elementos lo cual hace que el producto terminado pueda ser costoso.

### 8.5 Amortiguador VRF.

Los amortiguadores de fricción tienen una dependencia baja de la temperatura o de la frecuencia y tienen un comportamiento de histéresis estable ante las cargas repetidas. Esta es la razón por la que es ampliamente utilizado. En los diseños de amortiguadores variables de fricción, la rigidez inicial y la resistencia al deslizamiento puede ajustarse fácilmente usando una tensión inicial y una superficie de fricción. Además, el amortiguador de fricción tiene relativamente un simple mecanismo de disipación de energía y es fácil de fabricar e instalar.

El amortiguador VRF(variable resistance friction) [25] fue desarrollado para reaccionar eficazmente ante las vibraciones producidos por los terremotos (ver fig.61), los componentes utilizados fueron dos perfiles en forma de T (SS400), uno superior y uno inferior, cuatro placas laterales (SS400) y cuatro tornillos. Entre los perfiles T y los tramos adicionales se encuentran cuatro placas de aluminio abrasivo (A2017P), tanto en las placas de aluminio como en los tramos adicionales se utilizó un tratamiento superficial para que la rugosidad fuera de 50  $\mu\text{m}$  o más, todo esto con el fin de garantizar una fricción alta. Las placas superiores de aluminio abrasivo fueron preparadas para tener una resistencia baja  $t=5\text{mm}$  y las placas inferiores  $t=2\text{mm}$  para tener una alta resistencia. En el perfil T superior se realizaron dos ranuras con un ancho de 22 mm y 62 mm de largo y en el perfil T bajo dos ranuras con 23 mm de ancho y 93 mm de largo, para permitir una deformación máxima de  $\pm 20\text{mm}$  para la parte de baja resistencia y 35mm para la parte de alta resistencia, con el fin de crear distintas resistencias de deslizamiento los dos tornillos que se encuentran en el perfil superior T se introdujeron con un apriete de 30 kN(parte de baja resistencia) y para los dos tornillos inferiores 80 kN (parte de alta resistencia). Los tornillos fueron apretados con una llave de torsión a temperatura ambiente.

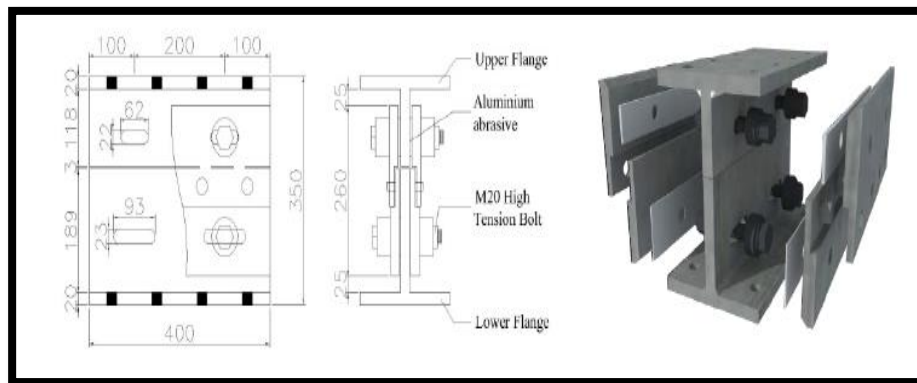


Fig.61 detalles del amortiguador VRF.

El modelo planteado para el desarrollo del VRF se puede observar en la fig.62(a) donde se puede observar a  $k_1$  y  $k_2$  los cuales representan la rigidez en la zona de baja y alta resistencia creado por las diferentes precargas en los tornillos así como las placas de aluminio abrasivo. En la figura 62 (b) se puede observar el ciclo de histéresis esperado por el prototipo VRF, en las líneas punteadas se puede observar el comportamiento de baja y en la líneas continuas la combinación del comportamiento de baja y de alta resistencia.

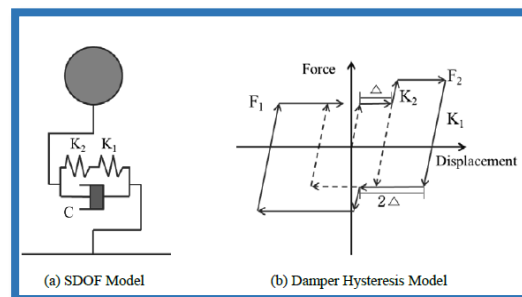


Fig.62 Donde a) Modelo de VRF y b)ciclo de histéresis esperado.

Con el fin de investigar los comportamientos dinámicos y el desempeño de la propuesta del amortiguador de Fricción de Resistencia variable (VRF), se instalaron dos amortiguadores VRF en el lado izquierdo y el lado derecho de una estructura de acero (ver fig. 63). La estructura sirvió para resistir las cargas verticales y el amortiguador para resistir las cargas horizontales. se colocó una carga total de 176.4 kN sobre la estructura. Los materiales usados en la estructura son de acero SS400 y se detallan en la tabla 3.

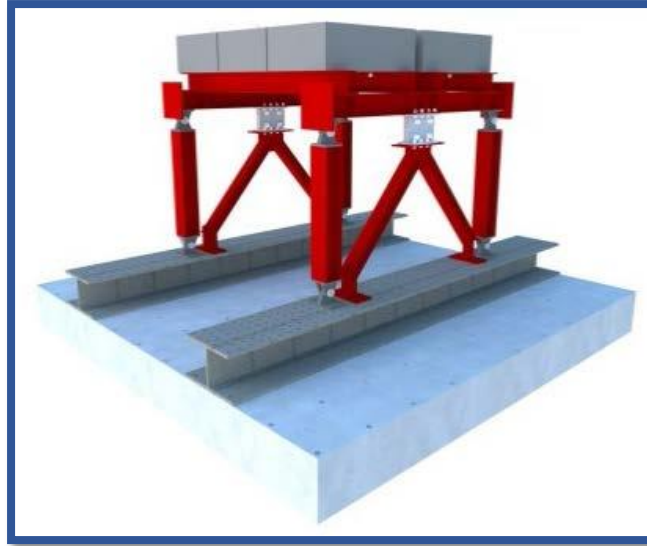


Fig.63 amortiguadores VRF montados en estructura.

Tabla 2. Descripción de materiales usados en estructura: columna, viga, tirante[25].

Member	Material	Size
Column	SS400	H200 x 200 x 8 x 12
Beam		H200 x 200 x 8 x 12
Brace		2-∟ 125 x 65 x 6 x 8

Se realizaron diversas pruebas (ver tabla 3) donde se simularon dos eventos sísmicos ocurridos para probar el comportamiento del VRF montado sobre la estructura. Los movimientos sísmicos se muestran en la figura 64.

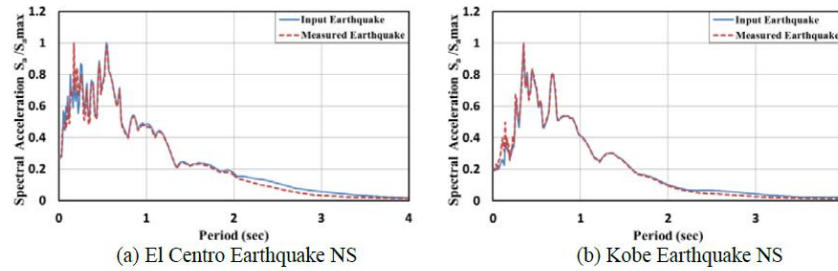


Fig. 64 eventos sísmicos.

Tabla 3 pruebas realizadas[25].

Test Names	E.Q. Wave	Scale (%)	PGA (g)	Remarks
EI-60	El Centro NS	60	0.15	Installation of Initial Tension
EI-100		100	0.25	Reinstallation of Tension
EI-180		180	0.45	Reinstallation of Tension
EI-300		300	0.75	Reinstallation of Tension
Ko-60	JMA Kobe NS	60	0.48	Replacement of Aluminum Abrasive
Ko-100		100	0.801	Reinstallation of Tension

A continuación se mencionan algunas de las respuestas de aceleración para las pruebas mencionadas en la tabla 3

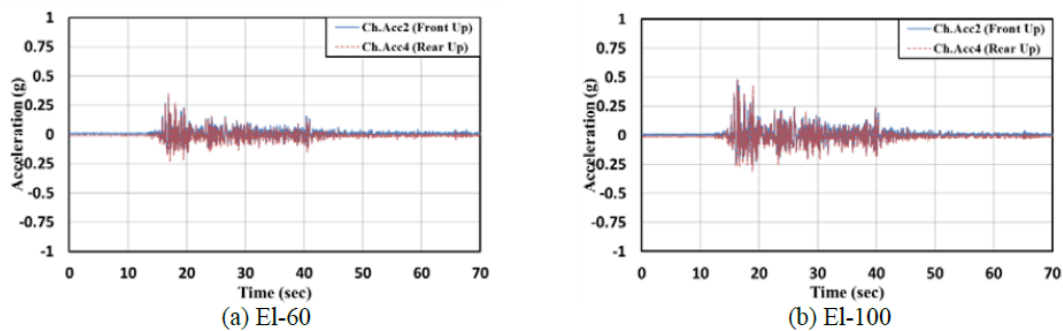


Fig.65 aceleraciones de pruebas EI-60 y EI-100.

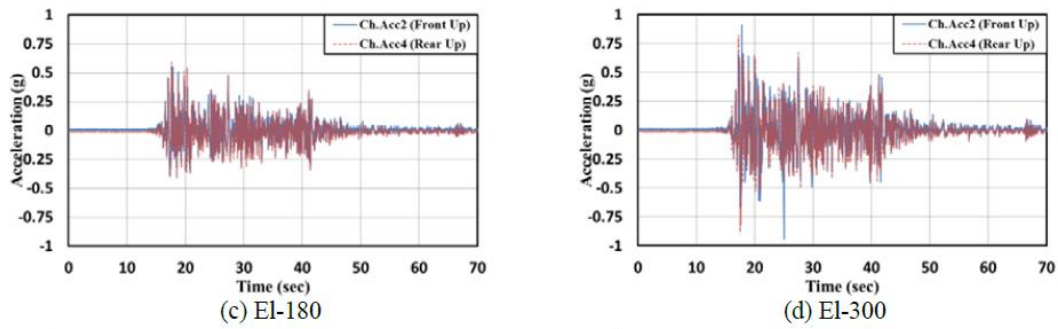


Fig.66 aceleraciones de pruebas EI-180 y EI-300.

Los ciclos de histéresis obtenidos de las pruebas realizadas se muestran en la figura 67 y 68.

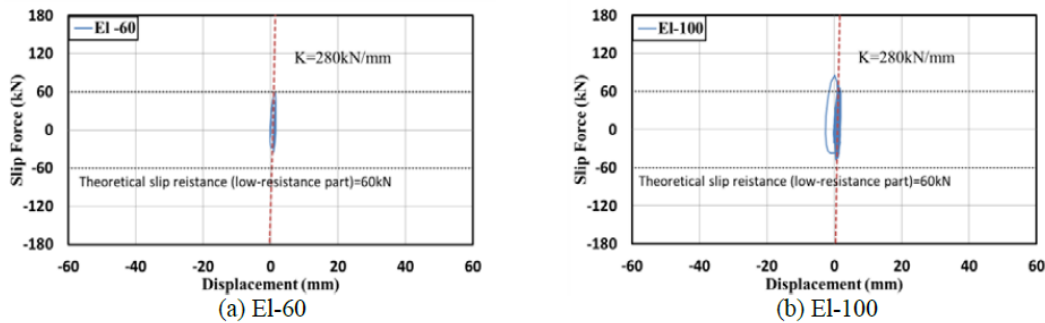


Fig.67 prueba EI-60 y EI-100.

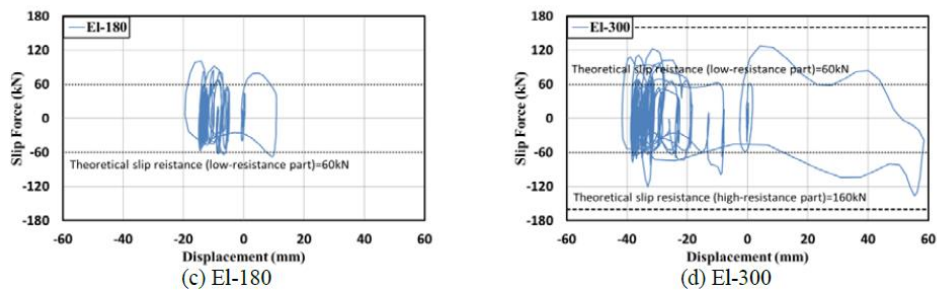


Fig.68 prueba EI-180 y EI-300.

Observaciones:

El amortiguador como tal no es gradual si no que es bifásico puesto que consta de dos zonas de fricción

Cuando se realiza el cambio de una zona a otra el amortiguador deja de haber disipación de energía y solo aporta rigidez.

No se elaboró ningún modelo matemático o numérico que describiera el comportamiento del amortiguador. Los autores propusieron un ciclo de histéresis describiendo el comportamiento esperado. El ciclo de histéresis obtenido de manera experimental no es compatible con el ciclo de histéresis planteado.

### 8.6 Amortiguador de elemento secuencial fricción-resorte

Las leyes de la fricción usualmente son usadas en la dinámica, estas leyes fueron formuladas por Amontons y Coulomb y puede entenderse como el resultado macroscópico de los procesos microscópicos, básicamente estas leyes son:

- La fuerza de fricción es proporcional a la carga normal.
- La fuerza de fricción es independiente del área aparente de contacto entre superficies deslizantes.

El coeficiente de fricción estática  $\mu_s$  es mayor que el coeficiente dinámico de fricción  $\mu_k$ . Un efecto adicional que por lo general tiene que ser tomado en cuenta es la fuerte dependencia de la fuerza de fricción sobre la velocidad tangencial relativa (efecto stibek). En términos generales, cuando el coeficiente de fricción es independiente de la magnitud de la velocidad de deslizamiento, la fuerza de fricción habitualmente tiene el efecto de retardo, sobre el movimiento que se mantiene por una fuerza externa. En este caso, la fuerza de fricción se alterna entre valores positivos y negativos dependiendo del sentido de la velocidad deslizamiento. En estas condiciones, la fuerza de fricción tiene el efecto de amortiguación positiva que se asocia con la energía de disipación. La situación es diferente cuando el coeficiente de fricción cinética depende fuertemente de la velocidad de deslizamiento y posee una pendiente negativa con respecto a la velocidad, en este caso la fricción da lugar a la amortiguación negativa. Es decir, que la fuerza de fricción entre superficies de deslizamiento es mayor para las velocidades relativas pequeñas, comparado con el valor de esta para las velocidades más grandes.

Las grandes vibraciones son no deseadas en el campo de la ingeniería, ya que estas perturban al sistema, causando ruido y deterioro, por ese motivo se aplica una gran cantidad de esfuerzos para disminuirlas. Sin embargo, la completa eliminación de vibraciones es imposible desde el punto de vista técnico. Suele ser suficiente limitar las amplitudes de vibración para obtener un nivel aceptable para que las condiciones de operación específicas se lleven a cabo. Hay varios dispositivos y enfoques utilizados para



limitar las amplitudes de vibración. Los amortiguadores dinámicos y los elementos visco elásticos son los más usados, Sin embargo los elementos viscosos son a veces difíciles de usar. Es el caso por ejemplo en los embragues de automóviles y frenos debido a las altas temperaturas que pueden alcanzar 600 grados centígrados en los embragues y 1000 grados centígrados en los frenos. Por lo tanto los amortiguadores de fricción seca se utilizan en estas aplicaciones. Una de las posibilidades para limitar las amplitudes de vibración y tener un nivel aceptable es usando [26] el amortiguador de elemento secuencial de fricción-resorte (ver fig.69).

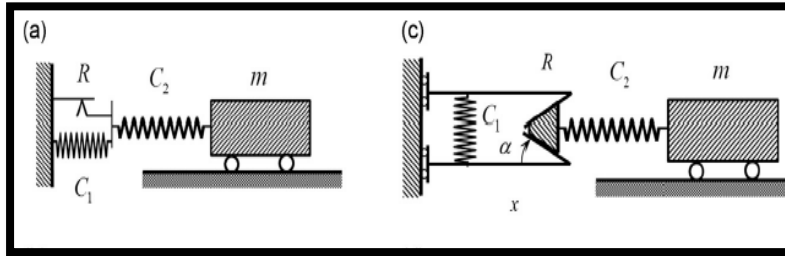


Fig.69 amortiguador de elemento secuencial fricción-resorte, donde a) conexión paralela simple, c) cuña deslizante.

En la figura 69 a, se ve un sistema de una conexión paralela simple de un resorte adicional  $C_1$  con un elemento de fricción  $R_1$  que es conectado secuencialmente con el resorte principal. En la figura 69 c el sistema consiste en una cuña deslizante la cual esta sujeta, el ciclo de histéresis formado por este sistema se muestra en la figura 70. La ventaja del sistema mostrado en la figura 69 c es que la energía disipada en un sistema de este tipo es proporcional al cuadrado de la amplitud de las oscilaciones (mientras que en el sistema mostrado en la fig.69 a la energía disipada es linealmente proporcional a la amplitud de las vibraciones)

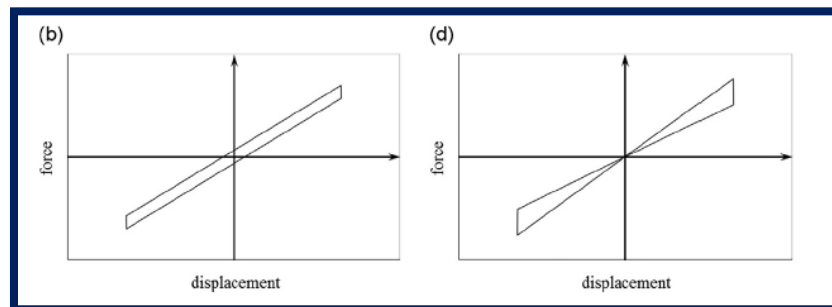

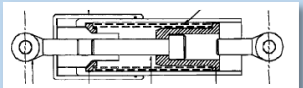
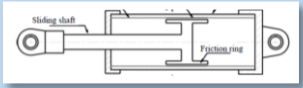
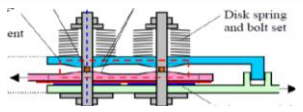



Fig.70 ciclo de histéresis


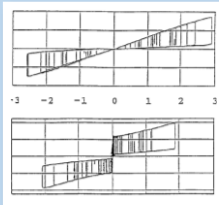
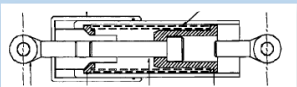
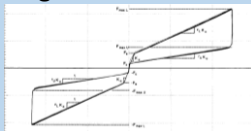
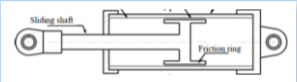
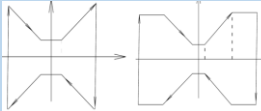
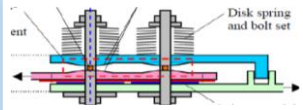
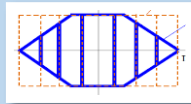

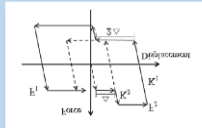
A continuación se presenta una tabla comparativa de amortiguadores graduales por fricción con la finalidad de sintetizar la información para lograr un buen manejo de la misma.

Tabla 4 Comparación de amortiguadores graduales por fricción.

<i>Amortiguador gradual</i>	<b>Características del amortiguador</b>						
	<i>Capacidad de fuerza</i>	<i>Desplazamiento máximo</i>	<i>Material</i>	<i>Tipo de precarga</i>	<i>Restitución</i>	<i>Mecanismo variable</i>	<i>Tipo de contacto</i>
Amortiguador EDR 1993 	N/E	N/E	Bronce(cuñas de fricción), cilindro(acero),eje(acero)	Tornillo	Si	Cuñas-resorte	Cilíndrico interior
Amortiguador Shapia 2000 	200kN	50mm	N/E	Tornillo	Si	Aros elásticos	Cilíndrico interior
Amortiguador de Xiyuan 2009 	N/E	N/E	Acero(cilindro ,eje y anillo de fricción, E=210 GPa), acero Q345(Zona de baja y alta fricción)	Ajuste a presión	No	Condiciones superficiales diferentes	Cilíndrico interior
Amortiguador VDF 2012 	N/E	N/E	Acero estructural ss400(prfiles T,placas laterales),aluminio abrasivo A2017P(elemento de fricción)	Tornillo	No	Elemento de geometría variable	Plano
Amortiguador VRF 2012 	N/E	N/E	N/E	Tornillo	No	Dos niveles de precarga	Plano



### Datos de formación del ciclo de histéresis

Amortiguador gradual	Fuerza aplicada (experimental-FEA)	Desplazamiento alcanzado	Frecuencia sometida	Tipo de ciclo de histéresis
<p>Amortiguador EDR 1993</p> 	335-555-890-1335N	N/E	2.6 ,10.9 , 24.5 Hz	 <p>Triangular-doble bandera</p>
<p>Amortiguador Shapia 2000</p> 	110KN-EXP.	25 mm Exp.	0.05, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0 Hz	 <p>Doble bandera</p>
<p>Amortiguador de Xiyuan 2009</p> 	321kN-FEA	120 mm FEA	N/E	 <p>Triangular-mariposa-doble plataforma horizontal.</p>
<p>Amortiguador VDF 2012</p> 	N/E	10-40 mm Exp.	0.01, 0.23, 0.58 Hz	 <p>Hexagonal</p>
<p>Amortiguador VRF 2012</p> 	N/E	N/E	10 Hz	 <p>Bifásico</p>



## 8. Conclusiones del estado del arte.

La diferencia entre los tipos de contacto (puntual, lineal planar) radica en el tamaño del área de contacto y la forma en que se distribuyen los esfuerzos generados.

Dentro del ciclo de histéresis se pueden encontrar parámetros importantes como lo es la energía disipada y la rigidez de contacto tangencial. La energía disipada debido al rozamiento es la transformación de la energía útil en calor, deformación o sonido. La rigidez de contacto tangencial es la resistencia que ofrecen dos cuerpos en contacto a la deformación.

Los amortiguadores de fricción comparada con otros tipos de amortiguadores tienen las siguientes ventajas: pocos elementos, gran capacidad de energía por ciclo, insensibles a la temperatura del ambiente. El mayor problema de estos amortiguadores radica en el desgaste debido al rozamiento entre las superficies en contacto.

Los amortiguadores graduales por fricción tienen la característica de disipar energía ante desplazamientos cortos y fuerzas pequeñas, así como disipar energía en desplazamientos largos y fuerzas grandes sin realizar cambios bruscos. Esta forma gradual puede obtenerse a través de la geometría del elemento en contacto o por un elemento de restitución.

El maquinado, las tolerancias y los ajustes influyen directamente en el desgaste, puesto que a maquinados, tolerancias y ajustes deficientes, el desgaste podría producirse de una forma rápida. Debido al maquinado y ajustes muy precisos que se requieren el costo de fabricación de estos amortiguadores podría incrementarse.



## 9. Propuesta del prototipo de amortiguador.

Después de haber realizado el estudio, de los diferentes amortiguadores graduales de fricción presentados anteriormente, se procedió a realizar primeramente el funcionamiento que presentara el amortiguador gradual de fricción para posteriormente crear la estructura y así dar paso a un dispositivo de amortiguador gradual de fricción.

En el efecto (ver fig.70) que presentara el dispositivo se contemplan los siguientes elementos (1) barra de fricción, (2) vástago, (3) elemento de restitución.(4) probetas de contacto.

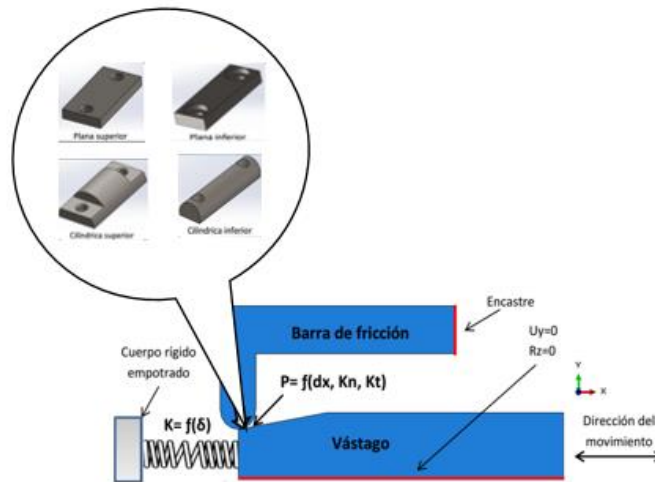


Fig.71 esquema del efecto del prototipo de amortiguador gradual por fricción.

Alcances y limitaciones del prototipo de amortiguador.

De acuerdo a los instrumentos que se tienen dentro del laboratorio la fuerza de excitación de entrada será provisto por un shaker (modelo v-400.) El shaker tiene una capacidad de proveer 90 N como máximo de los cuales solo se utilizaran 50 N. para proteger al equipo .El desplazamiento del vástago será monitoreado por el sensor Eddy current (desplazometro), el cual tiene la capacidad de 2 mm. de los cuales se utilizara 1.5 mm para la protección de dicho sensor.

## 10. Aproximación analítica del amortiguador.

Tomando en consideración las limitantes de la instrumentación del laboratorio, se establece que el desplazamiento máximo del vástago debe ser de 1.5 mm para lo cual se requerirá una fuerza máxima de 50 N. Con base en lo anterior se estima la longitud de la viga, considerando solera comercial de 1/2 x 1/8 acero A-36, un coeficiente de fricción estático de 0.7. Adicionalmente se estima la rigidez del resorte de restitución. Finalmente se estima la presión máxima de contacto considerando contacto Hertziano (sin fricción), como una aproximación de los esfuerzos desarrollados en la zona de contacto realizando un análisis estático del prototipo de amortiguador con las condiciones mencionadas anteriormente (ver fig.72)

El caso de estudio aquí presente sirve para validar modelos discretos que permitan un mejor estudio de estos elementos. Este procedimiento fue programado en matlab para establecer la relación de las variables con mayor rapidez.

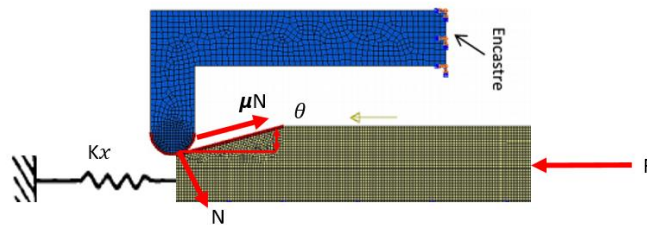


Fig.72 Análisis estático

Sumatoria de fuerzas en el eje x.

$$\sum F_x = Kx + \mu N \cos(16) + N \sin(16) - 50 = 0 \dots \dots \dots (48)$$

Sustituyendo valores conocidos en (1)

$$\sum F_x = 1.5 \times 10^{-3} K + 0.9485N - 50 = 0 \dots \dots \dots (49)$$

Si suponemos que para halla restitución se debe cumplir que:

$$Kx + N \sin 16 = \mu N \cos 16 \dots \dots \dots (50)$$

$$Kx = \mu N \cos 16 - N \sin 16$$

$$1.5 \times 10^{-3} K = 0.397246N$$

$$K = 264.831N \dots \dots \dots (51)$$

Sustituyendo (4) en (2) para hallar el valor de N.

$$1.5 \times 10^{-3} (264.831N) + 0.9485N - 50 = 0 \dots \dots \dots (52)$$

$$0.397246N + 0.9485N = 50$$

$$1.3457N = 50$$

$$N = 37.1536 \text{ N}$$

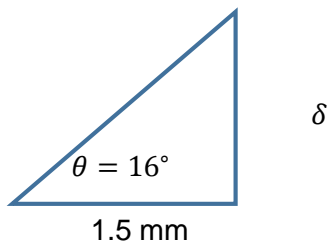
Sustituyendo el valor de N en (4) para obtener a K.

$$K = 9839.56 \text{ N/m.}$$

La componente normal de la viga es:

$$P = N \cos(16) = 35.7143 \text{ N}$$

La deformación ( $\delta$ ) vertical en la viga es:



$$\delta = 1.5 \tan 16 = 4.301 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I = \left( \frac{bh^3}{12} \right) = 3.37132 \times 10^{-11} \text{ m}^4$$

La rigidez de la viga es:

$$K = \left( \frac{3EI}{l^3} \right)$$

Haciendo  $P = K \delta$

$$35.7143 = \left( \frac{3(200 \times 10^9)(3.37132 \times 10^{-11})(4.301 \times 10^{-4})}{l^3} \right)$$

$$l = 0.062454 \text{ m}$$

Estimación del semiancho de contacto  $b$  tomando en consideración que la viga y el vástago son de acero.

El módulo de poisson es:

$$\nu = \left( \frac{E}{2 \cdot G} \right) - 1 = \left( \frac{200 \times 10^9}{2 \cdot 72.2 \times 10^9} \right) - 1$$

$$\nu = 0.3$$

El modulo equivalente es:

$$E = \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} = \left( \frac{1-(0.3)^2}{200 \times 10^9} + \frac{1-(0.3)^2}{200 \times 10^9} \right)^{-1}$$

$$E^* = 1.09890 \times 10^{11}$$

Carga por unidad de longitud

$$P(x) = \left( \frac{37.1536}{.0127} \right) = 2925.48 \text{ N/m}$$

Semiancho de contacto.

$$a = \left( \frac{4PR}{\pi E^*} \right)^{1/2} = \left( \frac{4(2925.48)(6.35 \times 10^{-3})}{\pi(1.09890 \times 10^{11})} \right)^{1/2}$$

$$a = 1.4671 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Presión máxima en el contacto

$$P_0 = \left( \frac{PE^*}{\pi R} \right)^{1/2} = \left( \frac{(2925.48)(1.09890 \times 10^{11})}{\pi(6.35 \times 10^{-3})} \right)^{1/2}$$

$$P_0 = 126.9450 \text{ MPa.}$$



Programación matlab

```
function img_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
a=imread('amortiguador.PNG');
image(a)
axis off
```

---

#### SOLICITUD DE DATOS AL USUARIO

---

```
t=input('Introduce el espesor de la viga(mm), t=');
a=input('introduce en ancho de la viga(mm), a=');
l=((a*t^3)/12)/(1000^4);
teta=input('introduce el ángulo de inclinación del elemento movil, teta=');
x1=input('introducir el desplazamiento máximo del vástago (mm), x1=');
df=(tan(teta*pi/180)*x1)/1000;
f1=input('Fuerza de excitación máxima deseada(N), f1=');
m=input('coeficiente de fricción, m=');
N=f1/(2*m*(cos(teta*pi/180)));
```

---

#### CALCULO DE LA CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL RESORTE

---

```
display('CONSTANTE DE RIGIDEZ DEL RESORTE')
kr=((m*(cos(teta*pi/180))-(sin(teta*pi/180)))/(x1/1000))*N
display('CARGA NORMAL DE LA VIGA')
P=N*cos(teta*pi/180)
e=input('modulo de young de la viga, e=');
```

---

#### CALCULO DE LA LONGITUD REQUERIDA DE LA VIGA

---

```
display('LONGITUD REQUERIDA DE LA VIGA EN m')
l=((3*e*I*df)/P)^(1/3)
L=input('introduce la longitud del pin(mm),L=');
PI=N/(L/1000);
R=input('introduce el radio del pin,R=');
MEP=input('introduce el módulo elastico de la placa,MEP=');
MEPIN=input('introduce el modulo elástico del pin,MEPIN=');
VP=input('introduce el coeficiente de poisson de la placa,VP=');
VPIN=input('introduce el coeficiente de poisson del pin,VPIN=');
MEQ=((((1-(VP^2))/MEP)+((1-(VPIN^2))/MEPIN))^-1);
```

---

#### CALCULO DEL SEMIANCHO DE CONTACTO

---

```
display('semiancho de contacto')
b=sqrt((4*PI*(R/1000))/(pi*MEQ))
```

---

#### CALCULO DE LA PRESION MÁXIMA DE CONTACTO

---

```
display('Presión máxima en el contacto')
Po=sqrt((PI*MEQ)/(pi*(R/1000)))
end
```



## 11. Modelo numérico

Se elaboró un análisis numérico del principio de funcionamiento del amortiguador por fricción con la ayuda del software denominado Abaqus. El modelo numérico fue desarrollado con base en las geometrías y características de los materiales considerados en el modelo analítico, esto es: contacto acero-acero con un coeficiente de fricción estático de 0.7, longitud de la viga de carga de 62 mm con una sección transversal de 1/2 x 1/8. La rigidez del resorte de restitución, calculada analíticamente, es de 9.84 KN/m.

El objetivo del estudio numérico es comprobar que para los cálculos realizados analíticamente, el vástago sea restituido y se desarrolle una fuerza máxima de 50 N. Adicionalmente, se hace un estudio de la influencia de la rigidez del resorte en la restitución del sistema. El modelo numérico se presenta en la figura 73.

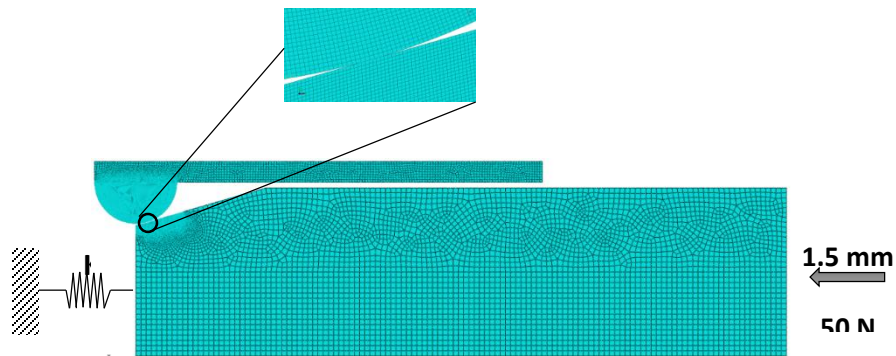


Fig. 73 Prototipo de amortiguador.

### Resultados del análisis estático.

En la figura 74 se puede observar los resultados numéricos obtenidos de la simulación mientras que la tabla 5 muestra una comparación de los resultados numéricos con los obtenidos analíticamente. Se puede notar que la diferencia relativa entre los resultados es menor al 7% por lo que se considera que el modelo numérico es válido para analizar el sistema. Con la finalidad de lograr una visualización de la influencia de la rigidez del resorte en los parámetros importantes del funcionamiento del amortiguador, en las figuras 75-78 se muestran los resultados en la respuesta del desplazamiento del vástago, fuerza normal en la zona de contacto, fuerza de fricción y fuerza de reacción en el vástago.



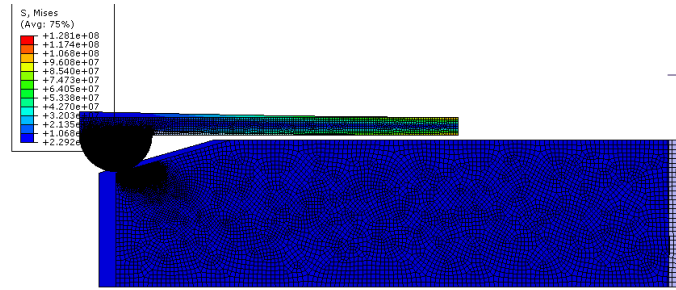


Fig. 74 Análisis modelo numérico.

Tabla 5.comparación de resultados obtenidos solución analítica y modelo numérico

Parámetro	Analítico	Numérico	Diferencia relativa
Fuerza máxima requerida.	50 N	51.13 N	2.26%
Desplazamiento normal de la viga.	0.430 mm	0.4254mm	1.06%
Fuerza normal en la zona de contacto.	37.15 N	38.78 N	4.3%
Fuerza de fricción en la zona de contacto.	26.005 N	27.14 N	4.3%
Presión en la zona de contacto.	126.9 MPa	118 MPa	7%

### Análisis estático

- **Desplazamiento horizontal del vástago.**

En la figura 75 se tiene una comparación de las gráficas del desplazamiento obtenidas para diferentes rigideces del resorte. Es importante recalcar que los resultados muestran que para una rigidez del resorte 10% menor a la calculada, no existe restitución en el sistema mientras que para la rigidez calculada y rigideces mayores, el sistema se restablece a su posición original al desaparecer la excitación.

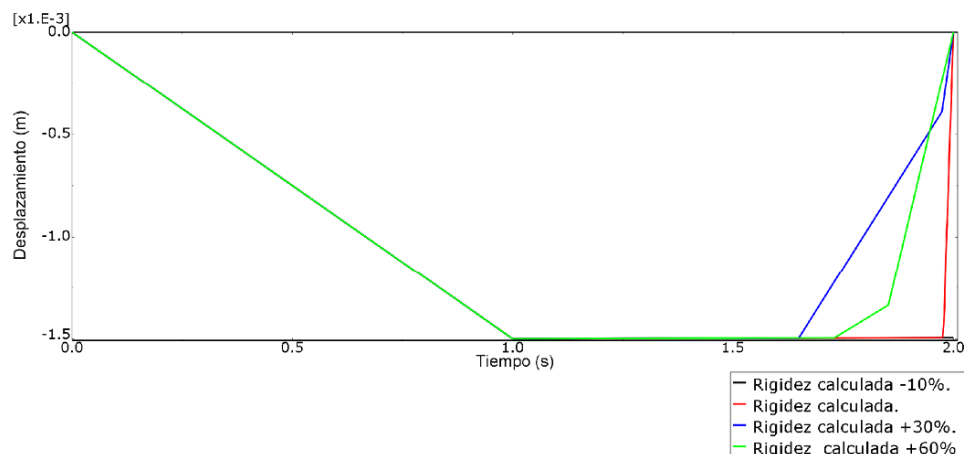


Fig.75 Desplazamiento de vástago para diferentes rigideces de elemento de restitución.

- **Fuerza normal en la zona de contacto.**

En la figura 76 se puede observar que al aumentar la rigidez del resorte, la fuerza normal en la zona de contacto decae más rápidamente al desaparecer la fuerza de excitación.

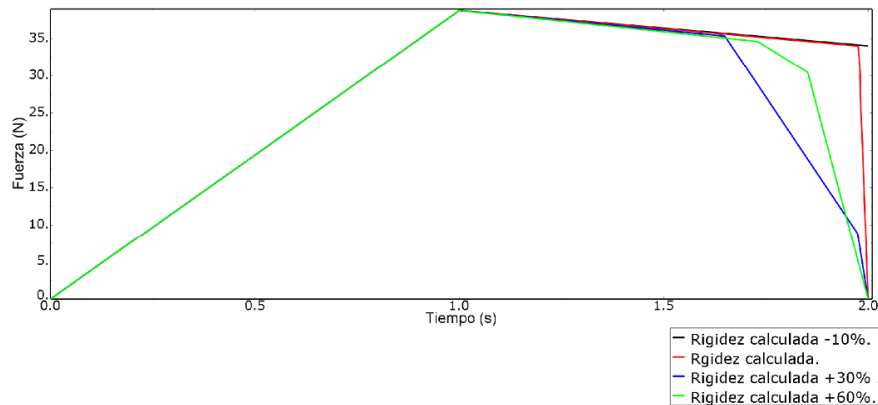


Fig.76 Fuerza normal en la zona de contacto para diferentes rigideces de elemento de restitución.

- **Fuerza de fricción en la zona de contacto.**

La figura 77 muestra que al aumentar la rigidez del resorte, la fuerza de fricción no llega a cero al desaparecer la excitación sino que cambia de dirección en diferentes ocasiones, lo cual hace pensar que pueden existir impactos en el sistema por lo cual se requiere de un análisis dinámico

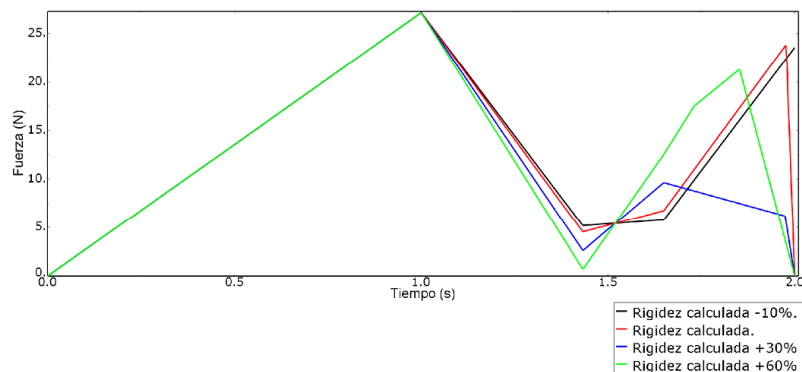


Fig.77 Fuerza de fricción en la zona de contacto para diferentes rigideces.

- **Fuerza de reacción en el vástago.**

Una de las alteraciones más importantes es que al aumentar la rigidez del resorte, se aumenta la rigidez del sistema en general. Esto puede verse en la figura 78, donde se

observa que al aumentar la rigidez del resorte, se necesita una fuerza mayor para mover el vástago los 1.5 mm requeridos.

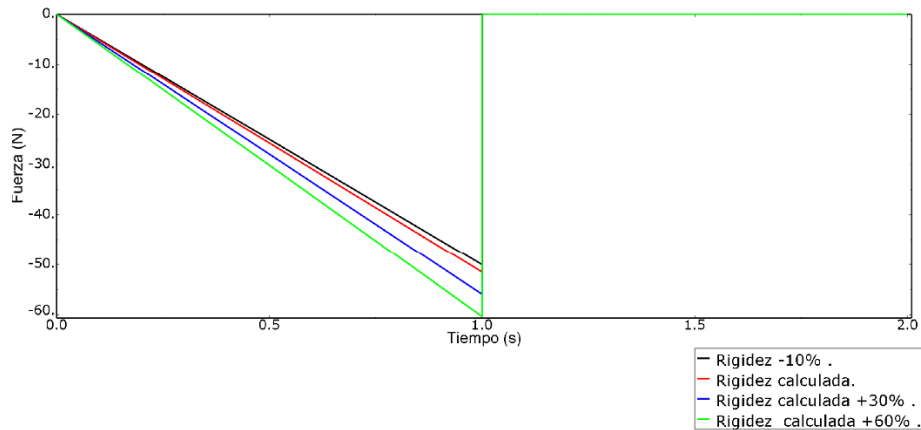


Fig. 78 fuerza en el vástago par diferentes rigideces del elemento de restitución.

## ANÁLISIS DINÁMICO.

- **Desplazamiento horizontal del vástago.**

En el análisis dinámico se puede observar de mejor manera lo acontecido en el sistema al variar la rigidez del resorte de restitución. En la figura 79 se puede notar que al aumentar la rigidez del resorte, el vástago es restituido más rápidamente después de retirar la excitación. En un caso contrario, al usar un resorte con una rigidez 10% menor a la calculada analíticamente, el sistema se queda atorado.



Fig. 79 Desplazamiento en el vástago para diferentes rigideces del elemento de restitución.

- **Fuerza normal en la zona de contacto.**

Como se había esperado en el análisis estático, las oscilaciones producidas por la fuerte restitución del sistema al aumentar la rigidez del resorte, producen impactos en la zona de contacto. Esto puede verse en la figura 80 donde los pulsos representan estos impactos, cada vez mayores al aumentar la rigidez del resorte de restitución.

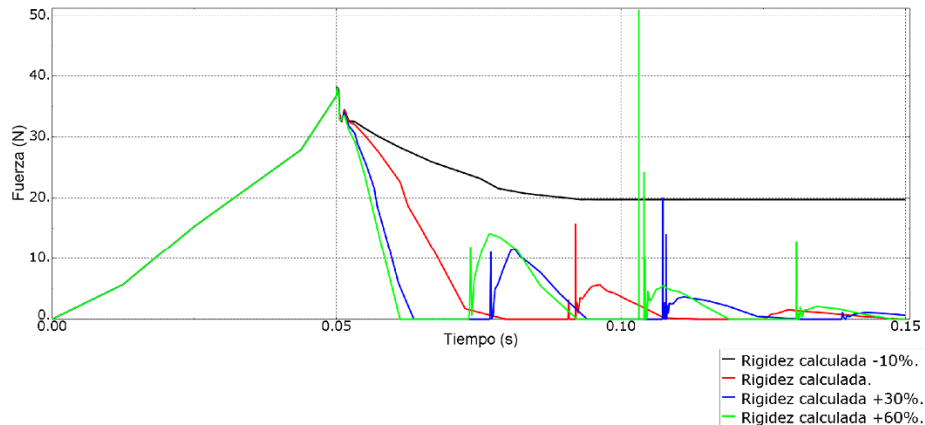


Fig. 80 Fuerza normal en la zona de contacto para diferentes rigideces del elemento de restitución.

- **Fuerza de fricción en la zona de contacto.**

De la misma manera, la fuerza de fricción muestra que al incrementar la rigidez del resorte de restitución y después de retirar la carga, se generan múltiples impactos en la zona de contacto. Esto puede verse en la figura 81 como pulsos, siendo los pulsos de mayor magnitud correspondientes a los resultados obtenidos con la mayor rigidez utilizada para el resorte.

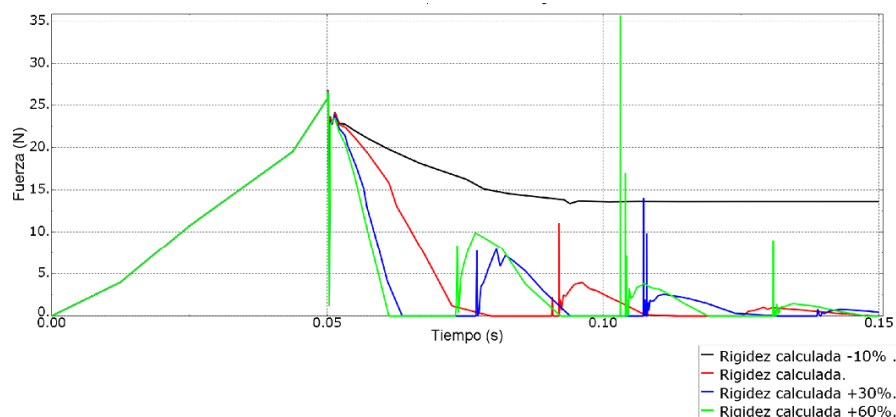


Fig. 81 fuerza de fricción en la zona de contacto para diferentes rigideces del elemento de restitución.

- **Fuerza de reacción en el vástago.**

Finalmente, al igual que en el análisis estático, se encontró que al aumentar la rigidez del resorte se incrementa la rigidez global del sistema por lo que se requiere mayor fuerza para desplazar el vástago 1.5 mm (ver figura 82).

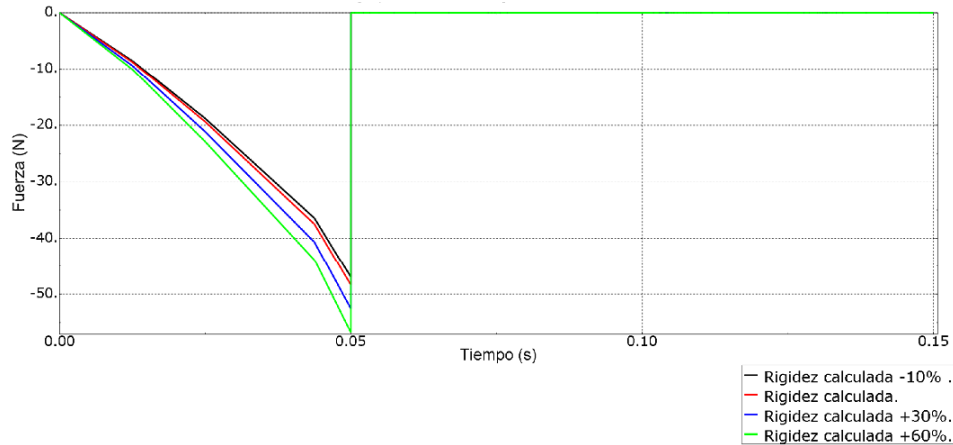


Fig. 82 Fuerza en el vástago para diferentes rigideces del elemento de restitución.

### ANÁLISIS DE LA RIGIDEZ DEL ELEMENTO DE CONTACTO.

Para ver de qué manera influye la rigidez tangencial y normal del vástago al incremento de la altura en el elemento de contacto mostrado en la fig.83 se hace el estudio en el desplazamiento del vástago, la fuerza normal en la zona de contacto, la fuerza de fricción y los resultados obtenidos son los siguientes:

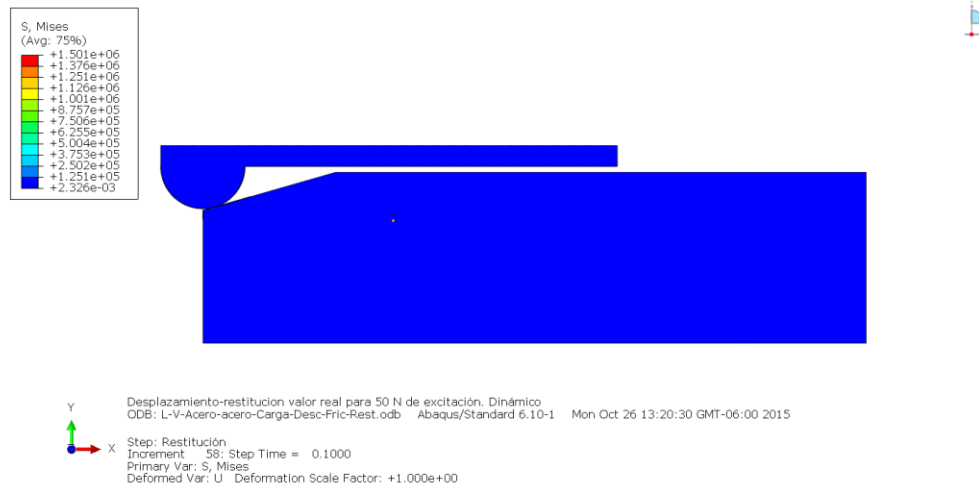


Fig.83 Modelo inicial.

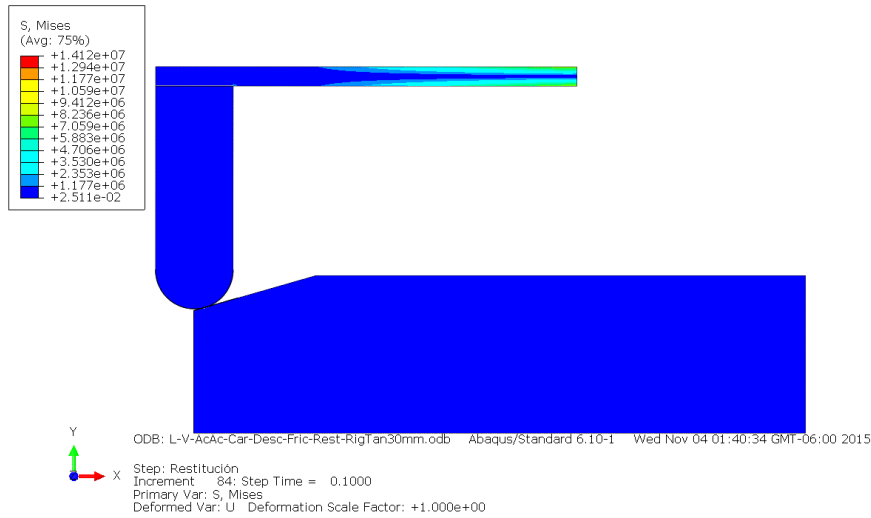


Fig. 84 Análisis de cambio de rigidez debido a una mayor altura de elemento de contacto.

- **Desplazamiento del vástago.**

Los resultados para el desplazamiento del vástago no cambiaron de manera significativa (ver figura 85).

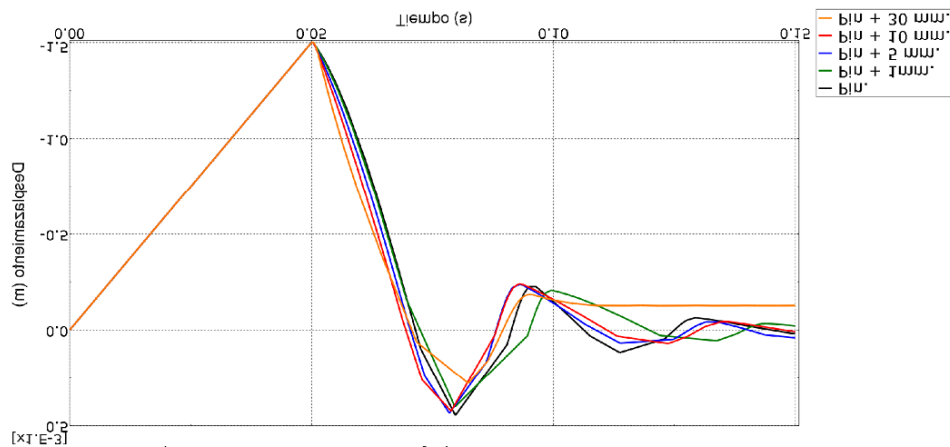


Fig. 85 desplazamiento horizontal del vástago para diferentes alturas del elemento de contacto.

### Fuerza normal en la zona de contacto.

Se encontró que al aumentar la longitud del elemento de contacto se disminuye la fuerza normal en la zona de contacto. Esto se debe a una disminución de la rigidez tangencial del elemento de contacto (ver figura 86).

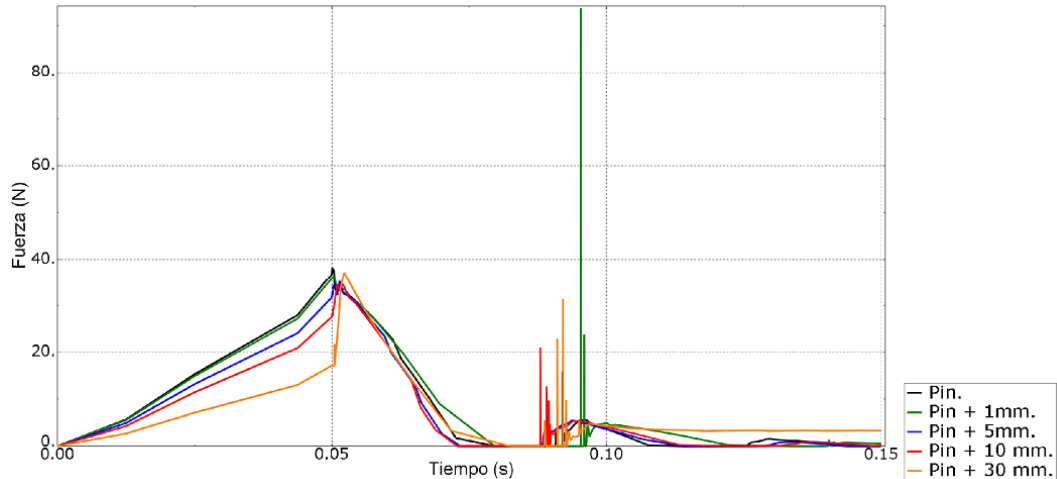


Fig.86 Fuerza normal en la zona de contacto para diferentes alturas del elemento de contacto.

### Fuerza de fricción en la zona de contacto.

En virtud de que la fuerza de fricción está relacionada con la fuerza normal en la zona de contacto. Se encontró, al igual que en la fuerza normal, que al incrementar la longitud del elemento superior de contacto se disminuye la fuerza de fricción. Esto debido a un decremento en la rigidez tangencial de dicho elemento (ver figura 87).

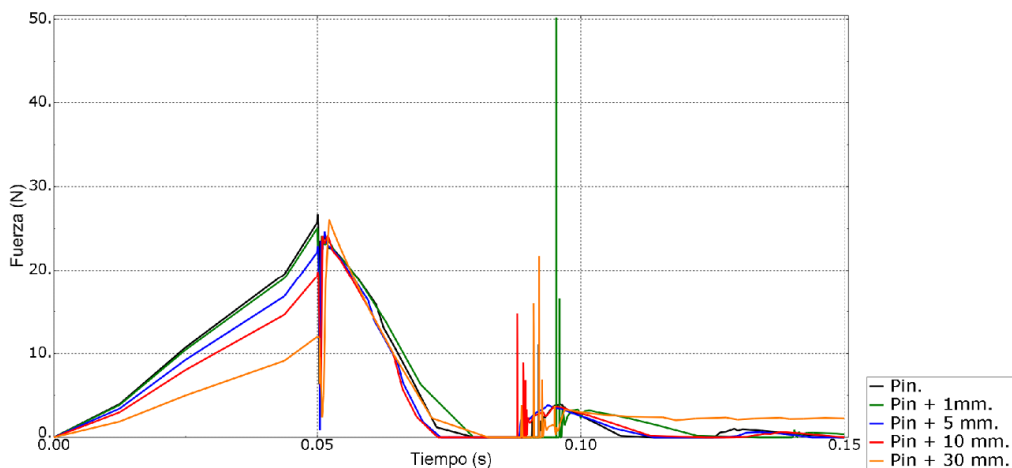


Fig.87 Fuerza de fricción en la zona de contacto para diferentes alturas del elemento de contacto.

### Fuerza de reacción en el vástago.

Se observó que al aumentar la longitud del elemento de contacto superior, disminuye la rigidez global del sistema por lo que se necesita una menor fuerza para desplazar el vástago 1.5 mm (ver figura 88).

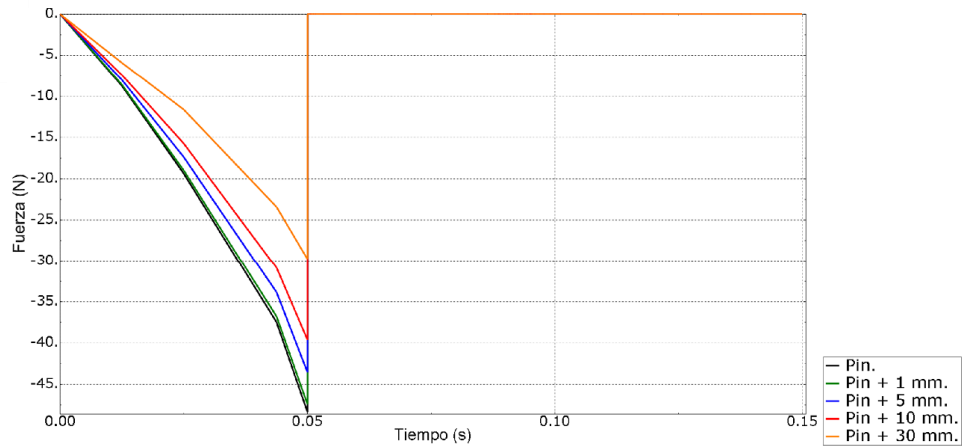


Fig. 88 fuerza de reacción en el vástago para diferentes alturas del elemento de contacto.

### Desplazamiento horizontal del pin.

Al verificar el desplazamiento horizontal en la zona de contacto del pin, se encontró un patrón muy similar al descrito en el desplazamiento del vástago (ver figura 88). Este dato en particular no se considera importante para analizar la rigidez del sistema, sin embargo su efecto se ve más claramente al analizar la fuerza de reacción en el vástago.

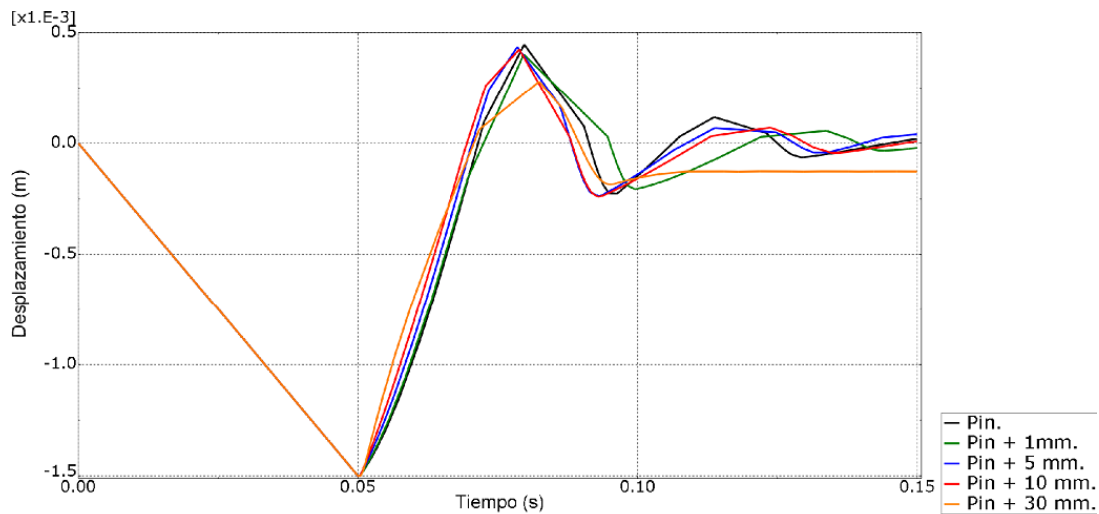


Fig.89 desplazamiento horizontal del vástago para diferentes alturas del elemento de contacto.



- **Desplazamiento vertical del pin.**

Al revisar los desplazamientos verticales del elemento del contacto superior se encontró que al incrementar su longitud se disminuye su desplazamiento máximo en el mismo sentido (ver figura 90)

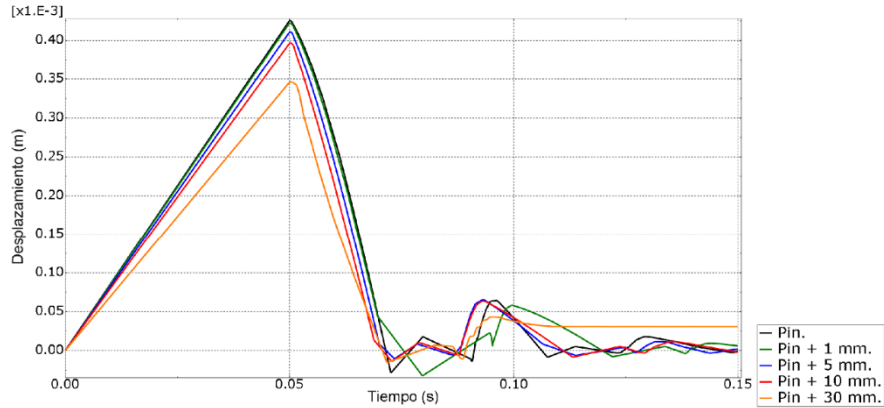


Fig.90 desplazamiento vertical del vástago para diferentes alturas del elemento de contacto.

- **Histéresis.**

Finalmente, al obtener el ciclo de histéresis se encontró que al incrementar la longitud del elemento de contacto superior, la disipación de energía por cada ciclo de carga y descarga disminuye considerablemente (ver figura 91).

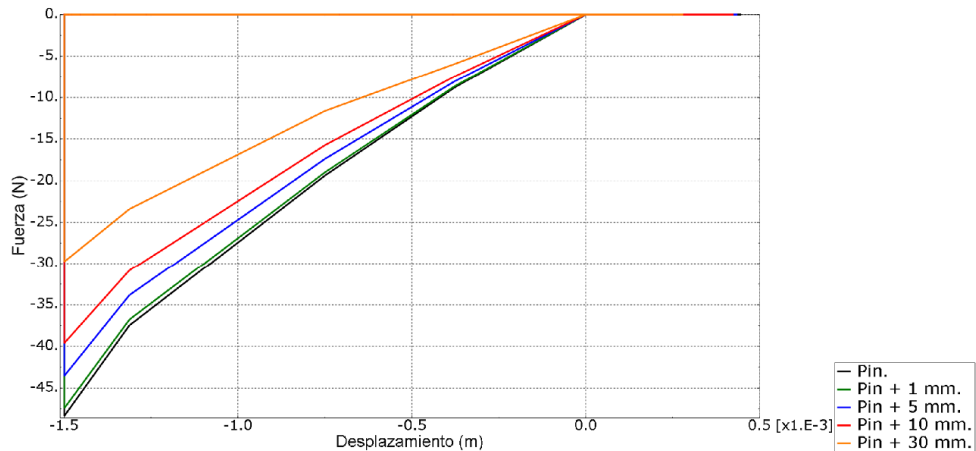


Fig.91 ciclo de histéresis para diferentes alturas del elemento de contacto.

## 12. Diseño del prototipo de amortiguador

Teniendo los cálculos para diferentes vigas se procedió a realizar el primer diseño de los componentes del prototipo de amortiguador [ver fig.92] en el software de diseño asistido por computadora denominado solidwork versión 2014.Los componentes son los siguientes:

- 1.-Vastago
- 2.-Base de la viga
- 3.-Viga
- 4.-Probetas de fricción
- 5.-Resorte
- 6.-Soporte del resorte
- 7.-Péndulo Charpy
- 8.-Base del sistema
- 9.-Guia lineal de doble efecto.
- 10.-Soporte de riel.

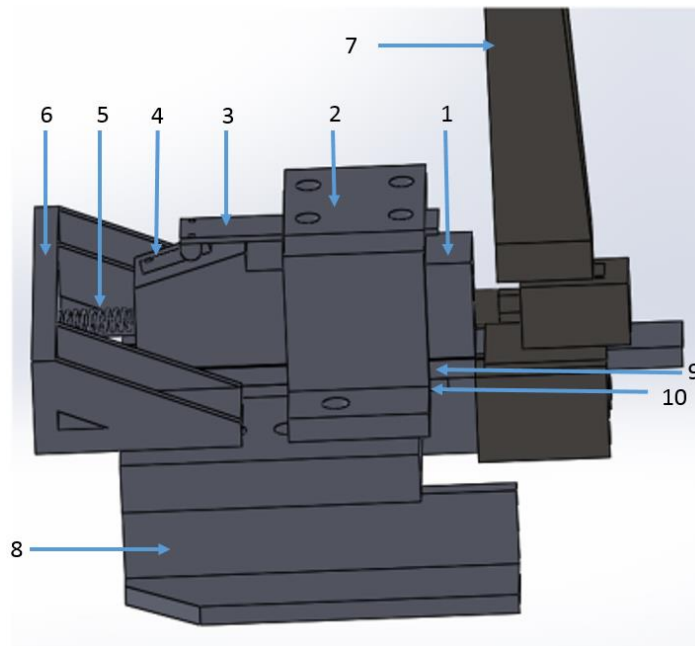


Fig.92 Diseño de prototipo de amortiguador.

Teniendo el primer diseño, se optó por realizar un rediseño en el vástago con el fin de poder intercambiar diferentes cuñas con diferentes cuatro diferentes ángulos,  $10^\circ$ ,  $12^\circ$ ,  $14^\circ$  y  $16^\circ$ . (Ver fig.93). El objetivo de tener diferentes ángulos es de comprobar en cuál de ellos se obtiene una mayor disipación de energía. El rango de los ángulos fue tomado del artículo de Zbigniew Skup [27].

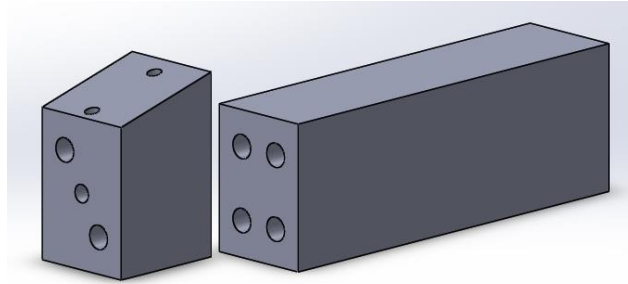


Fig.93 vástago desmontable.

En este rediseño se propuso poner dos pernos guías para tener ajustes precisos y evitar cambios bruscos en los ángulos así como las vibraciones posibles que pudieran originarse en las pruebas de impacto.

### 13. Construcción del prototipo de amortiguador.

Después de haber realizado el modelo por elemento finito se observó que las aproximaciones comparadas con la solución analítica eran cercanas, también se pudo apreciar que al someter al prototipo de amortiguador a una simulación de impacto el vástago se quedaba atorado porque la carga normal ejercida por la viga era demasiado alta. Por lo consiguiente se optó por utilizar un elemento de restitución en la solución analítica y en la simulación para hacer nuevos cálculos y saber qué valor tendría ese elemento de restitución. El valor necesario fue de  $9836.56 \text{ N/m}$ . Teniendo el valor necesario se sometieron a una prueba de compresión ocho resortes (ver fig. 94).



Fig. 94 Resortes sometidos a compresión para obtener su rigidez.

La caracterización de los resortes (ver fig. 96) en la máquina de tensión/compresión Shimadzu modelo AG-X plus de 5 kN a 100 kN (ver fig.95), que se encuentra en el laboratorio de diseño mecánico del centro de investigación y desarrollo tecnológico.



Fig.95 Máquina de tensión-compresión.



Fig. 96 Caracterización de resortes en máquina de tensión-compresión.

Después de realizar la caracterización de los ocho resortes se encontró un resorte con un valor aproximado pero no suficiente por lo cual se realizó una interpolación para obtener la longitud necesaria para un resorte de 10,000 N/m y el resultado fue un resorte con una longitud de 40mm ,2 mm de diámetro del alambre, diámetro exterior de 11.85 y un diámetro medio de 7.85 mm (ver fig.97).



Fig.97 Resorte seleccionado.

Después de realizar el elemento de restitución, se inició la primera fase de construcción (ver fig.98) con los materiales que se encontraban en el laboratorio, para constatar que las medidas realizadas en el diseño eran apropiadas. Para el vástago se utilizó madera con un sesgo de 16 grados, la base de la viga fue hecha de cuatro placas de  $3'' \times \frac{1}{4}''$  de pulgada con 4 barrenos de  $\frac{9}{16}''$  y 4 espárragos de  $\frac{9}{16}''$  para que permitiera un ajuste de altura y así poder ajustar el contacto entre las probetas (ver fig.99), la viga de aluminio tiene un espesor de  $\frac{3}{16}''$ , para lograr el contacto entre las probetas evitando el contacto entre la base de la viga y el cuerpo del vástago se utilizó un calce de acero de espesor de  $\frac{3}{16}''$ , debido a dicho calce anteriormente en el modelo numérico se realizó un estudio cambiando la altura del elemento de contacto.

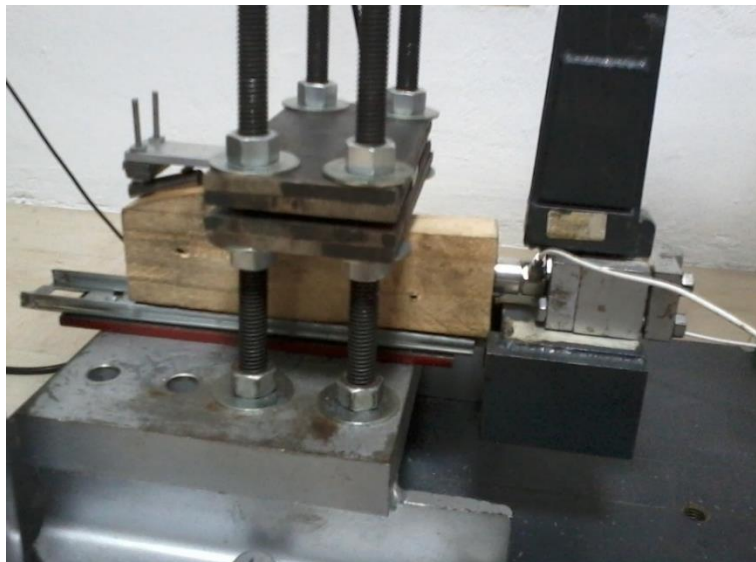


Fig. 98 Construcción de prototipo con materiales del laboratorio.



Fig. 99 Base de la viga.

El trabajo de maquinado se llevó acabo fuera de la institución debido a que se necesitaba de mucha precisión en los ángulos y ajustes de las piezas. Uno de los procesos de maquinado fue el desbaste de material (ver fig.100) para dejar los ángulos necesarios y las medidas requeridas por el diseño.



Fig.100 Desbaste de material para realizar los diferentes ángulos.

Otro procesos realizados fueron barrenado, machueleado y rimado (Ver fig.101), este último fue utilizado en los barrenos de los pernos guías para tener mayor precisión y poca tolerancia.



Fig.101 Barrenado, machueleado, rimado.

Se maquinaron cuatro cuñas de aluminio de  $10^\circ$ ,  $12^\circ$ ,  $14^\circ$  y  $16^\circ$ , se realizaron cuatro barrenos y un machueleado en la vista lateral izquierda, dos para permitir la entrada de tornillos de sujeción, dos para introducir los pernos guías y el machueleado para introducir un prisionero que sirva como guía del elemento de restitución, en la parte superior dos machueleados para unión de la probeta de fricción con la cuña, en la parte inferior un machueleado para la unión de cuña con la guía lineal (Ver fig.102).



Fig.102 Cuñas con diferentes ángulos.

El vástago (fig.103) tiene dos barrenos y dos machueleados en la lateral izquierda, dos barrenos para los pernos guías y dos para la unión de la cuña con el vástago mediante tornillos 5/16" rosca estándar. Tiene un machueleado de 3/16" rosca fina en la parte inferior para la unión vástago –guía lineal, y un machueleado de 6mm para la adaptación del shaker para futuras pruebas.

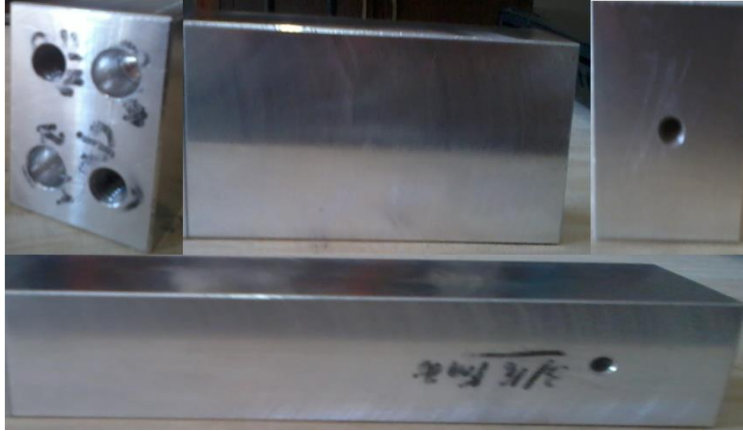


Fig.103 vástago.

Se realizó el maquinado de 3 vigas de diferente material con diferente espesor (acero con espesor de 1/8", aluminio con espesor de 1/8", aluminio con espesor de 3/16").dichas vigas fueron graduadas tomando como referencia la parte media de la probeta. La graduación fue en el rango de 50 a 60 mm. (ver fig.104)



Fig.104 vigas graduadas.

Las probetas son de acero A-36, la probeta superior tiene un radio de 1/4" con dos barrenos de 1/8" ,la inferior un radio de 3/16 con dos machueados de 3/16 rosca estándar, el calce para regular la altura esta hecho de acero con un espesor de 3/16" y tiene dos barrenos de 1/8 para los tornillos de sujeción(ver fig.105)





Fig. 105 probetas de fricción y calce.

#### 14. Experimentación con el prototipo de amortiguador.

La experimentación se llevó a cabo en el laboratorio de diseño mecánico del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico con la finalidad de comprobar que el prototipo de amortiguador propuesto es eficiente y cumple con el objetivo de disipar energía de forma gradual así como reducir el impacto en un tiempo considerable en comparación con otros amortiguadores que se estudiaron.

##### 14.1 Instrumentación.

Los instrumentos utilizados durante la experimentación fueron una fuente digital de voltaje BK PRECISION (ver fig.106), para alimentar al sensor de impacto con 4.5v de manera constante.



Fig.106 Fuente digital de voltaje.

Para la adquisición de datos se utilizó un procesador de la empresa comercial National Instruments modelo NI PXI-1031 (ver fig.107), con capacidad de toma de datos de 20,000 datos por segundo.



Fig.107 Procesador de datos.

Para acondicionar las señales se utilizó un acoplador KISTLER modelo 5134 (ver fig.108)



Fig.108 Acoplador de señales.

Se hizo uso de una computadora TEXA equipada con plataforma Lab VIEW para mantener el control de las pruebas.(ver fig.109).



Fig.109 computadora utilizada.

## 14.2 Sensores

Los sensores que se utilizaron fueron el sensor de cargas dinámicas KISTLER Modelo 9712A500 (ver fig.110) para medir la magnitud del impacto producido entre el péndulo y el prototipo de amortiguador gradual, para medir el desplazamiento angular del péndulo CHARPY se utilizó un sensor de efecto hall. (Ver fig.111).



Fig.110 Sensor de cargas dinámicas.



Fig.111 Sensor de efecto hall.

### 14.3 Metodología de la experimentación.

- Se energiza al sistema con sus respectivos voltajes.
- Se verifica en Labview los sensores aporten sus señales.
- Se pone en punto de reposo al péndulo para calibrar su señal.
- Se pone en el desplazamiento angular deseado para calibrar su señal en ese punto.
- Teniendo calibradas las señales se suelta el péndulo para generar el impacto
- Se registran los datos en archivos .txt para después graficarlos en matlab.

### 14.4 Resultados de la experimentación.

Para la experimentación se usó la cuña de 16 grados, una viga de aluminio de espesor de 1/8" con una longitud de 55 mm. Se realizaron las primeras pruebas teniendo desalineado la viga y el vástago los cuales portan a las probetas de fricción. En la prueba se dejó caer al péndulo con un desplazamiento angular de 15 grados y se observó que debido al desalineamiento que se tenía el prototipo de amortiguador se restituía automáticamente sin la necesidad de tener un resorte como elemento de restitución. Los resultados obtenidos se muestran a continuación. (Ver fig.112 y 113).

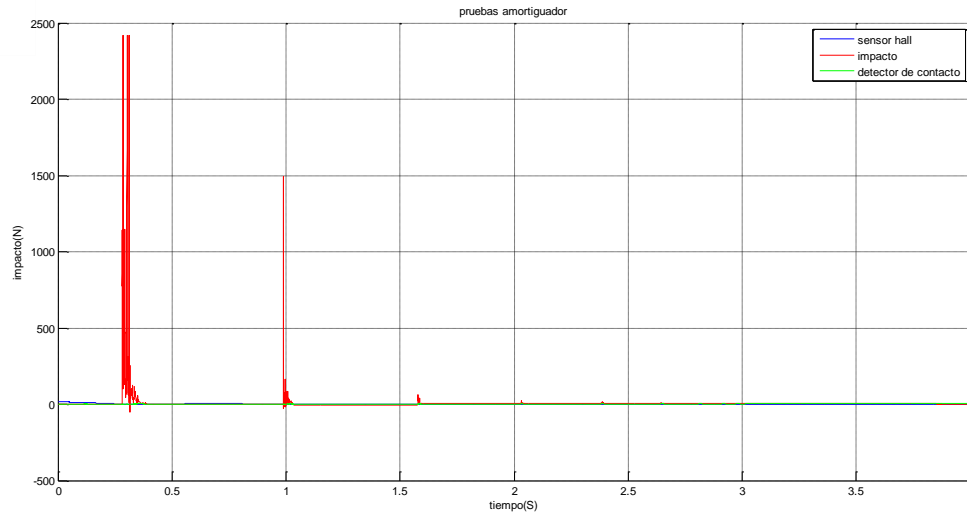


Fig.112 Magnitud del impacto de la primera prueba a 15 grados.

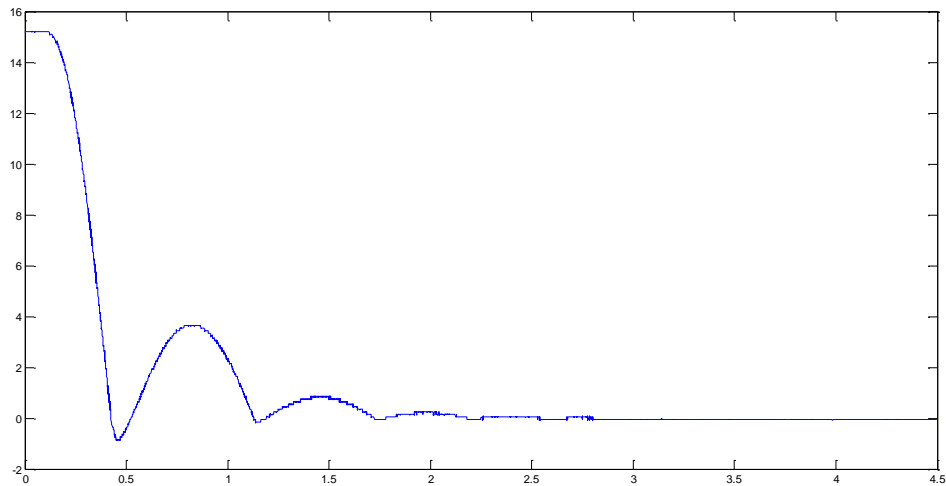


Fig. 113 desplazamiento angular del péndulo Charpy.

En una segunda prueba realizada teniendo al sistema desalineado se hizo el cambio del desplazamiento angular de 15 a 10 grados para ver si la magnitud del impacto disminuía los resultados son los siguientes (ver fig.114 y 115)

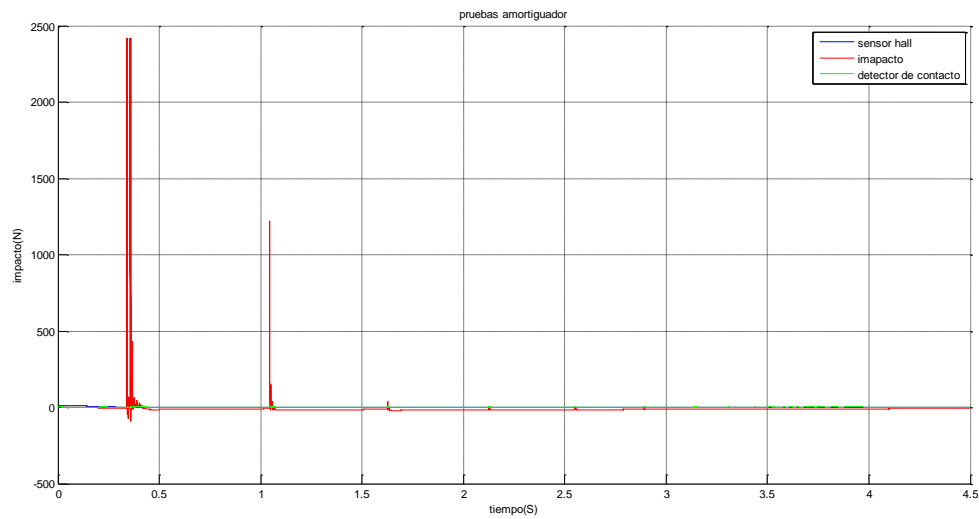


Fig.114 Magnitud del impacto de la segunda prueba a 10 grados.

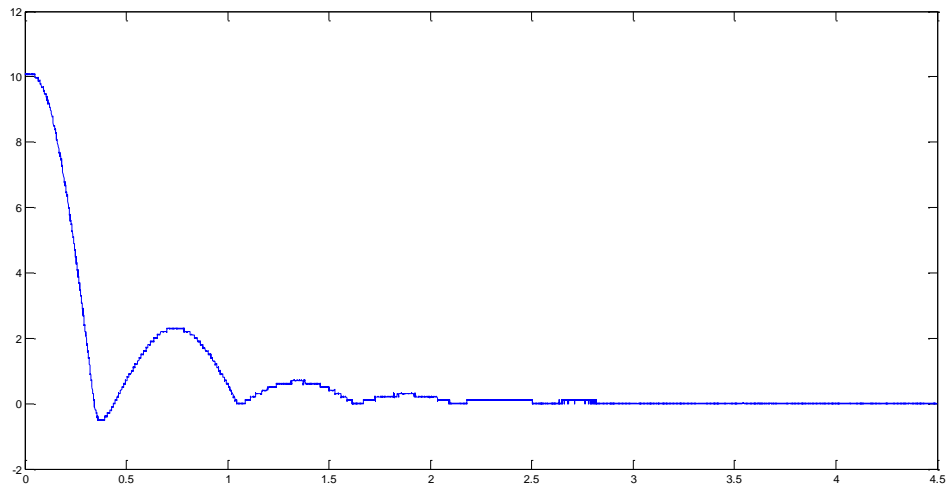


Fig.115 Desplazamiento angular de la segunda prueba.

Se realizó una tercera prueba teniendo nivelado y alineado al sistema. Durante esta prueba se observó que al tener alineado al sistema el amortiguador al recibir el impacto se quedaba atorado como sucedió en el modelo numérico en el cual la viga tenía una mayor rigidez por que el material era de acero y en este caso se utilizó una viga de aluminio, los resultados obtenidos se muestran a continuación. En la figura 116 se puede observar un solo impacto dado a que el amortiguador se quedó atorado.

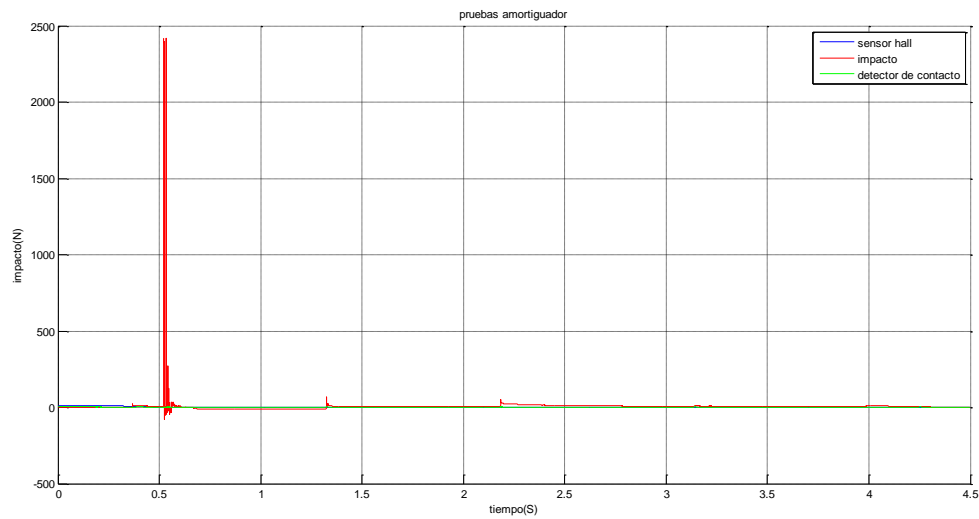


Fig.116 Magnitud del impacto de la tercera prueba a 10 grados.

En la figura 117 se puede apreciar que debido a que solo se tuvo un impacto debido que el amortiguador no provoco ninguna reacción al péndulo después del primer impacto, todas las señales posteriores se mantuvieron entre 0 y 2 grados.

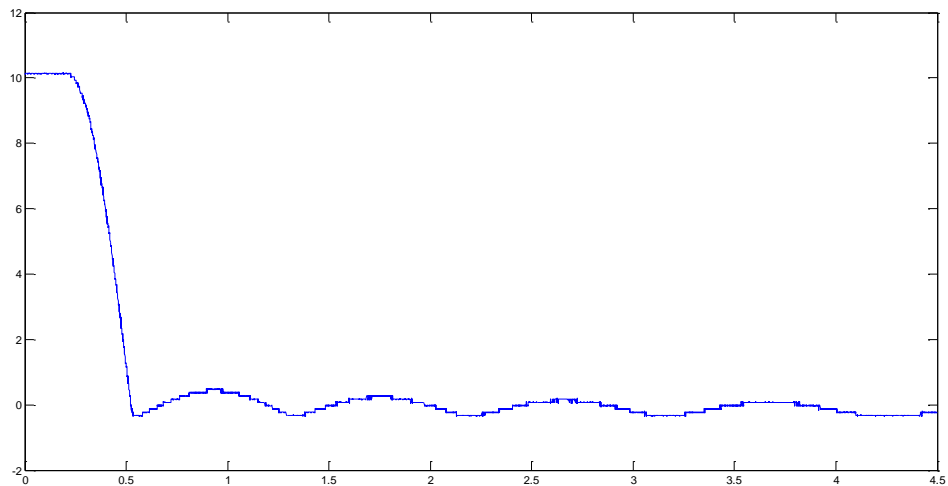


Fig.117 desplazamiento angular de la segunda prueba.

Como en la tercera prueba se observó que el amortiguador se quedó atorado se optó por añadirle el resorte seleccionado en las pruebas de caracterización de resortes, el cual

tiene una rigidez de 10.17 KN/m, la configuración del sistema quedo de la siguiente manera (ver fig.118).



Fig.118 configuración del sistema con elemento de restitución.

La última cuarta prueba se realizó teniendo alineado al sistema con un ángulo de 10 grados y los resultados se pueden ver a continuación en las figuras 119 y 120. En la figura 119 se puede observar que se tiene un segundo impacto con una magnitud de 2000 N aproximadamente debido a la influencia del resorte.

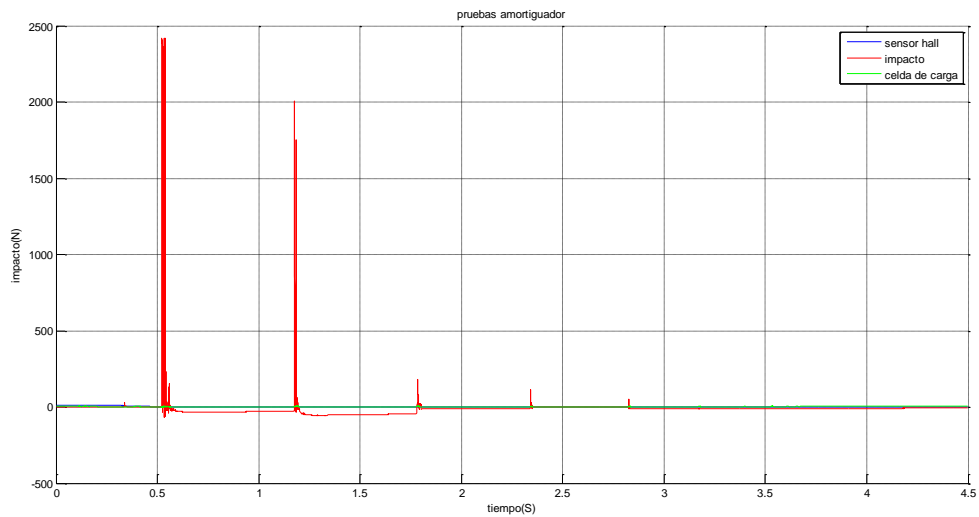


Fig. 119 Magnitud del impacto en cuarta prueba a 10 grados.



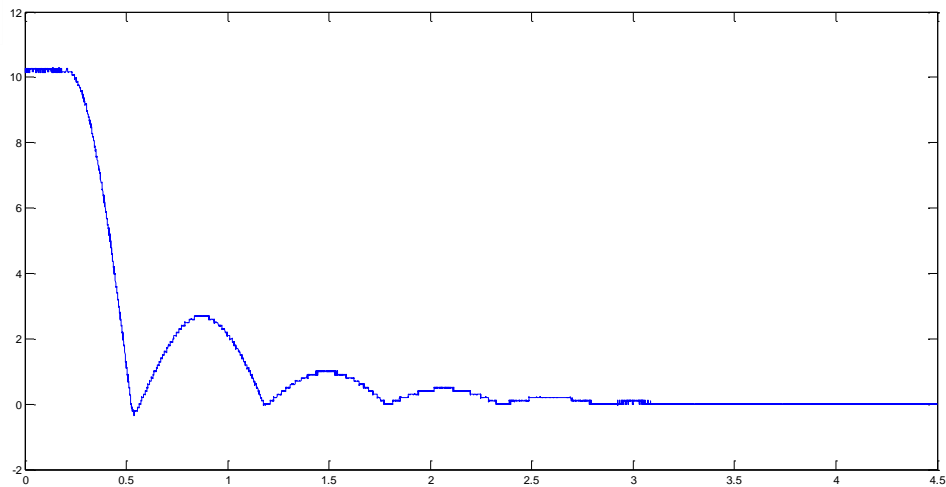


Fig.120 Desplazamiento angular de la cuarta prueba.

## 15. Conclusiones

Analizando los resultados de las cuatro pruebas experimentales se puede llegar a la conclusión de que el prototipo de amortiguador es eficaz en la disipación de energía durante impactos, debido a que en los caracteres de impacto se logra observar que se tiene 5 impactos aproximadamente lapso de 2.5 segundos. Haciendo una comparación con el amortiguador de impactos de elementos friccionantes [28] que se tiene realizado en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico el cual tiene 5 impactos con una duración de 2.5 segundos lo cual lo hace competente.

## 16. Recomendaciones

Se observó que el amortiguador tiene demasiada masa lo cual eleva la rigidez del sistema, se recomienda trabajar en un posible cambio de material o en un rediseño en el vástago.

## 17. Trabajos futuros.

En los trabajos futuros se puede realizar la experimentación con las diferentes vigas de distinto material que se tienen para ver cómo influye la rigidez normal y la rigidez tangencial, así como la experimentación con las diferentes cuñas que se tienen para ver si se puede encontrar algún ángulo de inclinación que haga restituir al sistema sin la necesidad de contar con algún resorte, otro trabajo a futuro es experimentar con una menor masa del vástago debido a un rediseño a cambio de material para observar cómo influye en la magnitud del impacto.

## 18. Referencias

- [1] K. L. Johnson, "contact mechanics", 1985.
- [2] Marcos Bedolla Hernandez "análisis numérico de uniones mecánicas tipo cónico sometidas a cargas y esfuerzos críticos", febrero 2001.
- [3] Rogelio Velázquez Contreras "análisis por elemento finito en uniones mecánicas", tesis CENIDET, mayo 2011.
- [4] Dawin Jiménez Vargas "análisis numérico de problemas de contacto tipo Hertziano y no Hertziano en uniones mecánicas", noviembre 2008.
- [5] Luis Alberto Morales Alias "Desarrollo del modelo numérico de un amortiguador con elementos deformables y su verificación con datos experimentales", tesis CENIDET, diciembre 2007.
- [6] N. Garza Montes de Oca, M.P. Guerrero Mata "análisis superficial de muestras laminadas de acero", SCIELO, marzo 2005.
- [7] V. L. Popov "Contact Mechanics and friction", Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010.
- [8] W.R. Chang, I. Etsion, D.B. Bogy, "An Elastic-plastic model for the contact of rough surfaces", ASME, Tribology, vol. 109/257, abril 1987.
- [9] Yongwu Zhao, David M. Maietta, L. Chang "An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow", ASME, 86/vol. 122, January 2000.
- [10] Mariusz Leus, Paweł Gutowski "analysis of longitudinal tangential contact vibration effect on friction force using Coulomb and Dahl models", Warsaw 2008.
- [11] Álvaro Gabriel Vega de la Garza "control adaptable y control robusto para compensar la fricción en servomecanismos", tesis, julio 2007.
- [12] V. van Geffen "A study of friction models and friction compensation", december 2009.
- [13] Jeannette Guadalupe Aguilar Martínez "Caracterización teórica y experimental de la fricción llanta-pavimento", tesis UNAM, 2012.
- [14] análisis de grasa en campo, SKF rodamientos.
- [15] D.A. Haessing Jr., B. Friendland, "on the modeling and simulation of friction", ASME, vol. 113/354, september 1991.
- [16] Karl Johan Åström, Carlos Canudas de Wit "Revisiting the LuGre friction model", HAL, 2008.



- [17] Jan Swevers, Farid Al-Bender, Chris G. Ganseman, Tutuko Prajogo “an integrated friction model structure with improved pre-sliding behavior for accurate friction compensation.” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 4, April 2000.
- [18] Zbigniew Osinski “Damping of VIBRATIONS”, Netherlands, 1998.
- [19] Enrique Contreras Calderón “Análisis experimental de la fricción seca en una viga en cantiliver”, tesis Cenidet, junio 2009.
- [20] Douglas K. Nims, M. ERRI, Phillip J. Richter, M. ERRI, Robert E. Bachman, M. ERRI, “The use of the energy dissipating restraint for seismic hazard mitigation”, *Earthquake Spectra*, vol. 9, No. 3, 1993.
- [21] Ian D. Aiken, Douglas K. Nims, Andrew S. Whittaker, James M. Kelly “Testing of Passive Energy Dissipation Systems” *Earthquake Spectra*, vol. 9, no. 3, August 1993.
- [22] Andre Filiatrault, Robert Tremblay, Ramapada Kar “Performance evaluation of friction spring seismic damper”, *Journal of Structural Engineering*, April 2000/491.
- [23] Zhou Xiyuan, Peng Lingyun “A new type of damper with friction –variable characteristics”, December 2009.
- [24] K. Shirai, T. Sano, Y. Suzui “Development of a passive variable friction damper with displacement-dependent damping force characteristics”, 2012.
- [25] Jang Jeong-Hyun, Hwang Ji-Hoon, Choi, Jae-Hyuk “An evaluation on seismic Behavior of VRF damper by shaking table test”, Lisboa, 2012.
- [26] Alexander Fidlin, Mauricio Lobos “On the limiting of vibration amplitudes by a sequential friction-spring element”, Elsevier, May 2014.
- [27] Zbigniew Skup “Theoretical and experimental studies of energy dissipation in a model of a ring spring”, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 45, 2, pp. 363-377, Warsaw 2007.
- [28] Jorge Bedolla<sup>1,\*</sup>, Dariusz Szwedowicz<sup>2</sup>, Juan Jiménez “Improvement of dynamic response in an impact absorber by frictional elements”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Springer, December 2013.



